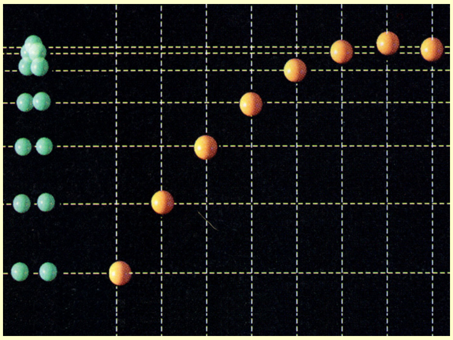
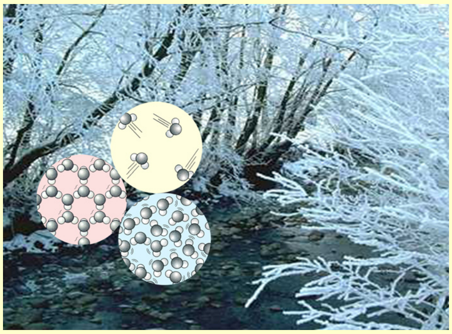
차 례

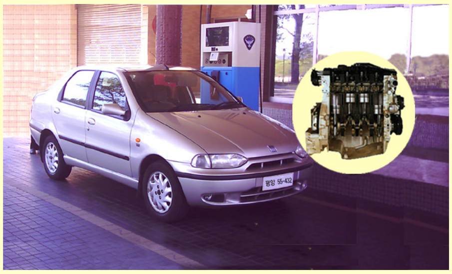














참고

자료

일화

머 리 말

위대한 령도자 **김정일**원수님께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《물리학과 같은 기초과학을 발전시키는것은 자연과학과 기술공학전반을 빨리 발전시키기 위한 전제로 됩니다.》

물리학은 가장 기초적인 자연과학의 한 분야이다.

과학과 기술이 매우 빠른 속도로 발전하고있는 현시기 물리학이 차지하는 지위와 그의 역할은 더욱더 커지고있으며 때문에 정보산업시대의 요구에 맞게 준비해가자면 물리학습을 정력적으로 잘해야 한다.

4학년 물리과목에서는 우선 자연에서 일어나는 력학적운동의 구체적인 형태들과 그것을 연구하는 방법 그리고 운동을 지배하는 력학의 기본법칙들에 대하여 배우게 된다.

또한 운동연구에서 중요한 의의를 가지는 여러가지 힘들과 그의 평형 그리고 물질의 세 상태인 기체, 고체, 액체의 구조와 그속에서 나타나는 여러가지 현상들과 법칙들도 배우게 된다.

끝으로 자연에서 일어나는 여러가지 열현상들과 물질의 상태변화들이 어떤 원리와 법칙에 따라 일어나며 어떻게 리용하는가를 배우게 된다.

4학년 물리과목에서 배우는 이러한 내용들은 력학적 및 열현상과 관련한 물리지식을 공고히 하고 앞으로 물리학습을 계속해나가는데서 중요한 기초로 된다.

학생들은 물리학습을 잘하여 사회주의강성대국건설에 적극 이바지할수 있는 높은 자질과 창조적능력을 소유함으로써 경애하는 **김정일**원수님의 참된 아들딸로 자라나야 한다.

제 1 장. 력학적운동

물체의 자리가 시간에 따라 변하는것이 력학적운동이다. 우리들이 흔히 보는 자동차나 비행기의 운동, 각종 구기경기들에서 공의 운동 등은 다 시간에 따라 물체의 자리가 변하는 력학적운동이다.

물질세계에서 운동하지 않는것은 하나도 없다. 우리가 사는 지구도 운동하고있고 달도 운동하고있으며 물질을 이루는 분자나 원자도 운동하고있다. 그러므로 물리적현상을 연구하는데서 운동을 옳게 밝히는것이 매우 중요하다.

이 장에서는 물체의 운동과 그의 변화에 대하여 학습한다.

우리는 이 장학습을 통하여 물체의 운동을 특징짓는 물리적량들과 그들사이의 호상관계에 대하여 알게 되며 물체의 운동을 표시하는 방법과 연구하는 방법을 체득하게 된다.



제 1 절. 등속직선운동

질점과 기준계

질점. 물체의 운동을 연구할 때 물체의 크기를 생각하지 않아도 되는 경우들이 있다. 례를 들면 평양에서 신의주까지 달리는 자동차가 얼마나 빨리 달리는가를 살필 때에는 자동차의 운동거리에 비해 자동차의 크기가 매우 작으므로 자동차의 크기와 모양에 대하여 생각하지 않아도 된다. 그러므로 자동차를 하나의 점으로 보고 운동을 연구하는것이 편리하다.

이와 같이 크기를 무시하고 질량을 가진 하나의 점으로 볼수 있는 물체를 **질점**이라고 부른다.

물체를 질점으로 볼수 있는가 없는가 하는것은 물체의 어떤 운동을 연구하는가에 관계된다.

물체를 질점으로 보는 경우에 질점은 물체를 대신한다.

※ 이 장에서는 물체라는 말을 질점이라는 말과 같은 뜻으로 쓴다.

운동하는 물체를 질점으로 보면 매 순간 물체의 자리는 점으로 나타나며 이 점들을 이어놓은 선은 물체가 운동한 자리길로 된다. 운동자리길의 모양에 따라 물체의 운동을 직선운동과 곡선운동으로 갈라보며 곡선운동은 곡선의 형태에 따라 원운동, 타원운동, 포물선운동 등으로 나누어볼수 있다.

기준계. 물체의 운동을 연구하려면 기준이 있어야 한다. 기준이 없으면 물체의 자리도 알수 없고 물체가 운동하는지 멎어있는지조차도 알수 없다. 물체의 운동을 연구하기 위하여 기준으로 잡은 물체를 **기준물체**라고 부른다.

기준물체에 따라 물체의 운동은 다르게 보인다.(그림 1-1)

물체의 운동에 대하여 알려면 먼저 물체의 자리를 알아야 하며 자리를 알려면 자리표계가 있어야 한다.

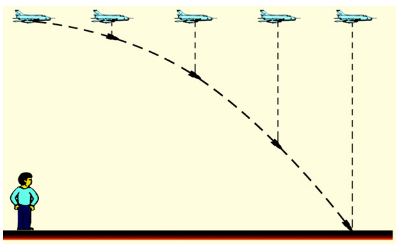


그림 1-1. 폭탄의 운동은 비행기에서 보면 직선운동이고 땅에서 보면 곡선운동이다

자리표계는 자리표원점과 자리표축으로 되여있다.

자리표계에는 여러가지가 있다. 대표적으로 하나의 자리표축으로 이루어진 직선자리표계, 수직으로 사귀는 두개의 자리표축으로 된 평면직각자리표계, 서로 수직으로 사귀는 세개의 자리표축으로 이루어진 공간직각자리표계 등이 있다. 자리표축들이 사귀는 점을 자리표원점으로 하고 이 자리표원점은 기준물체에 둔다.(그림 1-2)

자리표계에서 물체의 자리는 하나의 점으로 나타나며 자리표값(x, y, z)에 의하여 결정된다.

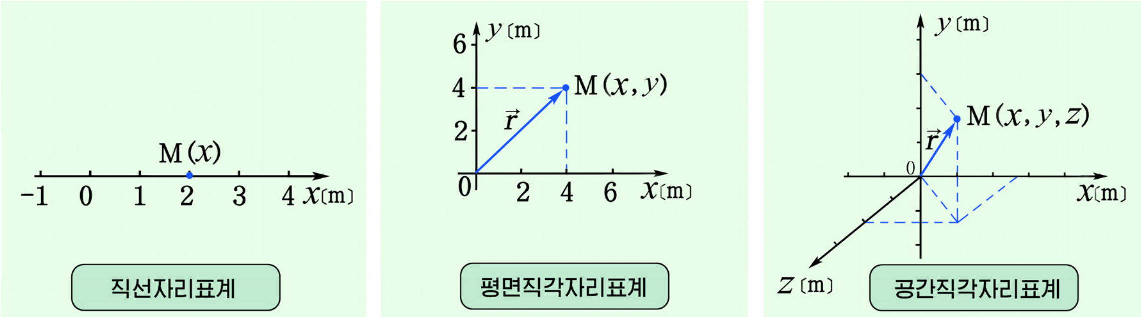


그림 1-2. 여러가지 자리표계에서 물체의 자리

운동은 시간의 흐름속에서 일어난다. 그러므로 운동을 연구하려면 기준시계로 시간을 측정하여야 한다.

기준물체에 자리표원점을 둔 자리표계와 시계를 통털어서 **기준계**라고 부른다.

등속직선운동

직선운동하는 물체의 자리. 직선길을 따라서 승용차가 달리고있다. 승용차의 운동을 연구하기 위하여 그림 1-3과 같이 도로우의 어떤 점에 기준점 O를 정하고 자동차가 달리는 방향으로 향하는 자리표축을 정한다. 그리고 도로에 있는 시계로 승용차가 운동하는 시간을 잰다.

승용차가 자리표원점($x=0$)을 지나는 시각을 t_0이라고 하면 t_1, t_2, t_3 시각에 승용차가 가있는 자리 A, B, C는 자리표값 x_1, x_2, x_3에 의하여 결정된다.

이처럼 <u>직선운동하는 물체의 자리는 직선자리표값 x로 표시할수 있다.</u>

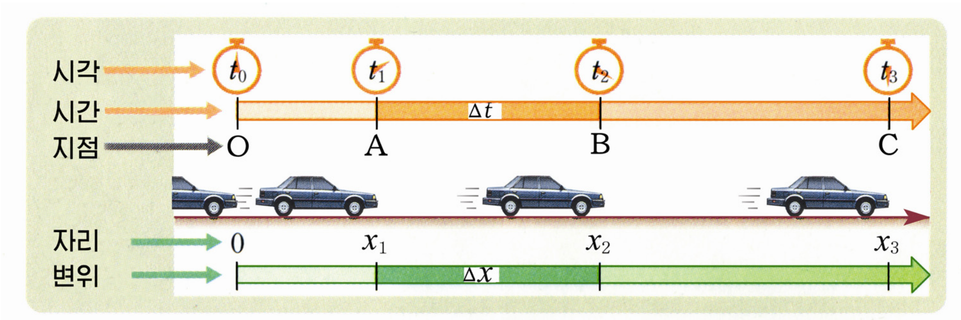


그림 1-3. 직선운동하는 물체의 자리

직선운동의 변위와 거리. 땅에 대하여 멎어있는 길가의 나무나 가로등의 자리는 시간이 흘러도 변하지 않는다.

그러나 도로로 달리는 자동차나 걸어가는 사람의 자리는 시간의 흐름에 따라 변한다.

물체의 자리가 어느쪽으로 얼마나 변하였는가를 나타내기 위하여 변위라는 물리적량을 도입한다.

학생이 곡선길을 따라 P점에서 Q점까지 걸어갔다.

이때 학생의 자리가 어느쪽으로 얼마나 변하였는가 하는것은 처음자리인 P점에서 마지막자리인 Q점으로 그은 화살로 나타낼수 있다.(그림 1-4)

학생의 자리는 화살의 방향으로 화살의 길이만큼 변하였다.

처음자리에서 마지막자리까지의 직선거리와 크기가 같고 처음자리에서 마지막자리로 향하는 방향을 가진 량을 **변위**라고 부른다.

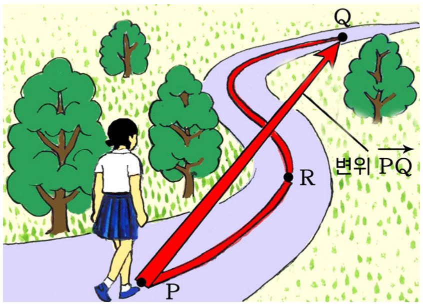


그림 1-4. 변위벡토르

운동하는 두 물체의 변위의 방향이 같아도 변위의 크기가 다르면 두 물체는 각각 다른 자리에 가며 변위의 크기는 같지만 방향이 달라도 두 물체는 서로 다른 자리에 가게 된다.

그러므로 변위는 크기와 방향을 함께 가지는 벡토르량*)이다.

직선운동의 변위는 어떻게 되겠는가.

그림 1-3에서 보여준 직선운동을 하는 승용차의 t_1시각으로부터 t_2시각까지 변위의 크기는 $x_2 - x_1$이며 t_2시각으로부터 t_3시각까지 변위의 크기는 $x_3 - x_2$이다.

직선운동의 변위의 크기는 마지막자리표값(x_2)에서 처음자리표값(x_1)을 던것과 같고 방향은 처음자리에서 마지막자리로 향한다.

$$\Delta x = x_2 - x_1 \qquad \text{직선운동의 변위} \qquad (1)$$

※ 식 1에서 Δ는 마지막값에서 처음값을 던 차 즉 변화량을 나타내는 기호이다.

기호 Δ는 작은 량이나 작은 구간을 나타낼 때에도 쓴다.

운동방향이 변하지 않는 직선운동의 변위의 크기는 물체가 이동한 거리(S)와 같다. 그러나 변위와 거리는 같은 량이 아니다. 거리는 크기만을 가지는 스칼라량이고 변위는 방향도 함께 가지는 벡토르량이다.

---

*) 질량, 온도, 체적과 같이 크기만을 가지는 량을 **스칼라량**이라고 부르며 변위, 힘, 속도 등과 같이 크기와 방향을 함께 가지는 량을 **벡토르량**이라고 부른다.

벡토르량은 화살로 표시한다. 이때 화살의 길이는 벡토르의 크기를 나타내며 화살의 방향은 벡토르의 방향을 나타낸다. 벡토르량을 문자로 표시할 때에는 문자우에 화살을 표시하거나 문자를 굵은 글자로 쓴다.(례: $\vec{F}$, $\boldsymbol{F}$)

벡토르량의 크기는 보통 문자로 쓰거나 벡토르량의 절대값으로 표시한다.(례: F, $|\vec{F}|$)

크기가 같고 방향이 반대인 벡토르를 반대벡토르라고 한다. 반대벡토르는 벡토르기호앞에 〈-〉부호를 붙여 나타낸다.(례: $-\vec{F}$, $-\boldsymbol{F}$)

벡토르량에 대하여서는 반드시 크기와 함께 방향을 따져야 하며 따라서 스칼라량과는 다른 방법으로 더하기, 덜기, 곱하기를 진행한다.

직선운동에서 변위의 방향은 부호로 나타낸다. 즉 자리표축방향의 변위는 〈+〉로 나타내고 반대방향의 변위는 〈-〉로 나타낸다.

⚠ 그림 1-4에서와 같이 곡선운동하는 물체의 변위의 크기는 이동한 거리와 같지 않다. 또한 드림선우로 던진 물체의 운동이나 용수철에 매달려 진동하는 물체의 운동과 같이 운동방향이 반대로 변하는 직선운동에서도 변위의 크기와 운동한 거리는 같지 않다.

물체의 운동은 시간의 흐름속에서 일어나므로 운동을 따질 때에는 시간을 함께 따져야 한다. 임의의 같은 시간동안에 같은 변위가 생기는 직선운동을 **등속직선운동**이라고 부른다.

그림 1-5에 등속직선운동의 스트로보사진을 보여주었다.

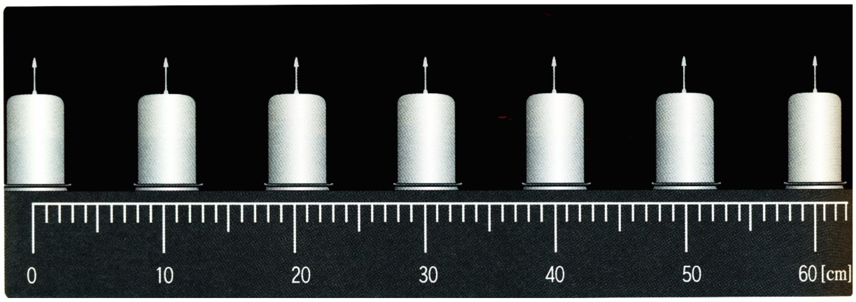


그림 1-5. 등속직선운동의 스트로보사진

참고 스트로보사진

캄캄한 곳에서 같은 주기로 빛을 비쳐주면서 물체의 운동을 한 필림에 찍은 사진을 **스트로보사진(된빛사진)**이라고 부른다. 스트로보사진에 찍혀진 영상은 여러 물체의 영상이 아니라 각이한 시각에 찍혀진 한 물체의 영상이다. 이때 이웃한 두 영상이 찍혀진 시각사이간격(시간)은 빛을 비쳐주는 주기로서 모두 같다.
스트로보사진을 보면 물체가 어떻게 운동하는가를 알수 있다.

등속직선운동의 속도

같은 시각에 같은 자리에 있던 물체들이 일정한 시간후에 서로 다른 자리에 가 있는것은 물체들의 빠른 정도와 운동방향이 다르기때문이다.

물체의 빠른 정도와 운동방향을 나타내기 위하여 속도라는 물리적량을 받아들인다.

단위시간동안에 생긴 변위와 크기가 같고 변위의 방향으로 향하는 방향을 가진 물리적량을 **속도**라고 부른다.

<u>등속직선운동하는 물체의 속도는 물체의 변위를 그 변위가 생긴 시간으로 나누어 결정한다.</u>

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \qquad \text{등속직선운동의 속도} \qquad (2)$$

속도의 국제단위는 1m/s이다. 1m/s는 1s동안에 1m를 등속직선운동하는 물체의 속도와 같은 량이다. 보통 생활에서는 1km/h, 1cm/s, 1km/s와 같은 단위들도 자주 리용한다.

속도는 크기와 함께 방향을 가지는 벡토르량이다.

속도의 크기는 물체의 빠른 정도를 나타내고 속도의 방향은 운동방향을 나타낸다.

등속직선운동에서 속도의 방향은 부호로 나타낸다. 즉 속도의 방향이 자리표축의 정의 방향이면 〈+〉이고 부의 방향이면 〈-〉이다.

※ 등속직선운동에서는 $t = t_2 - t_1$ 시간동안에 생긴 변위의 크기 Δx 와 운동한 거리 S 가 같으므로 물체가 운동한 시간을 t 라고 하면 식 2는 $v = S/t$ 로 쓸수 있다.

물체의 속도를 알면 물체의 변위와 자리를 알수 있다.

식 2에서 처음시각 t_1 인 순간의 물체의 자리를 $x_1 = x_0$, 마지막시각 t_2 인 순간의 물체의 자리를 $x_2 = x$ 로 하고 물체가 운동한 시간을 $t_2 - t_1 = t$ 라고 하면 다음과 같은 식이 얻어진다.

$$\Delta x = vt \qquad \text{등속직선운동의 변위} \qquad (3)$$

$$x = x_0 + vt \qquad \text{등속직선운동의 자리} \qquad (4)$$

물체가 처음에 자리표원점에 있었으면 식 3과 식 4는 $x = vt$ 로서 변위와 자리가 일치한다.

문 제

1. 다음 문장들의 정확성을 판단하고 리유를 밝혀라.
   ㄱ) 등속운동은 직선운동이다.
   ㄴ) 직선운동은 등속운동이다.
   ㄷ) 등속운동에서 변위와 거리는 같다.
   ㄹ) 등속운동에서 변위의 크기와 거리는 같다.
   ㅁ) 1s동안에 10m 가는 자동차와 뻐스의 속도는 같다.
2. 다음 문장의 빈자리에 알맞는 말을 써넣어라.
   속도는 물체가 얼마나 ______ 운동하며 _____ 으로 운동하는가를 특징지어주는 _____ 으로서 크기는 ______에 생긴 _______와 같고 방향은 _____으로 향한다.
   등속직선운동은 속도의 ______와 _______이 ______ 않는 운동이다.
3. 한 방향으로 일어나는 직선운동과 운동방향이 반대로 바뀌는 직선운동은 무엇이 다른가?

4. 두 물체가 $v_1=5\text{m/s}$, $v_2=6\text{m/s}$의 속도로 한 직선우에서 마주 향하여 운동하고있다. 처음에 두 물체가 100m 떨어져있었다면 10s인 시각 물체들의 자리와 변위, 두 물체사이의 거리는 얼마인가?

제 2 절. 등속직선운동의 그라프

물체의 운동을 그라프로 표시하면 운동을 직관적으로 한눈에 알아볼수 있다. 보통 운동의 그라프는 자리, 거리, 변위, 속도 등과 같이 운동을 나타내는 물리적량들의 시간에 따르는 변화로 나타낸다. 등속직선운동을 그라프로 표시하는 과정을 통하여 운동의 그라프표시방법과 그라프를 통하여 무엇을 알수 있는가를 알아보자.

자리그라프($x-t$ 그라프)

자리그라프는 시간에 따르는 자리의 변화를 보여주는 그라프이다.

등속직선운동의 자리는 $x=x_0+vt$ 이므로 그의 그라프는 시간축에 경사진 직선이다.(그림 1-6)

자리그라프를 통하여 무엇을 알수 있는가.

첫째로, 물체의 자리를 알수 있다.

- 그라프가 x축과 사귀는 점은 처음자리 x_0을 나타낸다.
- 매 시각 t_1, t_2, … 에 따르는 x_1, x_2, … 값은 그 시각에 물체가 있는 자리를 나타낸다.(그림 1-6의 ㄱ)
- 그라프가 시간축보다 우에 놓이면 물체의 자리는 x축의 정의 방향쪽에 있으며 시간축보다 밑에 놓이면 x축의 부의 방향쪽에 있다는것을 의미한다.(그림 1-6의 ㄴ)

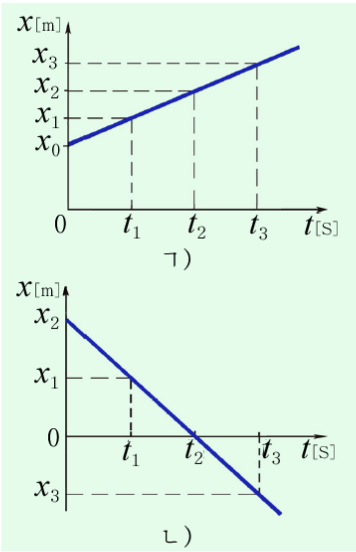


그림 1-6. 등속직선운동의 자리그라프

둘째로, 물체의 속도를 알수 있다.

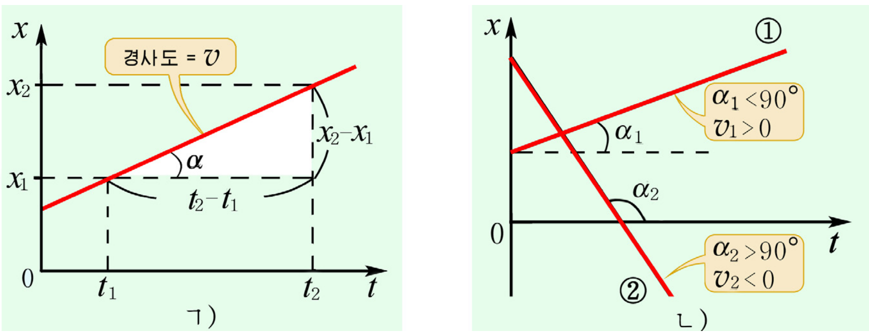


그림 1-7. 자리그라프에서 물체의 속도

· 자리그라프의 경사도는 속도를 나타낸다.(그림 1-7의 ㄱ)

$$\tan\alpha = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = v$$

· 자리그라프의 경사각 α 가 클수록 속도의 크기가 크다.

· 시간축과 그라프사이의 각 α 가 90° 보다 작으면 속도의 방향이 x 축방향과 일치하며(그림 1-7의 ㄴ에서 ①의 경우) 90° 보다 크면 x축과 반대방향이다.(그림 1-7의 ㄴ에서 ②의 경우)

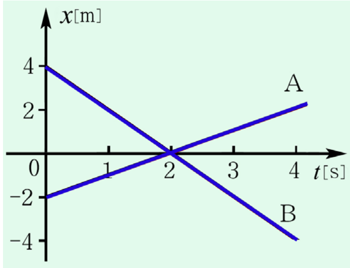


그림 1-8. 물체의 자리그라프

그림 1-8에서 보여준 물체 A와 B의 자리그라프를 통하여 물체들의 운동에 대하여 무엇을 알수 있는가.

물체 A는 자리표원점으로부터 x 축의 부의 방향으로 2m 떨어진 점에서 x 축의 정의 방향으로 1m/s의 속도로 등속직선운동을 한다.

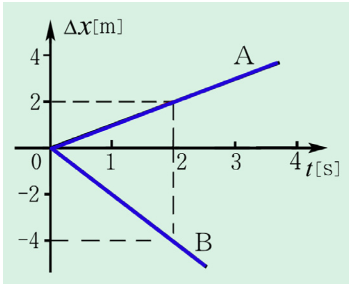


그림 1-9. 물체의 변위그라프

물체 B는 자리표원점으로부터 x 축의 정의 방향으로 4m 떨어진 점에서 x 축의 부의 방향으로 2m/s의 속도로 등속직선운동을 한다.

그림 1-9와 1-10에 그림 1-8에서 보여준 두 물체 A, B의 변위그라프($\Delta x - t$)와 거리그라프($S - t$)를 보여주었다.

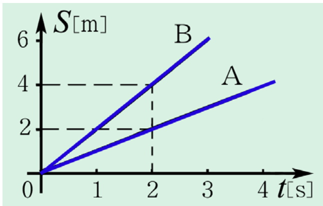


그림 1-10. 물체의 거리그라프



자리그라프, 변위그라프, 거리그라프의 공통점과 차이점은 무엇인가?

속도그라프($v - t$그라프)

속도그라프는 물체의 속도가 시간에 따라 어떻게 변하는가를 보여주는 그라프이다. 등속직선운동은 속도가 변하지 않으므로 속도그라프가 시간축에 평행인 직선이다.(그림 1-11)

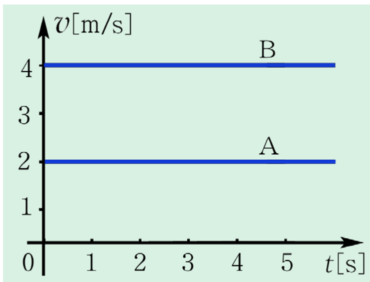


그림 1-11. 그라프에서 속도의 크기

이때 속도축과 그라프가 사귀는 점의 값이 물체의 속도의 크기를 나타낸다. 그러므로 속도의 크기가 클수록 그라프는 시간축에서 더 멀리 떨어진다.

그림 1-12에서와 같이 속도그라프가 시간축보다 우에 놓이면(그라프에서 A) 속도의 방향이 x 축의 정의 방향이고 밑에 놓이면(그라프에서 B) x 축의 부의 방향이다.

속도그라프를 통하여 변위와 거리를 알아낼수 있다. 그림 1-13에서 <u>속도그라프</u>

와 시간축사이의 직4각형의 면적은 주어진 시간동안의 변위와 같은 값을 가진다.

이때 속도그라프가 시간축보다 우에 있으면 면적을 〈+〉로 하며 시간축보다 밑에 있으면 면적을 〈-〉로 한다. 그러면 면적을 통하여 변위의 크기와 방향까지도 나타낼수 있다.

그러므로 속도그라프를 알면 변위그라프도 그릴수 있다.

※ 그러나 자리그라프는 그릴수 없다.

등속직선운동에서 거리는 변위의 크기와 같으므로 변위를 알면 거리도 알수 있다.

등속직선운동의 그라프들의 공통점은 무엇인가.

모든 등속직선운동의 그라프들은 직선이다.

그러므로 등속직선운동의 그라프는 주어진 두 시각에 해당한 값만을 알면 충분히 그릴수 있다.

물체의 운동을 그라프로 표시하면 물체가 어느 시간구간에서 어떤 운동을 하였는가, 운동을 나타내는 량들인 자리, 변위, 속도값들이 얼마인가, 그러한 량들이 시간에 따라 어떻게 변하는가를 한눈에 인차 알아볼수 있다. 그러므로 그라프는 물체의 운동을 직관적으로 나타낸다.

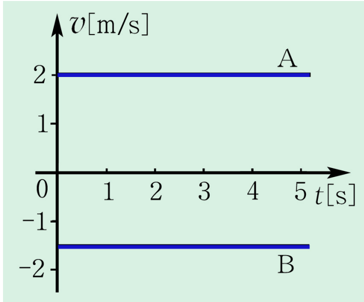


그림 1-12. 그라프에서 속도의 방향

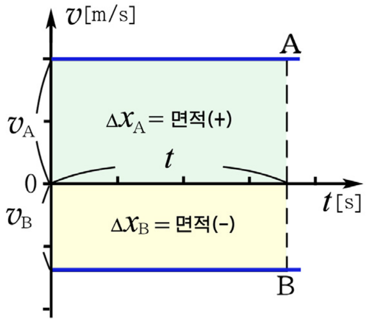


그림 1-13. 속도그라프에서 변위와 거리

문제

1. 그림 1-14에 자동차의 속도그라프가 주어졌다. 자동차의 변위그라프를 그려라. 자리그라프를 그리려면 무엇을 더 알아야 하는가?

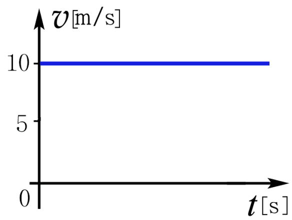


그림 1-14

2. 그림 1-15에 한 직선우에서 운동하는 세 자동차의 운동그라프를 주었다. 자동차들이 어떻게 운동하고있는가? 10s인 순간에 자동차들사이의 거리는 얼마인가? 세 자동차의 속도, 변위, 거리그라프를 그려라.

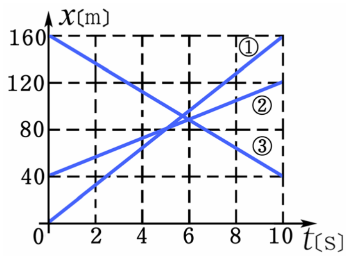


그림 1-15

3. 그림 1-16은 한 직선우에서 운동하는 두 물체 A, B의 속도그라프이다. 처음시각에 물체 A는 자리표원점을 지났고 물체 B는 x_{BO} =20m 되는 지점을 지났다면 10s후에 두 물체사이의 거리는 얼마인가? 자리그라프를 그리고 구하여라.

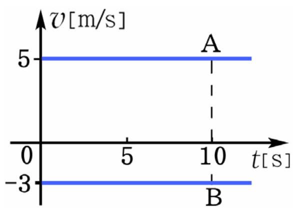


그림 1-16

제 3 절. 부등속직선운동

렬차가 정거장에서 떠날 때에는 속도가 점차 빨라지고 다음 정거장에 가서 멎을 때에는 속도가 점차 떠진다. 이와 같이 속도가 변하는 직선운동을 **부등속직선운동**이라고 부른다.

부등속직선운동하는 물체가 같은 시간동안에 간 거리(변위의 크기)는 같지 않다.(그림 1-17)

이러한 부등속직선운동에서는 물체의 빠른 정도를 어떻게 나타낼것인가를 보기로 하자.

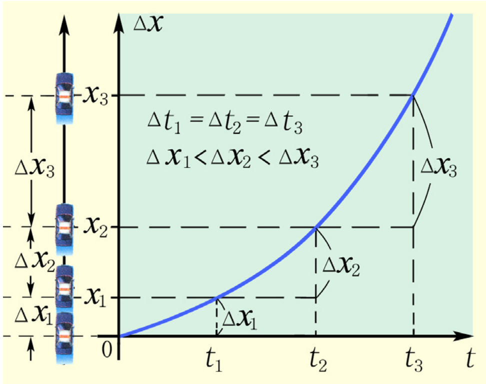


그림 1-17. 부등속직선운동하는 물체의 같은 시간동안에 생긴 변위

평균속도

달리기선수가 100m를 10s동안에 달렸다고 하자. 이때 변위의 크기는 달린 거리와 같다. 달린 거리를 시간으로 나누면 10m/s가 얻어지는데 선수가 부등속운동을 하였으므로 이 값은 1s동안에 달린 평균거리가 10m라는것을 의미한다. 이 값이 클수록 선수는 더 빨리 달렸다고 말할수 있다.

부등속직선운동하는 물체의 단위시간동안에 생긴 평균변위와 같은 값을 가지는 량을 **평균속도**라고 부른다.

<u>평균속도는 부등속직선운동하는 물체의 변위를 그 변위가 생긴 시간으로 나눈 값과 같다.</u>

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad \text{부등속직선운동의 평균속도} \qquad (1)$$

평균속도의 크기는 물체의 빠른 정도를 평균적으로 나타낸다.

평균속도의 방향은 변위의 방향과 같다. 직선운동에서 변위의 방향은 자리표축의 정의 방향 아니면 부의 방향이다. 그러므로 평균속도의 방향도 이 두 방향가운데서 어느 하나가 된다.

❓ 달리기를 하는 학생이 처음 5s동안에는 20m, 다음 5s동안에는 45m, 마지막 5s동안에는 40m를 달렸다. 매 시간구간에서 평균속도는 얼마인가. 속도값을 통하여 무엇을 알수 있는가.

이 학생의 처음 5s동안의 평균속도는 4m/s, 다음 5s동안의 평균속도는 9m/s, 마지막 5s동안의 평균속도는 8m/s이다. 또한 처음 10s동안의 평균속도는 6.5m/s이며 15s 전 구간에서의 평균속도는 7m/s이다. 이것을 통하여 평균속도는 한 물체

의 운동에서도 시간구간에 따라서(또는 거리구간에 따라서) 다를수 있으므로 해당한 시간구간에서만 의미를 가진다는것을 알수 있다.

⚠ 평균속도는 부등속운동하는 물체의 빠른 정도를 평균적으로 나타내는 량이지 대략적인 값은 아니다. 그러므로 물체의 평균속도가 10m/s라는 말과 물체의 속도가 약 10m/s라는 말은 근본적으로 다르다.

순간속도

평균속도는 부등속운동하는 물체의 매 순간의 빠른 정도와 운동방향을 나타내지는 못한다.

부등속운동하는 물체가 자리길의 주어진 점을 지나는 순간의 속도를 그 점에서의 **순간속도**라고 부른다. 물체의 순간속도가 시간에 따라 변하는 직선운동이 부등속직선운동이다. 그러므로 부등속직선운동의 속도그라프는 곡선이거나 시간축에 경사진 직선이다.(그림 1-18)

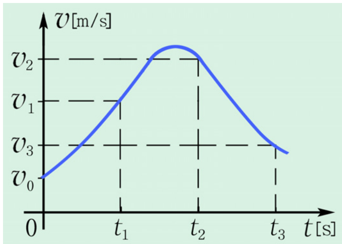


그림 1-18. 부등속직선운동의 속도그라프

❓ 부등속직선운동의 순간속도를 어떻게 구할것인가.

그림 1-19에서 알수 있는것처럼 주어진 점(A)을 지나는 시각으로부터 매우 짧은 시간동안에는 속도의 변화가 극히 작으므로 등속운동을 하였다고 볼수 있다. 그러므로 이 시간동안의 평균속도는 주어진 점(A)을 지나는 순간속도와 같아진다.

자리길의 주어진 점을 지나는 <u>물체의 순간속도는 그 점을 지나는 시각으로부터 매우 짧은 시간동안의 평균속도와 같다.</u>

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (\Delta t \to 0) \quad \text{부등속직선운동의 순간속도} \qquad (2)$$

※ 식 2에서 $\Delta t \to 0$은 시간 Δt를 령에 무한히 접근시킨다는 뜻으로서 Δt를 물체가 등속운동한다고 볼수 있을 때까지 짧게 하여간다는 의미를 담고있다.

<u>순간속도의 크기는 주어진 순간의 빠른 정도를 가지고 등속직선운동한다고 보았을 때 단위시간동안에 간 거리와 같은 값을 가진다.</u> 다시말하여 순간속도가 10m/s라는 말은 그 순간의 빠른 정도를 가지고 등속직선운동을 하면 1s동안에

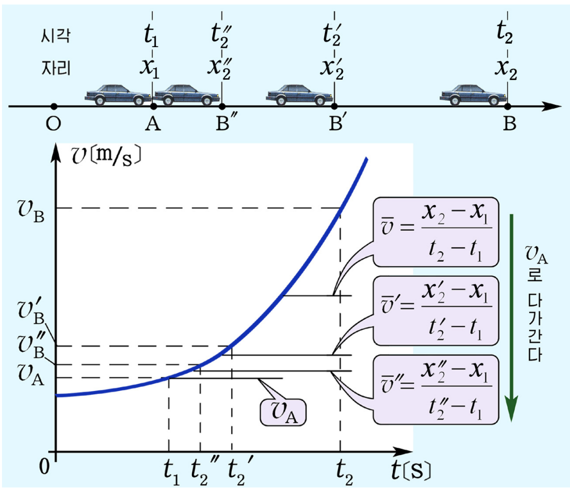


그림 1-19. 부등속직선운동의 순간속도

10m 간다는것을 의미한다.

순간속도의 크기는 매 순간 물체의 빠른 정도를 나타내며 순간속도의 방향은 물체의 운동방향과 같다.

직선운동에서는 순간속도의 방향을 〈+〉, 〈-〉부호로써 나타낸다. 자동차를 비롯한 륜전기재들에서 속도계는 순간속도를 가리킨다.

부등속직선운동의 변위

부등속직선운동은 속도가 시간에 따라 변하므로 등속직선운동의 변위공식을 그대로 리용할수 없다.

부등속직선운동하는 물체의 운동시간을 등속운동을 하였다고 볼수 있는 짧은 시간구간 Δt_1, Δt_2, $\cdots$, Δt_n 으로 나누자.

이때 매 시간구간에서 속도를 v_1, v_2, $\cdots$, v_n 으로 표시하면 물체의 변위는 등속직선운동의 변위공식으로 구할수 있다. 따라서 전체 시간동안에 물체의 변위는 다음과 같다.

$$\Delta x = v_1 \Delta t_1 + v_2 \Delta t_2 + \cdots + v_n \Delta t_n$$ **부등속직선운동의 변위공식** (3)

그림 1-20에서 보여준 속도그라프에서 Δt 시간동안에 생긴 변위 Δx는 빗선을 친 직4각형의 면적과 같다.

그러므로 $t = t_2 - t_1$ 시간동안에 생긴 물체의 변위는 해당한 속도그라프밑의 면적과 같다.

부등속직선운동의 변위그라프는 곡선이다.(그림 1-21)

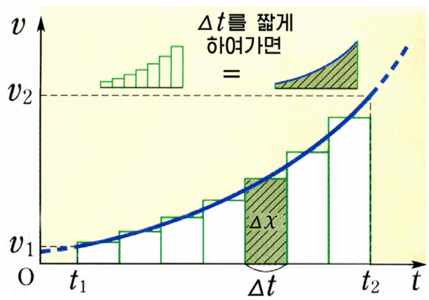


그림 1-20. 속도그라프에서 변위

변위그라프우의 주어진 시각(t_1)에 해당한 점에서 그라프에 그은 접선의 경사도는 그 시각(t_1)의 순간속도를 나타낸다. 왜냐하면 그 접선이 주어진 시각의 속도를 가지고 등속직선운동할 때의 변위그라프와 같기때문이다.

그라프에서 접선의 경사각이 클수록 속도의 크기가 크다. ($\tan\alpha = v$)

접선이 시간축과 이루는 각이 90°보다 작으면 속도의 방향이 정의 방향이고 90°보다 크면 속도의 방향이 부의 방향이다. 그림 1-21에서는 t_1 시각의 속도 v_1 보다 t_2 시각의 속도 v_2 이 더 크며 v_1 과 v_2 는 정의 방향으로 향하며 t_3 시각의 속도 v_3 은 부의 방향으로 향한다.

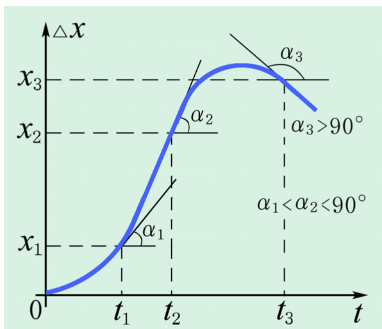


그림 1-21. 변위그라프에서 속도

[례제] 자동차가 전체 시간의 1/3을 v_1=15m/s의 속도로, 나머지시간은 v_2=18m/s의 속도로 달렸다. 전체 시간동안의 평균속도를 구하여라.

풀이. 주어진것: $t_1=\frac{t}{3}$, $t_2=\frac{2}{3}t$

v_1=15m/s, v_2=18m/s

구하는것: $\bar{v}$?

평균속도의 크기는 운동한 거리를 그 거리를 가는데 걸린 시간으로 나눈 값과 같으므로

$$\bar{v}=\frac{S}{t}=\frac{v_1\cdot\frac{t}{3}+v_2\cdot\frac{2t}{3}}{t}=\frac{v_1}{3}+\frac{2v_2}{3}=\frac{15}{3}+\frac{2\times18}{3}=17\ (\text{m/s})$$

답. 17m/s

문 제

1. 다음 문장들의 정확성을 판단하고 리유를 밝혀라.
   ㄱ) 평균속도와 순간속도가 같은 운동은 등속직선운동이다.
   ㄴ) 속도그라프가 직선이면 등속운동이고 곡선이면 부등속운동이다.
   ㄷ) 변위그라프가 직선이면 등속운동이고 곡선이면 부등속운동이다.
   ㄹ) 어떤 순간의 속도가 2m/s인 물체는 1s동안에 2m 간다.
2. 물체가 4m/s의 속도로 40s동안 가고 다음 20s동안은 7m/s의 속도로 갔다. 전체 구간에서의 평균속도를 구하여라.
3. 자동차가 전체 거리의 1/3을 10m/s의 속도로, 나머지 2/3를 20m/s의 속도로 달렸다. 전체 구간에서 평균속도는 얼마인가?
4. 다음의 그라프에서 틀린것을 지적하고 원인을 밝혀라.(그림 1-22)

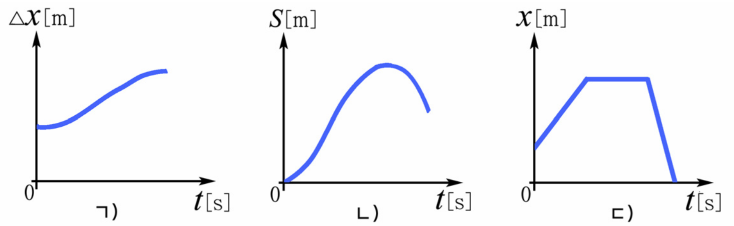


그림 1-22

제 4 절. 등가속직선운동의 가속도와 속도

부등속운동은 시간에 따라 속도가 변하는 운동이다. 속도가 점차 커지는 부등속운동은 **가속운동**이라고 부르며 속도가 점차 작아지는 운동은 **감속운동**이라고 부른다.

멎어있던 자동차가 일정한 힘을 내여 떠날 때에는 속도가 고르롭게 커지고 운동하던 자동차가 일정한 제동힘을 받으면서 멎을 때에는 속도가 고르롭게 줄어든다.

이와 같이 속도가 고르롭게 변하는 직선운동을 **등가속직선운동**이라고 부른다.

등가속직선운동의 가속도

그림 1-23은 가속운동하는 여러가지 물체들을 같은 시간간격으로 찍은 사진이다.

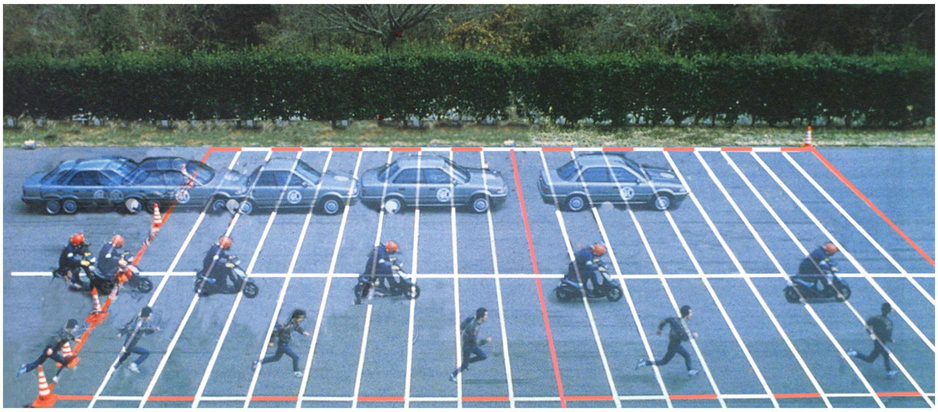


그림 1-23. 가속운동하는 여러가지 물체들의 운동

어느 물체의 속도가 빨리 커지는가.

물체의 속도가 얼마나 빨리 변하는가를 나타내기 위하여 가속도라는 물리적량을 도입한다.

가속도를 어떻게 나타낼것인가.

동시에 떠난 승용차와 자동차의 속도가 고르롭게 커져 10s후에는 각각 15m/s, 10m/s로 되였다고 하자. 그러면 매 1s마다 승용차의 속도는 $\frac{15\text{m/s}}{10\text{s}}=1.5\text{m/s}^2$ 만큼씩 변하고 자동차의 속도는 $\frac{10\text{m/s}}{10\text{s}}=1\text{m/s}^2$ 만큼씩 변한다.

이 값을 비교하면 승용차의 속도가 자동차의 속도보다 더 빨리 변한다는것을 알수 있다.

물체의 단위시간동안에 생긴 속도변화량과 크기와 방향이 같은 량을 **가속도**라고 부른다.

<u>등가속직선운동하는 물체의 가속도는 속도변화량 Δv를 그 변화가 일어난 시간 Δt로 나눈 값과 같다.</u>

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$ **등가속직선운동의 가속도** (1)

운동을 고찰하기 시작하는 순간을 시간의 기준으로 하고 처음속도를 v_0, t시간 후의 속도를 v라고 하면 식 1을 다음과 같이 쓸수 있다.

$$a = \frac{v - v_0}{t} \qquad (2)$$

처음에 물체가 멎어있었다면 $v_0 = 0$이므로

$$a = \frac{v}{t} \qquad (3)$$

※ 문제풀이에서는 보통 식 2와 식 3을 많이 리용한다.

가속도의 국제단위는 1m/s^{2}이다. 1m/s^{2}은 1s동안에 속도가 1m/s만큼 변할 때의 가속도이다.

가속도는 크기와 함께 방향을 가지는 벡토르량이다.

직선운동에서는 가속도의 방향을 속도에서처럼 부호를 붙여 나타낸다.

즉 x축의 정의 방향의 가속도는 〈+〉, 부의 방향의 가속도는 〈-〉로 한다.

직선운동하는 물체의 운동방향을 정의 방향으로 하는 경우 그림 1-24에서 보는 바와 같이 가속운동에서는 가속도의 방향이 정의 방향으로 향하고 감속운동에서는 가속도의 방향이 부의 방향으로 향한다.

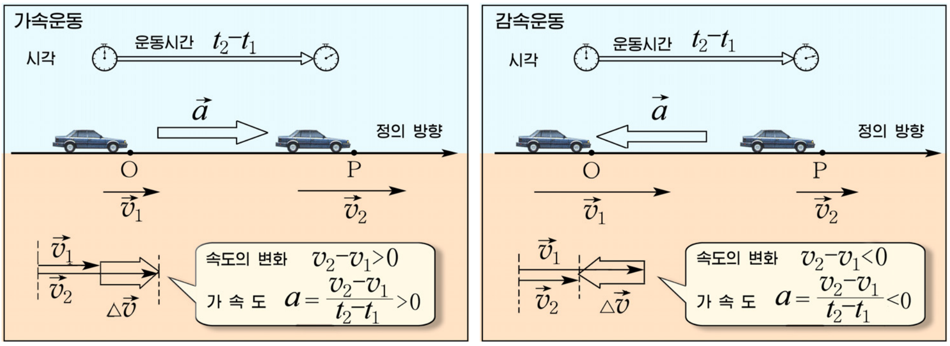


그림 1-24. 가속도의 방향

- 가속운동의 가속도는 반드시 〈+〉, 감속운동의 가속도는 반드시 〈-〉로 생각하지 말아야 한다. 가속도의 부호는 가속도의 방향이 자리표축의 정의 방향인가 부의 방향인가에 따라 〈+〉 또는 〈-〉로 된다.
- 감속운동에서도 a를 감속도라고 하지 않고 가속운동에서와 같이 가속도라고 부른다. 그리고 감속운동도 넓은 의미에서는 가속운동으로 표현한다. 즉 감속운동은 가속도의 방향이 속도의 방향과 반대인 가속운동이다.

등가속직선운동의 가속도그라프($a-t$ 그라프)는 시간축에 평행인 직선이며 가속도그라프밑의 면적은 속도변화량과 같다.(그림 1-25)

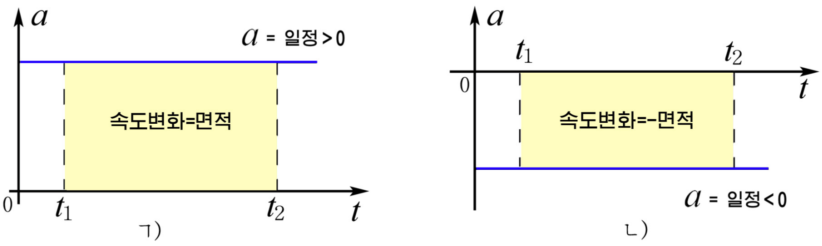


그림 1-25. 등가속직선운동의 $a-t$ 그라프

등가속직선운동의 속도

등가속직선운동은 물체의 속도가 1s동안에 a 만큼씩 변하므로 t [s]동안에는 속도가 at 만큼 변한다. 그러므로 등가속직선운동의 속도는 다음과 같다.

$$v = v_0 + at \qquad \text{등가속직선운동의 속도} \tag{4}$$

만일 v_0=0이면 식 4는 다음과 같이 표시된다.

$$v = at \tag{5}$$

⚠ 식 4는 등가속운동이나 등감속운동이나 할것없이 다 쓰인다.
다만 리용할 때 가속도의 부호에 대하여 주의를 돌려야 한다.

등가속직선운동의 속도그라프는 시간축에 경사진 직선이다.(그림 1-26)

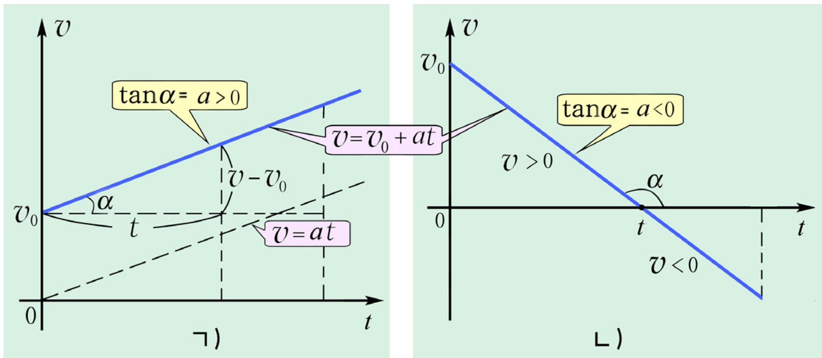


그림 1-26. 등가속직선운동의 속도그라프

속도그라프에서 속도축과 사귀는 점은 처음속도 v_0 값을 나타내며 처음속도가 v_0=0이면 그라프는 자리표원점 O를 지난다.(그림 1-26의 ㄱ)

등가속직선운동의 속도그라프가 시간축보다 우에 놓일 때에는 속도의 방향이 정의 방향이고 밑에 놓일 때에는 부의 방향이다.(그림 1-26의 ㄴ)

속도그라프의 경사도($\tan\alpha$)는 가속도를 나타낸다. 즉 속도그라프의 경사가 심할수록 가속도가 크다. 그리고 시간축과 속도그라프가 이루는 각이 90°보다 크면 (α>90°) 가속도의 방향이 부의 방향이라는것을 의미한다.

[례제] 직선도로를 따라 10m/s의 속도로 운동하던 자동차가 등가속운동을 하여

5s후에는 속도가 14m/s로 되였다. 그후 10s동안 등속으로 달린 후 제동을 걸어 등감속운동을 하여 10s후에는 멎었다.

ㄱ) 속도그라프를 그려라.

ㄴ) 매 시간구간에서의 물체의 가속도를 구하고 그라프를 그려라.

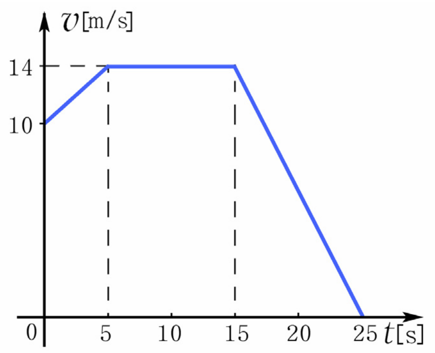


그림 1-27

풀이. 주어진것: v_0=10m/s, t_1=5s

v_1=14m/s, t_2=10s

v_2=0, t_3=10s

구하는것: ㄱ) 속도그라프?

ㄴ) a_1, a_2, a_3?, 가속도그라프?

ㄱ) 속도그라프는 그림 1-27과 같다.

ㄴ) t_1시간구간에서 가속도

$$a_1=\frac{v_1-v_0}{t_1}=\frac{14-10}{5}=0.8\ (\mathrm{m/s^2})$$

t_2시간구간에서 가속도 $a_2=0$

t_3시간구간에서 가속도

$$a_3=\frac{v_2-v_1}{t_3}=\frac{0-14}{10}=-1.4\ (\mathrm{m/s^2})$$

가속도그라프는 그림 1-28과 같다.

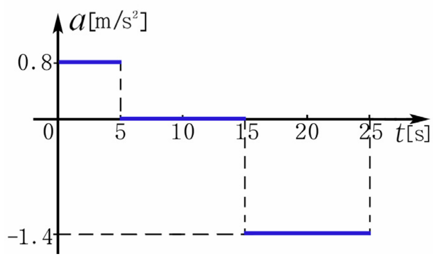


그림 1-28

답. $0.8\mathrm{m/s^2}$, 0, $-1.4\mathrm{m/s^2}$

문제

1. 다음 문장들의 정확성을 판단하고 리유를 밝혀라.

ㄱ) 속도가 커지는 운동은 등가속운동, 작아지는 운동은 등감속운동이다.

ㄴ) 속도의 방향과 가속도의 방향이 일치하면 가속운동을 하고 반대이면 감속운동을 한다.

ㄷ) 속도가 큰 물체일수록 그의 가속도도 크다.

ㄹ) 가속도가 령인 물체는 멎어있다.

ㅁ) 등가속운동하는 물체의 속도는 등감속운동하는 물체의 속도보다 크다.

ㅂ) 가속도값이 고르롭게 커지는 운동을 등가속운동이라고 한다.

2. 다음의 문제들에서 알맞는 답을 선택하여라.

ㄱ) 직선운동하는 물체의 어떤 순간의 속도는 2m/s이고 가속도는 $0.4\mathrm{m/s^2}$이다. 그 순간부터 5s 지난 순간의 속도 v는

① v=4m/s ② v>4m/s ③ v<4m/s ④ 알수 없다.

ㄴ) 등가속직선운동하는 물체의 어떤 순간의 속도는 2m/s이고 가속도는 $0.4\mathrm{m/s^2}$이다. 그 순간부터 5s 지난 순간의 속도 v는

① v=4m/s ② v>4m/s ③ v<4m/s ④ 알수 없다.

3. 자동차가 72km/h의 속도로 달리다가 제동을 걸어 10s동안 등감속운동을 하여 멎었다. 자동차의 가속도는 얼마인가?
4. 경기용승용차는 4.5m/s^2의 가속도를 낼수 있다. 멎어있던 이 승용차가 90km/h의 속도를 내려면 얼마만한 시간이 필요한가?

제 5 절. 등가속직선운동의 변위

등가속직선운동하는 물체의 변위는 무엇에 관계되는가를 보자.(그림 1-29)



그림 1-29. 등가속직선운동하는 승용차와 궤도전차

생각하기 그림 1-29를 통하여 무엇을 알수 있는가?

등가속직선운동의 변위는 운동시간과 가속도에 관계되며 처음속도에도 관계된다.

그러면 등가속직선운동의 변위는 가속도, 처음속도, 운동시간과 어떤 관계가 있는가를 알아보자.

등가속직선운동의 변위

등가속직선운동하는 물체의 변위는 등가속직선운동의 속도그라프밑의 면적으로 구할수 있다.(그림 1-30)

생각하기 그림 1-30의 그라프를 보고 다음의 변위를 구하는 식들이 어떻게 얻어졌는가를 따져보아라.

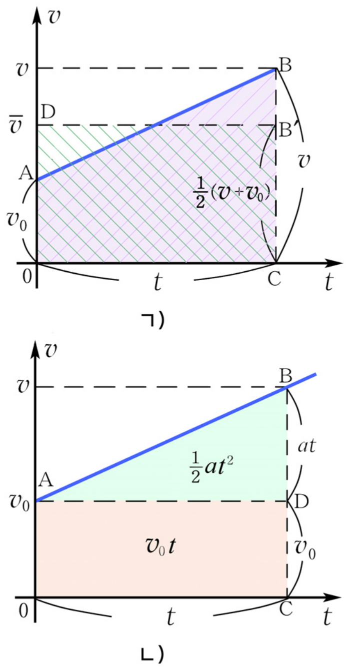


그림 1-30. 등가속직선운동의 속도그라프에서 변위

$$\Delta x = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$$ 처음속도와 마지막속도가 주어진 경우 등가속직선운동의 변위 (1)

$$\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$ 처음속도와 가속도가 주어진 경우 등가속직선운동의 변위 (2)

v_0 :처음속도[m/s], a :가속도[m/s^2]
v : t [s]후의 속도[m/s], t :시간[s]

※ 식 1에서 $\frac{1}{2}(v_0 + v)$는 등가속직선운동의 평균속도이므로 식 1은 $\Delta x = \bar{v}t$와 같은 의미를 담고있다.(그림 1-30의 ㄱ에서 직4각형 ODB′C의 면적)

식 2는 식 1에 등가속직선운동의 속도공식 $v = v_0 + at$를 갈아넣어서 구할수 있다.

속도공식 $v = v_0 + at$를 리용하여 식 2에서 t를 없애면 변위와 속도, 가속도사이의 관계식이 얻어진다.

$$v^2 - v_0{}^2 = 2a\Delta x$$ 등가속직선운동의 변위와 속도, 가속도사이관계 (3)

등가속직선운동의 자리

식 2로부터 등가속직선운동하는 물체의 자리는

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$ 등가속직선운동의 자리 (4)

x_0 :처음자리[m], v_0 :처음속도[m/s]
a :가속도[m/s^2], t :시각[s]

만일 처음순간(t=0)에 물체가 자리표원점에 있었다면(x_0=0) 식 4는 다음과 같이 된다.

$$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad (5)$$

식 2와 식 5를 통하여 알수 있는것처럼 물체가 직선운동하는 경우에 자리표원점을 처음자리에 놓으면 변위와 자리가 일치한다. 그러므로 이러한 경우에는 자리와 변위를 특별히 구별하지 않고 다같이 x로 표시한다. 그러면 변위와 속도사이관계식 3도 다음과 같이 된다.

$$v^2 - v_0{}^2 = 2ax \qquad (6)$$

또한 물체의 처음속도가 령이면($v_0 = 0$) 식 1, 5, 6들은 각각 다음과 같이 표시된다.

$$x=\frac{1}{2}vt,\qquad x=\frac{1}{2}at^2,\qquad v^2=2ax$$

⚠ 우의 식들은 처음속도의 방향을 정의 방향으로 하고 세워진 식들이다.

속도가 증가하는 등가속직선운동에서는 운동방향이 바뀌지 않으므로 변위의 크기와 운동한 거리가 일치한다. 그러므로 우의 식들에서 변위대신에 거리 S를 바꾸어넣으면 거리구하는 공식을 얻을수 있다.

처음속도와 반대방향의 가속도를 가진 등가속직선운동

매끈한 경사면을 따라 올려민 물체의 운동을 살펴보자. 물체는 처음속도 v_0을 가지고 경사면을 따라 우로 올라가다가 다시 아래로 미끄러져 내려온다. 즉 운동이 한 직선우에서 일어나지만 운동과정에 운동방향이 반대로 바뀌여진다.(그림 1-31)

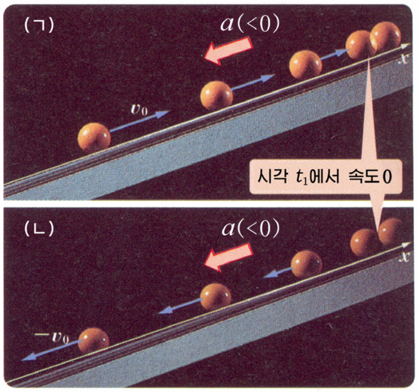


그림 1-31. 매끈한 경사면우에서 물체의 운동

이때 우로 올라가는 운동은 감속운동이고 미끄러져 내려오는 운동은 가속운동이다. 그러나 올라갈 때의 가속도와 내려올 때의 가속도는 크기도 같고 방향도 같다. 이처럼 운동하는 전기간 가속도의 크기와 방향이 변하지 않으므로 물체의 운동은 등가속직선운동이다.

그러므로 앞에서 얻어진 등가속직선운동의 속도, 변위, 자리공식들을 시간에 관계없이 그대로 쓴다. 다만 가속도의 방향이 처음속도의 방향과 언제나 반대이므로 식에 가속도의 값이 〈-〉부호를 가지고 들어갈뿐이다.

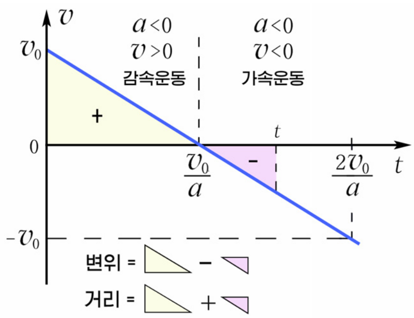


그림 1-32. 부의 가속도를 가진 물체의 속도그라프

가속도와 속도의 방향이 반대로 되는 경우에 물체는 보통 속도가 0으로 될 때까지 운동하고 멎어버린다. 그러나 우의 실례와 같은 경우에는 다시 반대방향으로 속도가 커지면서 본래자리쪽으로 되돌아오며 나중에는 본래자리를 지나 부의 방향으로 멀어지게 된다. 그림 1-32에 이 경우의 속도그라프를 보여주었다. 속도그라프를 통하여 시간에 따르는 속도의 변화와 변위를 알수 있으며 운동한 거리도 알수 있다.

⚠ 등가속직선운동을 연구할 때 보통 처음속도의 방향을 자리표축의 정의 방향으로 정하지만 그 반대로 정하여도 된다. 다만 정의 방향을 일단 정한 다음에는 도중에 바꾸지 말아야 하며 정의 방향의 자리, 변위, 속도, 가속도는 〈+〉로 , 반대방향은 〈-〉로 하여야 한다.

생각하기 그림 1-33에서 $a>0$인 경우와 $a<0$인 경우에 등가속직선운동의 속도와 변위, 자리, 거리그라프는 무엇이 차이나는가?

[례제] 등가속직선운동하는 물체가 점 A를 8m/s의 속도로 오른쪽으로 통과한 후에 점 A에서 6m 떨어진 점 B를 4m/s의 속도로 같은 방향으로 통과하였다.

ㄱ) 물체의 가속도를 구하여라.

ㄴ) 물체가 오른쪽으로 제일 멀리 가는 거리 l과 그때까지 걸리는 시간 t_1을 구하여라.

ㄷ) A점을 통과한 때로부터 3.5s 되는 시각에 물체의 속도와 자리, 그동안에 생긴 변위와 운동한 거리를 구하여라.

풀이. 주어진것: v_0=8m/s, S_1=6m

v_1=4m/s, t_2=3.5s

구하는것: ㄱ) a? ㄴ) l?, t_1?,

ㄷ) v?, x?, Δx?, S?

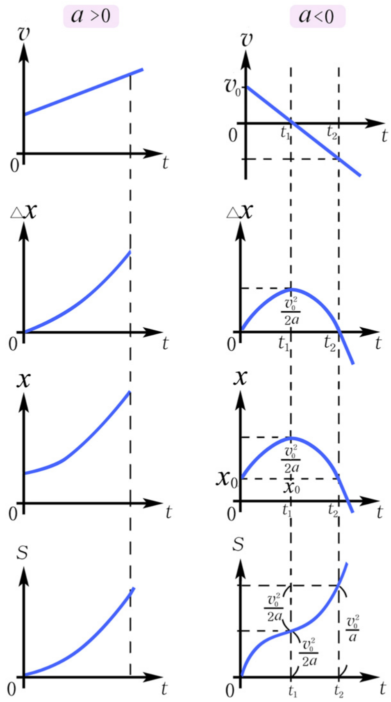


그림 1-33

A점을 자리표원점으로 하고 오른쪽을 정의 방향으로 하는 자리표계를 도입하자.

그러면 $x_0=0$, $\Delta x_1=S_1$

ㄱ) $2aS_1=v_1{}^2-v_0{}^2$으로부터

$$a=\frac{v_1{}^2-v_0{}^2}{2S_1}=\frac{4^2-8^2}{2\times6}=-4\ (\text{m/s}^2)$$

ㄴ) 오른쪽으로 제일 멀리 갔을 때에는 $v=0$이므로

$$2al=-v_0{}^2 \qquad \therefore\ l=\frac{-v_0{}^2}{2a}=\frac{-8^2}{2\times(-4)}=8\ (\text{m})$$

$$v-v_0=at_1 \qquad \therefore\ t_1=\frac{v-v_0}{a}=\frac{0-8}{-4}=2\ (\text{s})$$

ㄷ) $v=v_0+at_2=8-4\times3.5=-6\ (\text{m/s})$

$$x=v_0t_2+\frac{at_2{}^2}{2}=8\times3.5-\frac{4\times3.5^2}{2}=3.5\ (\text{m})$$

$$\Delta x=x-x_0=3.5-0=3.5\ (\text{m})$$

물체가 A점에서 8m인 곳까지 갔다가 3.5m인 곳까지 왔으므로

$$S=8+(8-3.5)=12.5\ (\text{m})$$

답. ㄱ) a=−4m/s^2:왼쪽 방향 ㄴ) l=8m, t_1=2s

ㄷ) v=−6 m/s:왼쪽 방향, x=3.5m, Δx=3.5m, S=12.5 m

문 제

1. 다음 문장들의 정확성을 판단하고 리유를 밝혀라.
   ㄱ) 물체가 직선운동을 하면 변위의 크기와 운동한 거리가 언제나 같다.
   ㄴ) 물체들이 운동한 거리는 달라도 변위는 같을수 있다.
   ㄷ) 등가속직선운동하는 물체의 같은 시간동안에 생긴 변위는 고르롭게 커진다.
   ㄹ) 가속도가 〈-〉인 운동의 변위는 언제나 부의 방향이다.
   ㅁ) 가속도가 〈-〉인 등가속운동은 감속운동이다.
2. 등가속직선운동하는 두 물체 A, B의 속도그라프(그림 1-34)를 보고 아래문장의 정확성을 판단하여라.
   ㄱ) 두 물체가 운동을 시작한 시각이 같다.
   ㄴ) 두 물체의 운동방향이 같다.
   ㄷ) 두 물체의 가속도가 같다.
   ㄹ) 3s인 시각 두 물체의 속도가 같다.
   ㅁ) 3s인 시각 두 물체의 자리가 같다.

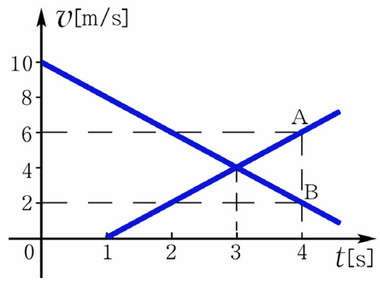


그림 1-34

3. 기차가 54km/h로부터 72km/h로 될 때까지 0.5m/s^{2}의 가속도로 등가속직선운동을 하고있다. 이 시간동안에 기차가 간 거리는 얼마인가?
4. 직선운동하는 두 자동차가 동시에 어떤 지점을 각각 36km/h, 54km/h의 속도로 같은 방향으로 통과하였다. 두 자동차는 각각 0.5m/s^2, -0.5m/s^{2}의 가속도로 등가속직선운동을 한다. 지점을 통과한 후 10s 되는 순간 두 자동차사이의 거리는 얼마인가?
5. 5m/s의 속도로 오른쪽으로 달리던 물체가 등가속운동을 하여 10s 지난 다음에는 왼쪽으로 3m/s의 속도를 가지였다.
   ㄱ) 가속도는 얼마인가?
   ㄴ) 이 운동에서 속도가 0으로 되는 순간은 몇s후인가?
   ㄷ) 10s동안에 물체의 변위와 이동한 거리는 얼마인가?



참고 등가속직선운동의 특징

① 가속도가 일정하다.(a=일정) 가속도그라프가 시간축에 평행인 직선이다.
② 물체의 속도가 시간에 따라 고르롭게 변한다.($v = v_0 + at$)
속도그라프가 시간축에 경사진 직선이다.
③ 변위가 시간의 2차함수이다. ($\Delta x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$)
변위의 그라프가 포물선이다.
④ 처음속도없이 등가속직선운동하는 물체가 같은 시간동안에 간 거리는 1:3:5: … 의 비로 증가한다.
⑤ 처음속도없이 등가속직선운동하는 물체의 속도의 두제곱은 변위에 비례한다.($v^2 = 2a\Delta x$)
$v^2 - \Delta x$ 그라프는 직선이다.

제 6 절. 자유락하운동

자유락하운동

두손에 각각 쥐고있던 돌과 종이장을 같은 높이에서 동시에 가만히 놓아보아라. 어떤 현상이 생기는가.

두 물체는 다같이 아래로 떨어진다. 그러나 돌은 빨리 떨어지고 종이는 천천히 떨어진다. 물체가 아래로 떨어지는것은 지구로부터 중력을 받기때문이다.

그런데 왜 돌은 빨리 떨어지고 종이는 천천히 떨어지는가.

이에 대하여 아리스토텔레스는 돌은 무겁고 종이는 가볍기때문이라고 하였다. 정말 그런가를 알아보자.

실험

○ 유리관속에 금속구와 깃털을 넣은 다음 관을 거꾸로 세워 물체들이 떨어지는 운동을 관찰한다.(그림 1-35) 금속구가 깃털보다 먼저 떨어진다.

○ 진공뽐프로 유리관속의 공기를 뽑은 다음 우와 같은 실험을 반복한다. 금속구와 깃털이 꼭같이 떨어진다.

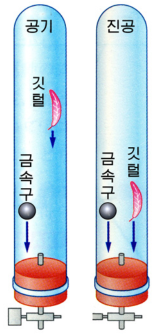


그림 1-35. 금속구와 깃털의 락하

실험을 통하여 무엇을 알수 있는가.

진공속에서 물체는 중력만을 받는다. 그러나 공기속에서 운동할 때에는 중력과 함께 공기의 저항을 동시에 받는다.

우의 실험적사실은 중력만을 받을 때 떨어지는 운동과 중력외에 공기저항과 같은 외부힘을 더 받을 때 떨어지는 운동이 다르다는것을 보여준다.

공기의 저항과 같은 아무러한 외부힘도 받지 않고 중력만을 받으면서 떨어지는 운동을 **자유락하운동**이라고 부른다.

자유락하하는 물체는 항상 지구중심쪽(드림선아래)으로 떨어진다.

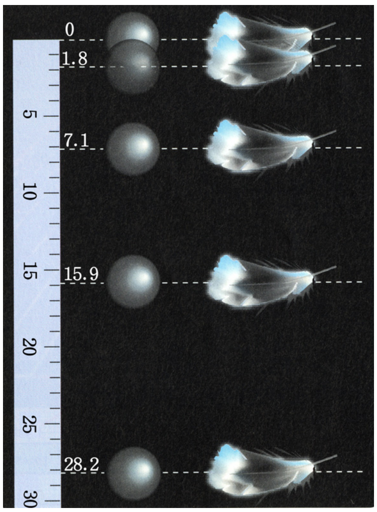


그림 1-36. 자유락하하는 물체의 스트로보사진

자유락하운동의 가속도. 그림 1-36에서 보여준 스트로보사진을 통하여 자유락하하는 물체가 같은 시간동안에 떨어진 거리의 비가 1:3:5: … 이라는것을 알수 있

다. 이것은 자유락하운동이 등가속직선운동이라는것을 의미한다.

앞에서 본 실험과 스트로보사진을 통하여 알수 있는것처럼 같은 거리를 자유락하하는데 걸리는 시간은 물체의 질량에 관계되지 않는다.

이것은 등가속직선운동인 자유락하운동의 가속도($a=\dfrac{2S}{t^2}$)가 물체의 질량이나 모양에 관계되지 않고 모두 같다는것을 보여준다.

자유락하운동의 가속도를 중력에 의하여 생긴 가속도라는 의미에서 **중력가속도**라고 부르며 g로 표시한다.

중력가속도의 크기는 주어진 자리에서는 일정한 값을 가지지만 자리가 변하면 조금씩 달라지는데 적도지방에서 극지방으로 가면서 9.78m/s^{2}으로부터 9.83m/s^{2}까지 커진다. 평양지방에서는 g=9.801 082m/s^{2}이다.

국제적으로는 g =9.806 65m/s^{2}을 표준값으로 리용하는데 보통 계산에서는 9.8m/s^{2}을 쓴다.

중력가속도의 방향은 언제나 드림선아래방향이다.

자유락하운동의 공식. 드림선아래방향을 y축으로 하고 떨어뜨리는 점을 자리표원점으로 하면 등가속직선운동의 공식으로부터 자유락하운동의 공식은 다음과 같이 표시된다.(그림 1-37)

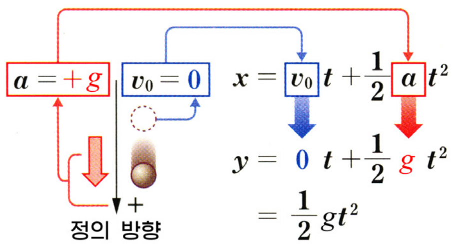


그림 1-37. 자유락하운동의 공식유도

자유락하운동의 공식들

$y=\dfrac{1}{2}gt^2$	변위(자리)	(1)
$v=gt$	속도	(2)
$v^2=2gy$	자리와 속도와의 관계	(3)

※ 자유락하운동에서는 물체가 떨어지는 높이가 변위와 일치하므로 떨어지는 높이를 h라고 하면 식 1과 3은 다음과 같이 쓸수도 있다.

$$h=\frac{1}{2}gt^2,\quad v^2=2gh$$

자유락하운동의 그라프는 그림 1-38과 같다.

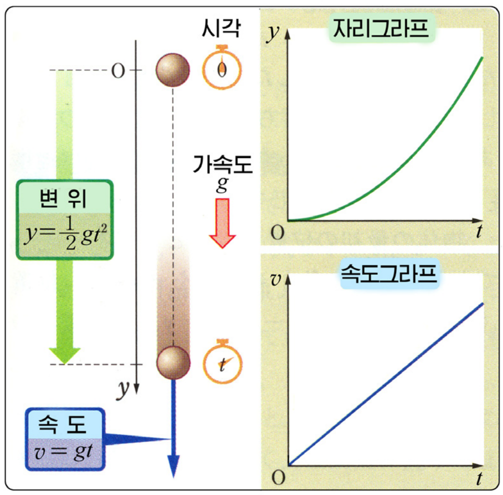


그림 1-38. 자유락하운동과 그의 그라프

드림선아래로 던진 물체의 운동

어떤 높이에서 물체를 드림선아래로 v_0의 처음속도로 내려던졌다고 하자. 이

경우에도 물체는 떨어지는 동안 중력만을 받으므로 중력가속도 g를 가지고 등가속직선운동을 한다. 다만 가속도방향과 같은 방향의 처음속도를 가지고있을뿐이다. 그러므로 던진 점을 자리표원점으로 하고 드림선아래방향을 정의 방향으로 하는 자리표축을 정하면 드림선아래로 던진 물체의 운동은 그림 1-39와 같다.

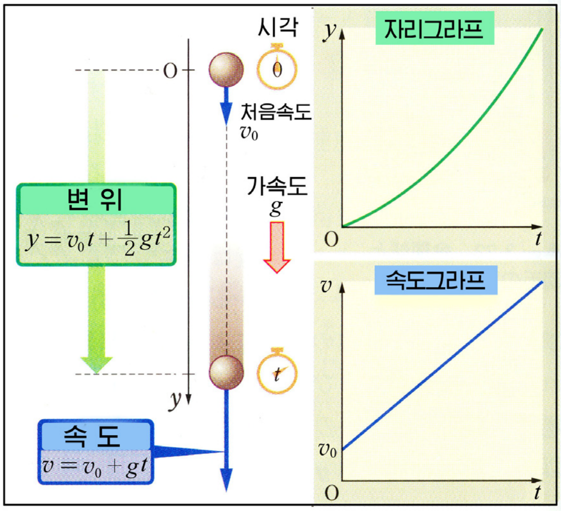


그림 1-39. 드림선아래로 던진 물체의 운동과 그의 그라프

드림선우로 던진 물체의 운동

물체를 드림선우로 v_0의 처음속도로 던졌다고 하자. 물체는 우로 올라가면서 속도가 점차 작아지는 감속운동을 하며 최고점에서는 속도가 령으로 된다. 그다음에는 아래로 떨어지는데 자유락하운동과 같다. 공기저항을 받지 않는다면 물체는 운동하는 전기간 중력만을 받으므로 중력가속도 g를 가지고 등가속직선운동을 한다. 다만 올라갈 때에는 속도의 방향과 가속도의 방향이 반대이고 내려올 때에는 같은 방향을 가진다.

던진 점을 자리표원점으로 하고 처음속도의 방향인 드림선웃방향을 정의 방향으로 하는 자리표축을 정하면 중력가속도의 방향은 드림선아래방향으로서 언제나 부의 방향으로 향한다. 이것을 고려하여 드림선우로 던진 물체의 운동을 표시하면 그림 1-40과 같다.

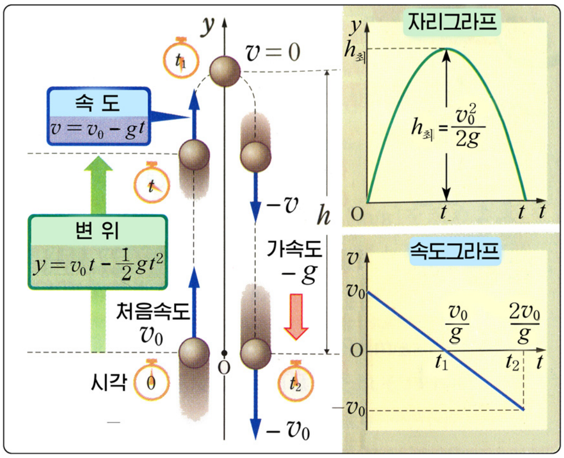


그림 1-40. 드림선우로 던진 물체의 운동과 그의 그라프

물체를 던진 점을 자리표원점으로 하였을 때 드림선우로 던진 물체의 자리는 변위와 일치한다. 그러나 자리표원점과 던진 점이 다를 때에는 다음과 같이 계산된다.

$$y=y_0+v_0t-\frac{1}{2}gt^2 \qquad \text{드림선우로 던진 물체의 자리} \qquad (4)$$

y_0:던진 점의 자리[m], v_0:던진 순간의 속도[m/s]
t:던진 때로부터 흘러간 시간[s], y:t시각의 자리[m]

⚠ 드림선우로 던진 물체의 운동공식들은 우로 올라갈 때에만 쓰는것이 아니라 올라갔다 내려오는 운동의 전 구간에서 다 쓴다.

[례제] 한 물체를 19.6m/s의 속도로 드림선우로 던진 다음 1s 지나서 다른 물체를 같은 속도로 올려던졌다. 두번째 물체가 던져진 후 몇s만에 어디에서 두 물체가 만나겠는가? 만나는 순간 두 물체의 속도는 각각 얼마인가?

풀이. 주어진것: $v_{10}=v_{20}=19.6\,\text{m/s}$

구하는것: t?, h?, v_1?, v_2?

두번째 물체를 던진 시각으로부터 흘러간 시간을 t라고 하면 첫번째 물체가 운동한 시간은 $t+1$이므로 던진 점을 자리표원점으로 하면

t시각에 첫째 물체의 자리 $\quad y_1=v_{10}(t+1)-\dfrac{1}{2}g(t+1)^2$

둘째 물체의 자리 $\quad y_2=v_{20}t-\dfrac{1}{2}gt^2$

두 물체가 만난다는것은 같은 시각에 같은 자리에 도착한다는것을 의미한다.

그러므로 $v_{10}(t+1)-\dfrac{1}{2}g(t+1)^2=v_{20}t-\dfrac{1}{2}gt^2$이 만족되는 t시각에 두 물체가 만나게 된다.

식을 풀면 $\quad t=\dfrac{v_{10}}{g}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{19.6}{9.8}-\dfrac{1}{2}=1.5\,(\text{s})$

만나는 점의 높이는 $\quad h=y_2=v_{20}t-\dfrac{1}{2}gt^2=19.6\times1.5-\dfrac{1}{2}\times9.8\times1.5^2\approx18.4\,(\text{m})$

만나는 순간 두 물체의 속도는

$$v_1=v_{10}-g(t+1)=19.6-9.8\times(1.5+1)=-4.9\,(\text{m/s})$$

$$v_2=v_{20}-gt=19.6-9.8\times1.5=4.9\,(\text{m/s})$$

답. $t=1.5\text{s}$, $h\approx18.4\text{m}$, $v_1=-4.9\text{m/s}$, $v_2=4.9\text{m/s}$

문제

1. 자유락하하는 물체의 2s후 속도와 그동안에 운동한 거리, 44.1m 떨어졌을 때의 속도와 그때까지 운동한 시간, 락하하기 시작하여 2s인 때로부터 4s인 때까지 운동한 거리, 2s동안에 생기는 속도변화량을 구하여라.
2. 다음의 그라프에서 자유락하운동, 드림선우로 던진 물체의 운동, 드림선아래로 던진 물체의 운동을 지적하여라.(그림 1-41)

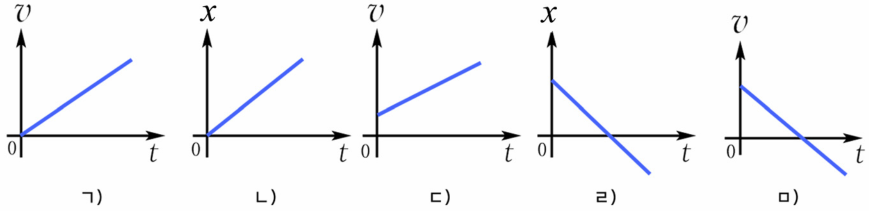


그림 1-41

3. 우로 던진 물체가 44.1m 높이까지 올라갔다. 처음속도가 얼마였는가? 던진 때로부

터 떨어질 때까지의 시간은 얼마인가?

4. 한사람이 공을 드림선우로 올려던지고 2s후에 잡는다. 공기의 저항은 없다. 공의 처음속도는 얼마인가? 공은 그것을 던진 곳으로부터 얼마만한 높이까지 올라갔겠는가?
5. 자유락하하는 물체가 마지막 1s동안에 떨어진 거리는 전체 거리의 절반이다. 이 물체가 떨어지는데 걸린 전체 시간은 얼마인가? 또 이 물체는 얼마만한 높이에서 떨어졌겠는가?

일화 갈릴레이에 의한 자유락하운동법칙의 발견

사람들은 무거운 물체가 가벼운 물체보다 빨리 떨어진다는 아리스토텔레스의 말을 실험도 해보지 않고 그대로 2 000년동안 믿어왔다.

당시 아리스토텔레스의 학설은 로마법왕에 의하여 《절대진리》로 지지를 받고있었던것만큼 그것을 의심하는 사람은 극형에 처하게 되여있었다. 갈릴레이(1564-1642)는 1583년에 흔들이의 등시성을 발견하였는데 흔들이가 되돌아오는 점에서부터 평형자리까지 내려오는데 걸린 시간이 흔들이의 무게와 진폭에 관계되지 않는다는 사실에 주의를 돌렸다.

이에 기초하여 떨어지는 물체의 운동을 깊이 연구하고 중력만을 받는 물체는 무게에 관계없이 꼭같이 떨어진다는것을 리론적으로 밝혔다.

갈릴레이는 이것을 실험적으로 증명하기 위하여 1589년에 피사의 사탑의 8층에 올라가 많은 사람들앞에서 무거운 물체와 가벼운 물체를 떨구는 실험을 하였다. 갈릴레이가 량손에 쥐였던 4.5kg짜리와 450g짜리 철구를 동시에 놓았더니 두 물체는 동시에 땅에 떨어졌다. 이로 하여 무거운 물체와 가벼운 물체가 동시에 떨어진다는 자유락하운동법칙이 발견되였다.

갈릴레이는 이처럼 가설을 세우고 깊이 궁리하여 법칙을 찾아내였으며 실험을 통하여 그 법칙을 증명하였다.

이러한 연구방법을 찾아낸것은 물리학의 연구방법과 수단을 밝힌것으로서 갈릴레이가 과학발전에 쌓은 공적중의 하나였다.



제 7 절. 속도의 합성과 분해

상대속도

땅에 서있는 관측자에게는 기차안의 당반에 올려놓은 짐이 기차와 함께 운동하는것으로 보이지만 기차안에 서있는 관측자에게는 멎어있는것으로 보인다. 또한 기차안에 있는 사람이 손에 쥐고있던 구를 놓았을 때 기차안의 관측자에게는 구가 드림선아래로 직선운동하는것으로 보이지만 땅에 서있는 관측자에게는 수평으로 던진 물체처럼 포물선운동을 하는것으로 보인다.(그림 1-42)

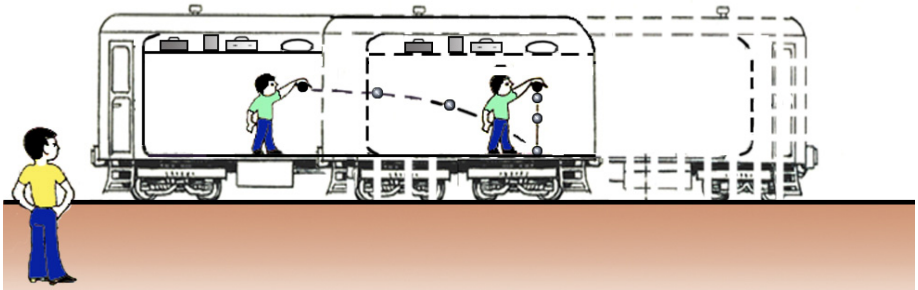


그림 1-42. 운동의 상대성

이처럼 기준계에 따라 물체의 운동이 다르게 보이는것을 **운동의 상대성**이라고 부른다.

운동이 상대성을 가지므로 물체의 운동속도는 기준계에 따라 달라지는 상대적인 량으로서 기준계를 정해야 의미를 가진다.

※ 기준계에 따라 달라지는 량은 **상대적인 량**이라고 하며 달라지지 않는 량은 **절대적인 량**이라고 한다.

기준으로 정한 물체 A에 대한 물체 B의 속도를 A에 대한 B의 **상대속도**라고 부르고 $\vec{v}_{BA}$로 표시한다.(그림 1-43)

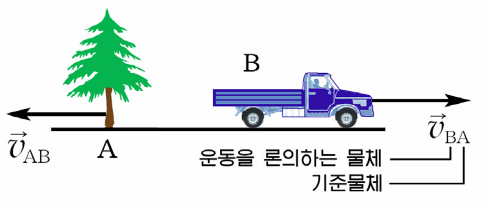


그림 1-43. 기준물체에 따르는 물체들의 상대속도

모든 물체의 속도는 상대속도이다.

※ 속도를 $\vec{v}_A$ 라는 형식으로 표시하는것을 자주 볼수 있는데 이것은 보통 지구에 대한 물체 A의 속도라는것을 의미하거나 기준물체를 특별히 지적할 필요가 없는 경우에 그러한 표시방법을 쓴다.

그림 1-43에서처럼 땅에 대하여 자동차가 동쪽으로 운동한다면 자동차에 대하여 나무는 서쪽으로 운동한다.

이처럼 운동을 론의하는 물체와 기준물체가 서로 바뀌면 속도의 크기는 변하지 않고 방향만 반대로 바뀐다.

$$\vec{v}_{AB} = -\vec{v}_{BA} \tag{1}$$

속도의 합성

땅(A)에 대하여 $\vec{v}_1$의 속도로 흐르는 강물(B)이 있다. 이 강물에 대하여 $\vec{v}_2$의 속도로 운동하는 배(C)의 땅에 대한 상대속도($\vec{v}=\vec{v}_{CA}$)를 어떻게 구할것인가.

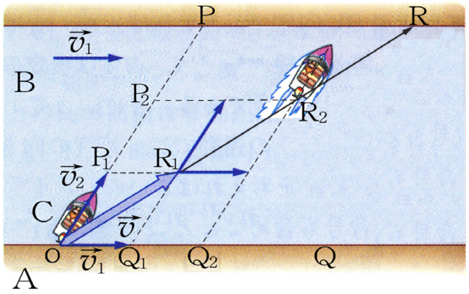


그림 1-44. 속도의 합성

배는 땅에서 보면 강물을 따라 떠내려가는 운동($\vec{v}_1$)과 강물에 대하여 건너가는 운동($\vec{v}_2$)을 동시에 하여 $\vec{v}$의 속도를 가지고 강을 건너간다.

이와 같이 한 물체가 두가지 운동을 동시에 할 때 매 운동속도는 **분운동속도**라고 부르며 분운동속도로 이루어진 물체의 운동속도를 **합운동속도**라고 부른다.

분운동속도를 알고 합운동속도를 구하는것을 **속도의 합성**이라고 부른다.

속도가 벡토르량이므로 합운동속도는 분운동속도들을 벡토르적으로 합치는 방법으로 구한다.

$$\vec{v}=\vec{v}_1+\vec{v}_2 \quad \textbf{속도의 합성} \qquad (2)$$

식 2를 기준계를 밝혀서 표시하면

$$\vec{v}_{CA}=\vec{v}_{BA}+\vec{v}_{CB} \qquad (3)$$

로 쓸수 있다.

식 3을 통하여 기준계 A에 대한 기준계 B의 속도와 기준계 B에 대한 물체 C의 속도를 알고 기준계 A에 대한 물체 C의 속도를 구하려면 속도합성방법을 리용해야 한다는것을 알수 있다.

속도를 벡토르적으로 합성한다는것은 어떻게 하는것인가.

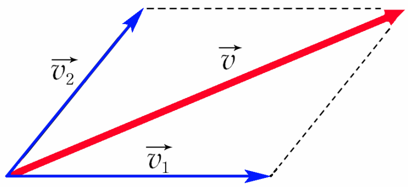


그림 1-45. 속도합성의 평행4변형법

우의 실례에서 4각형 $OP_1R_1Q_1$가 평행4변형이므로 합운동속도 $\vec{v}$는 분운동속도인 $\vec{v}_1$와 $\vec{v}_2$을 두 변으로 하는 평행4변형의 대각선의 길이와 크기가 같고 방향은 O에서 R_1쪽으로 향한다.

일반적으로 합운동속도벡토르는 분운동속도벡토르들을 두 변으로 하는 평행4변형의 대각선과 같다. 이것을 **속도합성의 평행4변형법***)이라고 부른다.(그림 1-45)

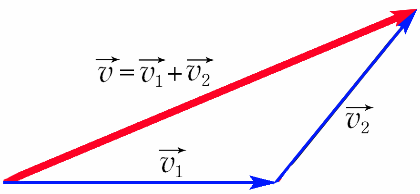
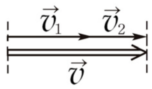
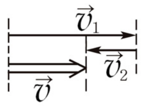
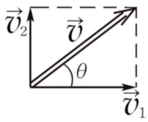
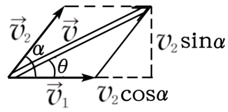


그림 1-46. 속도합성의 3각형법

속도합성은 3각형법으로도 할수 있다. 그림

1-46에서처럼 두 분운동속도벡토르들을 련이어 그렸을 때 첫 속도벡토르의 시작점에서 두번째 속도벡토르의 끝점으로 향하는 벡토르가 합운동속도벡토르이다.

두 분운동속도벡토르사이의 각에 따르는 합운동속도의 크기와 방향을 표로 만들어보면 다음과 같다.

두 분운동속도사이의 각	0°	180°	90°	α [°]
벡토르 도식				
합운동속도의 크기	$v = v_1 + v_2$	$v = v_1 - v_2$	$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$	$v^2 = v_1^2 + v_2^2 + 2v_1 v_2 \cos\alpha$
합운동속도의 방향	$\vec{v}_1$ 또는 $\vec{v}_2$ 의 방향	큰 속도의 방향 $\vec{v}_1$	$\tan\theta = \dfrac{v_2}{v_1}$	$\tan\theta = \dfrac{v_2 \sin\alpha}{v_1 + v_2 \cos\alpha}$

속도의 분해

땅에 대한 배의 속도를 알고 배가 강을 건너가는 속도와 떠내려가는 속도를 어떻게 구할것인가.

이것은 합운동속도를 알고 분운동속도를 구하는 문제이다.

이와 같이 합운동속도를 알고 분운동속도를 구하는것을 **속도의 분해**라고 부른다.

속도의 분해는 속도합성의 반대과정이므로 평행4변형법으로 한다.

다시말하여 합운동속도를 대각선으로 하는 평행4변형을 그리면 평행4변형의 이웃한 두 변들이 분운동속도로 된다.

---

*) 속도벡토르를 비롯한 모든 벡토르의 합성(더하기)은 평행4변형법 또는 3각형법으로 진행한다.

※ 3각형법은 본질에 있어서 평행4변형법이다.

두 벡토르 $\vec{a}$ 와 $\vec{b}$ 사이의 각이 α 라면 합벡토르 $\vec{c}$ 의 크기는 $\vec{a}$ 와 $\vec{b}$ 를 두 변으로 하는 평행4변형의 대각선의 길이와 같으므로 그림 1-47로부터

$$c^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cos\alpha$$

이다. 합벡토르의 방향은 대각선의 방향으로서 $\vec{a}$ 와 $\vec{c}$ 사이의 각이 θ 라면 $\tan\theta = \dfrac{b\sin\alpha}{a + b\cos\alpha}$ 가 되는 θ 방향이다.

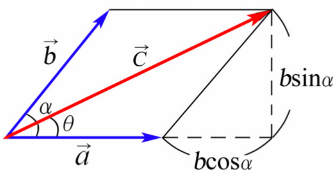


그림 1-47. 합벡토르의 크기와 방향

그림 1-48에서 v_x는 떠내려가는 배의 속도이고 v_y는 건너가는 배의 속도이다.

? $\vec{v}_1$의 속도로 흐르는 강물에서 배가 기슭에 대하여 수직으로 $\vec{v}$의 속도로 건너가려면 배를 어느쪽으로 얼마만한 속도로 몰아야 하겠는가.

이것은 땅에 대한 배의 속도($\vec{v}$)와 땅에 대한 강물의 속도($\vec{v}_1$)를 알고 강물에 대한 배의 속도($\vec{v}_2$)를 구하는 과정으로서 합운동속도와 한 분운동속도를 알고 다른 분운동속도를 구하는 속도의 분해과정이다.

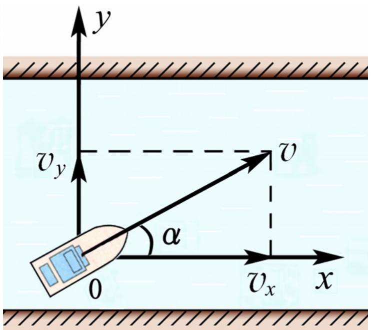


그림 1-48. 속도의 분해

식 2로부터

$$\vec{v}_2 = \vec{v} - \vec{v}_1 \qquad (4)$$

따라서 벡토르덜기*)의 평행4변형법 또는 3각형법으로 구할수 있다.

식 4를 기준물체를 밝혀서 표시하면 다음과 같다.

$$\vec{v}_{CB} = \vec{v}_{CA} - \vec{v}_{BA} \qquad (5)$$

이것은 한 기준계 A에 대한 두 물체 B와 C의 속도를 알고 한 물체 B에 대한 다른 물체 C의 상대속도를 구하는 과정이다.

이 경우에 상대속도는 보통 속도를 론의하는 물체의 속도에서 기준으로 정한 물체의 속도를 더는 방법으로 구한다.

생각하기 땅에 대하여 $\vec{v}_A$, $\vec{v}_B$의 속도로 운동하는 승용차 A와 B가 있다. 그림 1-49를 보고 승용차 A에 대한 승용차 B의 상대속도가 $\overrightarrow{PQ}$임을 설명하여라.

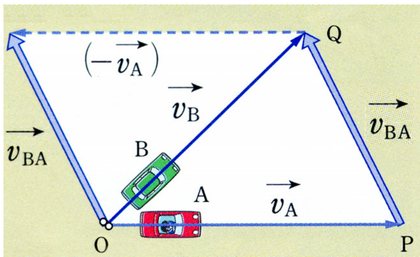


그림 1-49. 승용차 A와 B의 상대속도

---

*) 벡토르의 덜기는 평행4변형법으로 한다. 차벡토르 $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$는 $\vec{a}$벡토르와 $\vec{b}$벡토르의 반대벡토르인 $-\vec{b}$벡토르를 더하는 과정이다.

즉 $\vec{c} = \vec{a} + (-\vec{b})$이다. 그러므로 $\vec{a}$와 $-\vec{b}$를 두 변으로 하는 평행4변형의 대각선이 $\vec{a}$와 $\vec{b}$의 차벡토르 $\vec{c}$이다.(그림 1-50)

보다 합리적인 방법은 3각형법으로 더는것이다.

즉 덜리는 벡토르 $\vec{a}$와 더는 벡토르 $\vec{b}$의 시작점들을 한 점에 놓은 다음 더는 벡토르 $\vec{b}$의 끝점에서 덜리는 벡토르 $\vec{a}$의 끝점으로 향하는 벡토르를 그리면 그것이 차벡토르 $\vec{c}$로 된다.(그림 1-51)

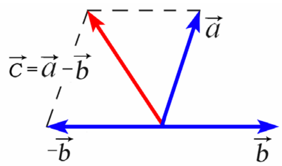


그림 1-50. 벡토르덜기의 평행4변형법

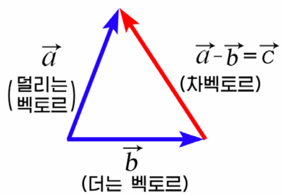


그림 1-51. 벡토르덜기의 3각형법

문 제

1. 너비가 200m, 흐름속도가 3m/s인 강에서 배를 흐름에 수직으로 몬다. 흐르지 않는 물에서 배의 속도가 4m/s이면 맞은편 기슭에 닿을 때까지 배는 몇m 가겠는가?
2. 흐르지 않는 물에서 5m/s의 속도로 나가는 배가 3m/s의 속도로 흐르는 너비가 80m인 강을 건너간다.
   ㄱ) 강을 수직으로 건너가려면 배를 어느 방향으로 몰아야 하며 몇s만에 건너가겠는가?
   ㄴ) 배를 어느 방향으로 몰아야 제일 빨리 건늘수 있으며 그때의 시간은 얼마인가?
3. 바람이 없는 날에 궤도전차의 창문에 드림선에 대하여 30° 의 각을 지어 우박이 떨어지고있다. 궤도전차의 속도를 10m/s라고 할 때 우박의 락하속도는 얼마인가?
4. 수평길에서 두 자동차 A, B가 각각 속도 v, $2v$로 달리고있다. 다음의 경우에 자동차 A에서 본 자동차 B의 속도는 얼마인가?
   ㄱ) 두 자동차가 같은 방향으로 달릴 때
   ㄴ) 두 자동차가 서로 반대방향으로 달릴 때
   ㄷ) 두 자동차가 서로 수직방향으로 달릴 때
5. 지하철도의 승강기우에 사람이 있다. 승강기가 운동할 때 거기에 탄 사람이 땅에 대하여 멎어있게 할수 있는가?

제 8 절. 곡선운동

지금까지 우리는 직선운동에 대하여 고찰하였다.

경기장주로를 따라 1 500m 달리기를 하는 선수의 운동이나 던져진 롱구공의 운동과 같이 많은 물체들의 운동은 곡선운동이다. 그가운데서 운동자리길이 한 평면우에 놓이는 곡선운동을 어떤 방법으로 연구하겠는가를 알아보자.

평면우에서 일어나는 물체의 운동은 평면직각자리표계를 써서 연구한다.

평면우에서 운동하는 물체의 자리

그림 1-52에서와 같이 어떤 순간에 강에서 배의 자리는 기준점 O로부터 북동쪽으로 100m 떨어진 점으로, 날아가는 새의 자리는 기준점 O로부터 수평방향에 대하여 30° 웃방향으로 200m 떨어진 점으로 나타낼수 있다. 이것은 질점의 자리를 질점이 있는 방향과 질점까지의 거리로서 나타낼수 있다는것을 의미한다.

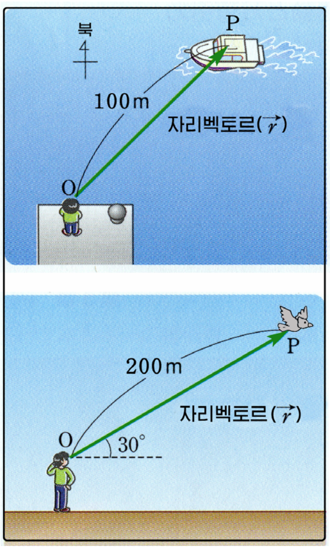


그림 1-52. 자리벡토르

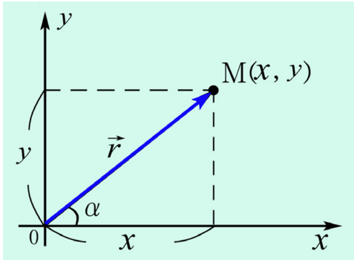


그림 1-53. 자리벡토르의 성분

기준점으로부터 주어진 점까지의 거리와 크기가 같고 기준점으로부터 주어진 점쪽으로 향하는 방향을 가진 벡토르를 **자리벡토르**라고 부른다. 자리벡토르는 $\vec{r}$ 로 표시한다.

평면우에서 질점의 자리는 평면직각자리표값 x, y 로 나타낼수도 있다. 이때 자리표값은 자리벡토르의 자리표축방향성분과 같다.(그림 1-53)

자리벡토르와 그의 성분사이관계

$$x = r\cos\alpha, \qquad y = r\sin\alpha$$
$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \qquad \tan\alpha = \frac{y}{x} \qquad (1)$$

곡선운동의 변위

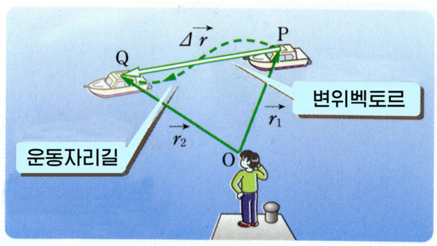


그림 1-54. 변위벡토르

그림 1-54에서와 같이 배가 점 P에서 Q까지 이동하였다고 하자. 이때 처음점 P에서 마지막점 Q로 향하게 그은 벡토르는 배의 자리변화량을 나타내는 변위벡토르이다. 이때 변위벡토르 $\Delta\vec{r}$ 는 그림의 △OPQ로부터 다음과 같다.

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \quad \text{변위벡토르와 자리벡토르사이의 관계} \qquad (2)$$

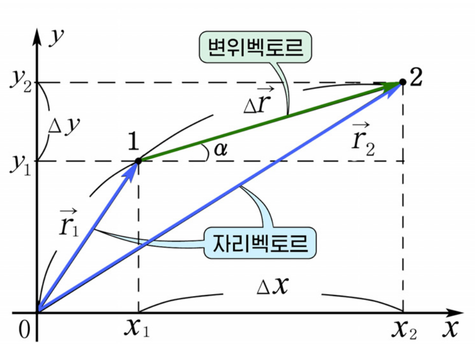


그림 1-55. 변위벡토르와 자리표값

변위벡토르는 처음자리($\vec{r}_1$)와 마지막자리($\vec{r}_2$)에만 관계되고 그사이 자리길에는 관계되지 않는다. 그러므로 곡선운동에서 변위의 크기는 운동한 자리길의 길이(거리)와 같지 않다.

변위벡토르의 x, y 축방향성분 Δx 와 Δy 는 질점의 x축방향의 변위와 y 축방향의 변위를 나타낸다.(그림 1-55)

변위의 크기와 변위의 방향을 직각자리표성분으로 표시하면 다음과 같다.

$$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \quad \text{변위의 크기} \qquad (3)$$
$$\tan\alpha = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad \text{변위의 방향} \qquad (4)$$

곡선운동속도

곡선운동은 속도가 변하는 부등속운동이다.

그림 1-56과 같이 물체가 평면우에서 곡선운동을 하고있는 경우에 속도를 알아보자. 물체의 평균속도는 단위시간동안에 생긴 평균변위와 같다.

$$\vec{v}_{평} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \qquad \textbf{평균속도}$$

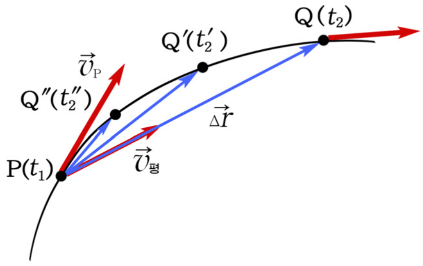


그림 1-56. 곡선운동의 속도

평균속도의 크기는 단위시간동안에 생긴 평균변위의 크기와 같고 방향은 변위 $\Delta\vec{r}$ 의 방향과 같다.

곡선운동하는 물체는 그의 운동방향이 부단히 변한다. 그러나 시간구간 Δt 를 매우 짧게 하여가면 그 시간동안에는 운동방향이 변하지 않는다고 볼수 있으며 빠른 정도도 변하지 않는다고 볼수 있다. 그러므로 주어진 점(P)을 지난 때로부터 매우 짧은 시간동안의 평균속도는 그 점(P)에서의 순간속도로 된다.

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \qquad (\Delta t \to 0) \qquad \textbf{순간속도} \qquad (5)$$

순간속도의 크기는 주어진 순간에(주어진 지점에서) 물체의 빠른 정도를 나타내며 순간속도의 방향은 주어진 순간에 물체의 운동방향(운동자리길의 접선방향)과 같다.

평면우에서 운동하는 물체의 순간속도를 x, y 축방향으로 분해하면 물체의 x 축방향의 순간속도 v_x 와 y 축방향의 순간속도 v_y 가 얻어진다.(그림 1-57)

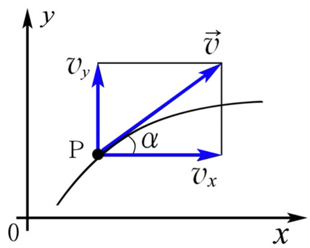


그림 1-57. 곡선운동의 속도성분

순간속도와 속도성분사이의 관계

$$v_x = v\cos\alpha, \qquad v_y = v\sin\alpha, \qquad v^2 = v_x^2 + v_y^2 \qquad (6)$$

곡선운동의 가속도

그림 1-58과 같이 곡선운동하는 물체가 t_1 시각에 점 P를 $\vec{v}_1$ 의 속도로 통과하고 t_2 시각에 점 Q를 $\vec{v}_2$ 의 속도로 통과하였다고 하자. 시간 $\Delta t = t_2 - t_1$ 동안에 물체의 속도는 $\Delta\vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ 만큼 변하였다. 그러므로 평균가속도는

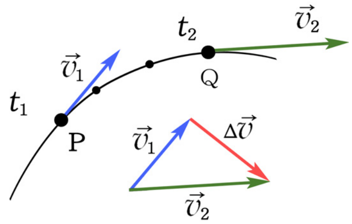


그림 1-58. 곡선운동의 속도변화

$$\vec{a}_{평} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} \qquad \textbf{평균가속도} \qquad (7)$$

평균가속도는 단위시간동안에 물체의 속도가 평균적으로 얼마나 변하였는가를 나타낸다.

시간구간 Δt를 매우 짧게 하여가면 그 시간동안에는 물체의 가속도가 일정하다고 볼수 있으므로 평균가속도가 P점에서의 순간가속도로 된다.

$$\vec{a}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \quad (\Delta t\to 0) \qquad \textbf{순간가속도} \tag{8}$$

순간가속도의 크기는 $a=\frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t}\ (\Delta t\to 0)$과 같고 가속도의 방향은 $\Delta\vec{v}$의 방향이다.

⚠ $\Delta v=v_2-v_1$은 속도의 크기변화량이고 $|\Delta\vec{v}|$은 속도변화량의 크기이다. 곡선운동에서는 이 두 값이 같지 않다.

곡선운동은 속도의 크기뿐아니라 방향도 시시각각으로 변하는 운동이므로 곡선운동의 가속도는 속도의 크기변화와 방향변화가 얼마나 빨리 일어나는가를 함께 나타낸다.

곡선운동의 가속도를 속도의 크기변화정도를 나타내는 가속도(운동방향의 가속도)와 속도의 방향변화정도를 나타내는 가속도(운동방향에 수직인 방향의 가속도)로 분해하여 고찰할수 있다.

또한 평면우에서 일어나는 곡선운동의 가속도는 직각자리표의 x축과 y축방향의 성분으로 분해하여 고찰할수 있다.

가속도와 그의 성분사이의 관계

$$a_x=\frac{\Delta v_x}{\Delta t}=a\cos\alpha\,,\qquad a_y=\frac{\Delta v_y}{\Delta t}=a\sin\alpha\,,\qquad a^2=a_x{}^2+a_y{}^2 \tag{9}$$

일반적으로 평면우에서 곡선운동을 연구할 때에는 운동을 x축방향과 y축방향의 운동으로 나누어 각각 고찰한 다음 다시 합성하는 방법으로 연구한다. 이때 매 자리표축 방향의 운동은 직선운동을 연구하는 방법과 같은 방법으로 연구한다.

그러므로 직선운동에서 리용하던 공식들과 그라프를 그대로 리용한다.

[례제] 호수에서 배가 동쪽방향과 30°의 각을 지어 북동쪽으로 4m/s의 속도를 가지고 떠났다. 배는 동쪽방향으로 0.1m/s²의 일정한 가속도를 가지고 운동한다. 1min후에 배의 자리와 속도의 크기를 구하여라.

풀이. 주어진것: v_0=4m/s, α =30°

a=0.1m/s² :동쪽방향

t=1min=60s

구하는것: x?, y?, v?

동쪽방향을 x축, 북쪽방향을 y축, 배가 떠난 자리를 자리표원점으로 하는 직각자리표계를 도입하자.

그러면 $v_{x0} = v_0 \cos\alpha = 4 \times \cos 30° = 3.46\ (\mathrm{m/s})$

$$v_{y0} = v_0 \sin\alpha = 4 \times \sin 30° = 2\ (\mathrm{m/s})$$

배는 x축방향으로는 등가속운동을, y축방향으로는 등속운동을 한다. 그러므로

$$a_x = a$$

$$v_x = v_{x0} + a_x t = 3.46 + 0.1 \times 60 = 9.46\ (\mathrm{m/s})$$

$$v_y = v_{y0} = 2\ \mathrm{m/s}$$

$$v = \sqrt{v_x{}^2 + v_y{}^2} = \sqrt{9.46^2 + 2^2} \approx 9.7\ (\mathrm{m/s})$$

$$x = v_{x0}t + \frac{1}{2}a_x t^2 = 3.46 \times 60 + \frac{1}{2} \times 0.1 \times 60^2 = 387.6\ (\mathrm{m})$$

$$y = v_y t = 2 \times 60 = 120\ (\mathrm{m})$$

답. 동쪽으로 387.6m, 북쪽으로 120m 되는 자리, 약 9.7m/s

문 제

1. 다음 문장들의 정확성을 판단하고 리유를 밝혀라.
   ㄱ) 처음자리에 자리표원점을 두면 자리벡토르와 변위는 일치한다.
   ㄴ) 속도의 방향은 변위의 방향과 같다.
   ㄷ) 평면우에서 운동하는 물체의 속도는 x축방향의 속도와 y축방향의 속도의 합과 같다.
   ㄹ) 곡선운동은 등가속운동이 될수 없다.
2. 질점이 직각자리표계에서 x_1=2cm, y_1=3cm인 점에서부터 x_2=3cm, y_2=5cm인 점으로 옮겨갔다. 두 점의 자리벡토르를 그리고 그것들의 크기와 방향을 결정하여라. 그리고 변위벡토르의 크기와 방향을 구하여라.
3. 질점이 r_1=6cm, α_1=30° 인 점에서부터 r_2=12cm, α_2=45° 인 점으로 옮겨졌다. 첫점과 마지막점의 자리표와 질점이 옮겨간 변위를 구하여라.
4. 물체의 처음속도의 크기는 10m/s이고 방향은 x축과 60° 의 각을 이룬다. 물체가 x축과 30° 의 방향으로 0.2m/s^{2}의 가속도를 가지고 등가속운동을 한다면 10s후의 물체의 속도와 자리를 구하여라.

제 9 절. 등속원운동

유희장에서 회전그네나 대관람차를 탄 학생의 운동자리길은 원이다. 이처럼 운동자리길이 원인 운동을 **원운동**이라고 부른다.(그림 1-59)


그림 1-59. 원운동

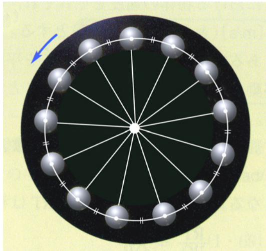
일반적으로 곡선운동은 속도의 방향이 부단히 변하므로 부등속운동이다.

원운동은 곡선운동이므로 부등속운동이다.

그러나 원운동가운데서 속도의 크기가 변하는 운동과 변하지 않는 운동을 구별하기 위하여 등속원운동이라는 말을 쓴다.

속도의 크기가 변하지 않는 원운동을 **등속원운동**이라고 부른다.

등속원운동하는 물체가 같은 시간동안에 지나가는 거리(활등의 길이), 같은 시간동안에 돌아간 각은 언제나 같다.(그림 1-60)


그림 1-60. 등속원운동의 스트로보사진

등속원운동의 주기와 회전수

원운동하는 물체가 얼마나 빨리 돌아가는가를 특징짓기 위하여 원운동의 주기와 회전수라는 물리적량을 도입한다.

원운동하는 물체가 한바퀴 돌아오는데 걸리는 시간을 원운동의 **주기(회전주기)**라고 부른다. 주기가 길면 물체는 천천히 돌아가고 짧으면 빨리 돌아간다.

주기의 단위는 1s이다. 생활에서는 주기의 단위를 1min 또는 1h을 쓰기도 한다.

원운동하는 물체가 단위시간동안에 돌아가는 수를 **회전수** 또는 **회전주파수**라고 부른다.

회전수의 단위는 $1s^{-1}$ 또는 $1min^{-1}$을 쓴다. $1s^{-1}$은 1s동안에 한번 돌아가는 회전수와 같은 값이고 $1min^{-1}$은 1min동안에 한번 돌아가는 회전수와 같은 값이다.

등속원운동은 주기와 회전수가 일정한 운동이다.

그러므로 등속원운동하는 물체가 t 시간동안에 N 번 회전하였다면 주기와 회전수는 다음과 같이 계산된다.

$$T = \frac{t}{N} \quad \text{등속원운동의 주기} \qquad (1)$$

$$n = \frac{N}{t} \quad \text{등속원운동의 회전수} \qquad (2)$$

※ 등속원운동이 아니라면 식 1, 2에서 T와 n는 평균주기, 평균회전수가 된다.

식 1과 2로부터 주기와 회전수사이의 관계식이 얻어진다.

$$T = \frac{1}{n} \qquad \text{주기와 회전수사이의 관계} \qquad (3)$$

식 3은 회전주기와 회전수사이에 거꿀비례관계가 있다는것을 보여준다.

등속원운동의 선속도

원운동하는 물체가 자리길을 따라 얼마나 빨리 운동하는가를 선속도로서 특징짓는다.

※ 선속도는 속도와 본질에서 같다. 다만 원운동에서 각속도와 구분하기 위하여 자리길(선)을 따라 운동하는 속도라는 의미에서 선속도라고 할뿐이다.

그림 1-61과 같이 물체가 반경이 R인 원자리길을 따라 Δt 시간동안에 P점에서 Q점으로 갔다고 하자. 이때 활등 $\overset{\frown}{PQ}$는 Δt 시간동안에 이동한 거리 ΔS이고 활줄 $\overline{PQ}$는 변위 $\Delta\vec{r}$의 크기와 같다. 시간 Δt를 짧게 하여 $\overset{\frown}{PQ} = \overline{PQ}$라고 볼수 있으면 $|\Delta\vec{r}| = \Delta S$이고 $\Delta\vec{r}$ 방향은 물체의 운동방향 즉 원의 접선방향으로 된다.

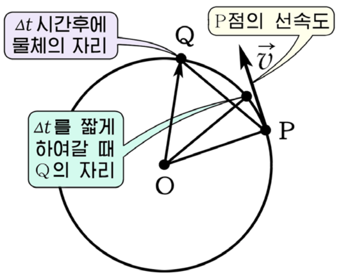


그림 1-61. 원운동의 선속도

원운동의 선속도의 크기는

$$v = \frac{\Delta S}{\Delta t} \quad (\Delta t \to 0) \qquad \text{원운동의 선속도} \qquad (4)$$

선속도의 방향은 주어진 자리에서 원의 접선방향이다.

선속도의 방향이 원의 접선방향이라는것은 실에 매달려 돌아가던 추가 실이 끊어졌을 때 접선방향으로 날아가는것, 자동차가 달릴 때 자동차바퀴에서 흙이 접선방향으로 튀여나는것, 연마석에서 불꽃이 접선방향으로 튀여나가는것 등의 실례를 통하여서도 알수 있다.

등속원운동의 경우에는 선속도의 크기가 변하지 않으므로 충분히 긴 시간(t)동안에 원둘레를 따라 이동한 거리(S)를 알면 선속도의 크기를 $v = \frac{S}{t}$로 계산할수 있다.

그런데 한주기동안에 물체가 이동한 거리 S는 한 원둘레의 길이 $2\pi R$와 같으므로 선속도의 크기는 다음과 같다.

$$v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R \cdot n \qquad \text{등속원운동의 선속도} \qquad (5)$$

각속도

물체가 원운동할 때에는 중심에서 물체쪽으로 그은 회전반경(OA)이 돌아간다.(그림 1-62) 이 반경이 돌아간 각을 물체가 돌아간 회전각(φ)이라고 표현한다.

같은 시간동안에 물체가 돌아간 각이 크면 물체는 빨리 돌아가며 작으면 천천히 돌아간다. 그러므로 단위시간동안에 물체가 돌아간 각과 같은 값을 가지는 량을 **각속도**라고 부른다.

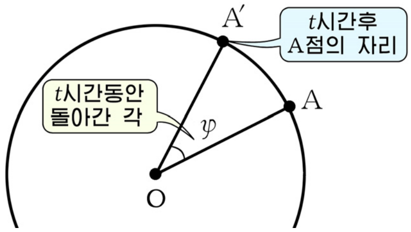


그림 1-62. 원운동하는 물체가 돌아가는 각

등속원운동하는 물체의 각속도는 돌아간 각을 그 각을 돌아가는데 걸린 시간으로 나누어 결정한다.

$$\omega = \frac{\varphi}{t} \qquad \text{등속원운동의 각속도} \qquad (6)$$

각속도를 계산할 때 돌아간 각의 단위는 반드시 1rad(**라디안***)으로 한다. 각속도의 단위는 1rad/s이다. 이것을 흔히 $1s^{-1}$으로 표시한다. 1rad/s는 1s동안에 1rad의 각을 돌아갈 때의 각속도와 같은 값이다.

각속도는 벡토르량이다. 그러므로 크기와 함께 방향을 가진다. 각속도의 방향은 물체의 회전방향으로 오른나사를 돌릴 때 오른나사가 이동하는 방향과 같다.(그림 1-63)

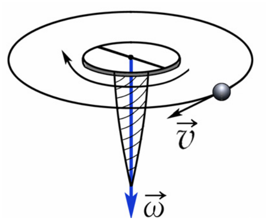


그림 1-63. 각속도의 방향

---

*) 라디안(rad)은 각도를 재는 단위의 하나이다.

원의 반경과 같은 길이의 활등에 해당한 중심각을 1rad(**라디안**)이라고 부른다.(그림 1-64)

1rad=57° 17′ 48″

라디안각은 활등의 길이를 반경으로 나누어 구한다.

$$\varphi = \frac{\ell}{R}\,[\text{rad}] \qquad (\ell:\text{활등의 길이},\ R:\text{반경})$$

그러면 360°=2πrad, 180°=πrad, 90°=$\frac{\pi}{2}$ rad, 30°=$\frac{\pi}{6}$ rad 등으로 된다.

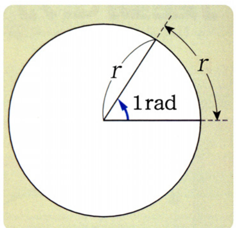


그림 1-64. 1rad

등속원운동하는 물체는 한주기(T)동안에 항상 2πrad만큼 돌아가므로 식 6으로부터

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot n \qquad \text{각속도와 주기, 회전수사이의 관계} \qquad (7)$$

등속원운동의 각속도는 주기에 거꿀비례하고 회전수에 비례한다.

등속원운동의 각속도를 알면 t시간동안에 돌아간 각을 계산할수 있다.

$$\varphi = \omega \cdot t \qquad \text{등속원운동하는 물체가 돌아간 각} \qquad (8)$$

식 5와 식 7로부터

$$v = \omega \cdot R \qquad \text{선속도와 각속도사이의 관계} \qquad (9)$$

원운동하는 물체의 선속도는 각속도에 반경을 곱한 값과 같다. 그러므로 선속도는 각속도가 클수록, 회전반경이 클수록 크다.

※ 식 9는 등속원운동의 경우로 유도되였지만 부등속원운동에서도 그대로 쓰인다.

문 제

1. 다음 문장의 빈자리에 알맞는 말을 써넣어라.
   ㄱ) 등속원운동의 각속도의 크기는 ______에 ______으로 재여진다. 각속도의 방향은 물체의 ______으로 ______를 돌릴 때 ______방향이다. 각속도의 단위는 ______이다.
   ㄴ) 등속원운동하는 물체의 선속도, 각속도, 주기, 회전수사이에는 다음과 같은 관계가 있다.

$$v = 2\pi \frac{\square}{\square} = 2\pi\square\square = \square \cdot R$$

$$\omega = \frac{\square\pi}{\square} = 2\square\square = \frac{\square}{R}$$

2. 지구의 자전각속도는 얼마인가? 지구의 반경은 6 370km이고 자전주기는 23h 56min 4s이다.
3. 수직선반으로 직경이 8m인 대형치차를 깎고있다. 수직선반의 밀판이 20min^{-1}의 회전수로 돌아간다면 치차테두리에 있는 점의 속도는 얼마인가?
4. 수류탄을 멀리 던지려면 몸을 회전시키면서 팔을 쭉 펴서 휘둘러던져야 한다. 그 리유는 무엇인가?

제 10 절. 등속원운동의 가속도

등속원운동을 살펴보면 속도의 크기변화는 없지만 $(\Delta v = 0)$ 속도의 방향이 변한다. 따라서 등속원운동에서도 속도가 얼마나 빨리 변하는가를 나타내는 량으로서 가속도를 생각하게 된다. 등속원운동의 가속도는 속도의 방향이 얼마나 변하는가를 나타내는 량이다. 등속원운동의 가속도를 **향심가속도**라고 부른다.

향심가속도의 크기



물체 A와 B가 등속원운동을 하고있다. 그림 1-65와 그림 1-66에서 보여준 두가지 경우에 어느 물체의 가속도가 더 크겠는가?

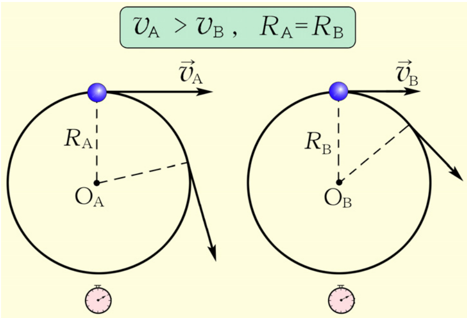


그림 1-65. 등속원운동의 반경이 같고 속도가 다른 경우에 속도가 큰 물체의 속도변화량이 더 크다

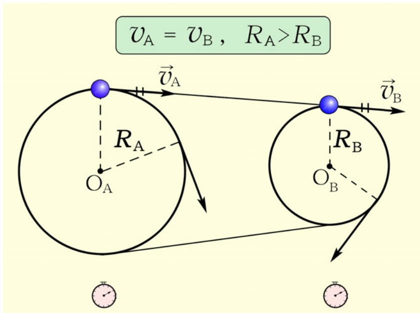


그림 1-66. 등속원운동의 속도가 같고 반경이 다른 경우에 반경이 작은 물체의 속도변화량이 더 크다

우의 문제고찰과정을 통하여 향심가속도의 크기가 속도와 반경에 관계된다는것을 알수 있다.

그림 1-67과 같이 물체가 A점에 있을 때의 속도를 $\vec{v}_0$, Δt 시간후 B점에 갔을 때의 속도를 $\vec{v}$ 라고 하자.

벡토르 $\vec{v}$ 의 끝점 C에서 $-\vec{v}_0$ 벡토르($\vec{v}_0$ 에 평행이고 방향이 반대인 벡토르)를 련이어 그리고 그 끝점을 D라고 하면 벡토르로 된 △BCD에서

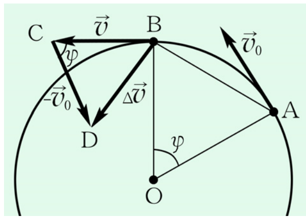


그림 1-67. 향심가속도의 크기와 방향

$\overrightarrow{BD} = \vec{v} + (-\vec{v}_0) = \vec{v} - \vec{v}_0$ 이므로 $\overrightarrow{BD} = \Delta\vec{v}$ 이다. 즉 $\overrightarrow{BD}$ 는 Δt시간동안에 생긴 속도변화량이다.

따라서 가속도는 $\vec{a} = \dfrac{\overrightarrow{BD}}{\Delta t}$ 이다.

그런데 $\overrightarrow{BD}$ 는 A점에서 B점으로 가는 긴 시간동안의 속도변화량이므로 $\vec{a}$ 는 그 시간동안의 평균가속도이다. 그러므로 A점에서 순간가속도를 구하려면 시간간격 Δt 를 짧게 하여 령에 가깝게 하여야 한다.

그러면 향심가속도의 크기는 이 경우에 $a_{향} = \frac{BD}{\Delta t}$ 로 계산된다.

Δt 를 매우 짧게 하여갈 때 $\overrightarrow{BD}$ 의 크기를 구하여보자.

그림 1-67에서 △BCD∽△AOB이므로

$$\frac{BD}{BC} = \frac{\overline{AB}}{BO} \quad \text{따라서} \quad BD = \frac{\overline{AB} \cdot BC}{BO}$$

그런데 $BO = R$, $BC = v$ 이고 Δt 를 매우 짧게 하여갈 때

$$\overline{AB} = \overset{\frown}{AB} = v \cdot \Delta t$$

이므로

$$BD = \frac{v \cdot v \cdot \Delta t}{R} = \frac{v^2 \cdot \Delta t}{R}$$

따라서

$$a_{향} = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R \qquad \textbf{향심가속도}$$

향심가속도의 크기는 속도의 두제곱 또는 각속도의 두제곱에 비례하며 원운동의 반경 R 에도 관계된다.

향심가속도의 방향

속도변화벡토르 $\overrightarrow{BD}$ 는 A점에서 B점으로 오는 긴 시간동안의 속도변화량이므로 이때 $\overrightarrow{BD}$ 의 방향은 그 시간동안의 평균가속도의 방향이다.

A점에서 순간가속도의 방향은 시간간격 Δt 를 짧게 하여 B점이 A점으로 매우 가까와질 때 $\overrightarrow{BD}$ 의 방향과 같다. 그림 1-67에서 $\angle BOA = \angle BCD = \angle \varphi$ 이고 $BC = CD = v$ 이므로 △BCD는 정각이 φ 인 2등변3각형이다. 그런데 Δt 를 점차 짧게 하여가면 $\angle \varphi$ 가 령으로 다가가므로 2등변3각형의 밑각인 ∠DBC가 90° 에 다가간다. 이것은 $\Delta t \to 0$일 때 $\overrightarrow{BD}$ 의 방향이 속도벡토르 $\vec{v}$ 에 수직방향인 원의 중심쪽으로 향한다는것을 의미한다.

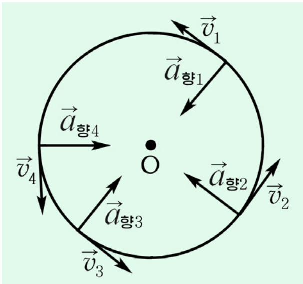


그림 1-68. 향심가속도의 방향

등속원운동하는 물체의 가속도의 방향은 매 순간 속도의 방향에 수직이며 원의 중심쪽으로 향한다.(그림 1-68)

이로부터 등속원운동의 가속도를 향심가속도라고 한다.

등속원운동하는 물체에서 선속도와 각속도 그리고 회전반경이 변하지 않으므로 향심가속도의 크기는 변하지 않지만 방향은 부단히 변한다.

그러므로 등속원운동은 속도가 변하는 운동일뿐아니라 가속도도 변하는 운동이다.

향심가속도는 등속원운동에서뿐만아니라 부등속원운동이나 곡선운동에서도 생각한다.

일반적으로 향심가속도는 곡선운동에서 속도의 방향이 얼마나 빨리 변하는가를 특징짓는 가속도로서 크기가 $a=v^2/R=\omega^2R$로 계산되며 방향은 운동방향과 수직으로 향한다.

[례제] 선풍기날개의 회전수가 1 800min^{-1}이다. 날개의 반경이 20cm라면 끝점의 향심가속도는 얼마인가?

풀이. 주어진것: $n=1\,800\text{min}^{-1}=30\text{s}^{-1}$

$R=20\text{cm}=0.2\text{m}$

구하는것: $a_{향}$?

등속원운동하는 물체에서 $\omega=2\pi\cdot n$이므로

$$a_{향}=\omega^2R=4\pi^2\cdot n^2R=4\times3.14^2\times30^2\times0.2\approx7\,098.9\,(\text{m/s}^2)$$

답. 약 7 098.9m/s^2

문 제

1. 다음 문장들의 정확성을 판단하고 리유를 밝혀라.
   ㄱ) 등속원운동은 등속운동이다.
   ㄴ) 등속원운동은 가속도가 일정한 운동이다.
   ㄷ) 등속원운동은 가속도의 방향이 일정한 운동이다.
   ㄹ) 등속원운동은 각속도가 일정한 운동이다.
   ㅁ) 원운동하는 물체의 속도가 2배로 커지면 향심가속도도 2배로 커진다.
2. 달이 지구둘레를 도는 주기는 27.3일이고 지구에서 달까지의 거리는 384 000km이다. 달의 향심가속도를 구하여라.
3. 다음 물음에 대답하고 리유를 밝혀라.
   ㄱ) 돌아가는 바퀴에서 어느 점의 향심가속도가 제일 큰가?
   ㄴ) 원주로를 따라 같은 속도로 달리는 두 스케트선수가 있다. 바깥주로와 안주로를 달리는 선수들중에서 어느 선수의 향심가속도가 큰가?
   ㄷ) 향심가속도의 크기가 반경에 비례하는가, 거꿀비례하는가?
4. 돌아가는 바퀴테두리우의 A점은 50cm/s의 속도로 운동하고 반경 OA우에 있는 점 B는 20cm/s의 속도로 운동한다. AB=15cm라면 바퀴의 각속도와 반경은 얼마인가? A점과 B점의 향심가속도는 얼마인가?

제 11절. 부등속원운동

부등속원운동의 각속도

회전그네가 떠날 때와 멎을 때처럼 선속도나 각속도가 시간에 따라 변하는 원운동을 **부등속원운동**이라고 부른다.

부등속원운동하는 물체가 같은 시간동안에 운동한 거리(또는 돌아간 각)는 같지 않다.(그림 1-69)

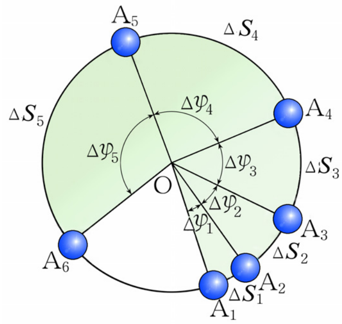


그림 1-69. 부등속원운동

그러므로 부등속원운동하는 물체가 어떤 시간동안에 돌아간 각 φ를 그 시간 t로 나누면 평균각속도가 된다.

$$\bar{\omega} = \frac{\varphi}{t} \quad \text{평균각속도} \tag{1}$$

부등속원운동하는 물체의 주어진 순간의 각속도를 알려면 그 순간으로부터 매우 짧은 Δt 시간동안에 돌아간 각 $\Delta\varphi$를 그 시간으로 나누면 된다. 이것을 **순간각속도**라고 부른다.

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad (\Delta t \to 0) \quad \text{순간각속도} \tag{2}$$

순간각속도는 Δt를 령으로 접근시켜갈 때의 평균각속도와 같다.

부등속원운동하는 물체가 돌아간 각은 운동을 등속원운동을 하였다고 볼수 있는 짧은 시간구간들로 나누고 매 시간구간에서 돌아간 각들을 구하여 합치는 방법으로 구한다.

$$\varphi = \omega_1 \Delta t_1 + \omega_2 \Delta t_2 + \cdots \tag{3}$$

부등속원운동의 가속도

부등속원운동하는 물체가 Δt 시간동안에 A점에서 B점으로 돌아갔다고 하자. A점에서 물체의 속도를 $\vec{v}_0$, B점에서의 속도를 $\vec{v}$라고 하면 그림 1-70의 △BCD에서 $\overrightarrow{BC} = \vec{v}$, $\overrightarrow{CD} = -\vec{v}_0$이고 $\overrightarrow{BD} = \vec{v} - \vec{v}_0 = \Delta\vec{v}$이다.

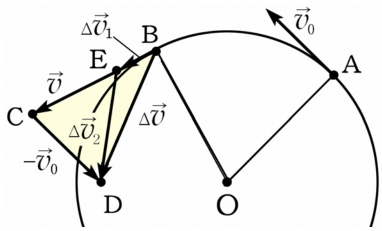


그림 1-70. 부등속원운동의 가속도의 크기와 방향

이제 $\overrightarrow{BC}$ 우에 EC=CD가 되는 점 E를 정하면 $\overrightarrow{BE} = \Delta\vec{v}_1$는 속도의 크기변화를 나타내는 벡토르이며 $\overrightarrow{ED} = \Delta\vec{v}_2$는 속도의 방향변화를 나타내는 벡토르이다.

△BED에서 $\Delta\vec{v}=\Delta\vec{v}_1+\Delta\vec{v}_2$이다. 그러므로 Δt시간동안의 물체의 평균가속도는

$$\bar{a}_{평}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{\Delta\vec{v}_1+\Delta\vec{v}_2}{\Delta t}=\frac{\Delta\vec{v}_1}{\Delta t}+\frac{\Delta\vec{v}_2}{\Delta t}$$

시간구간 Δt를 령으로 접근시켜갈 때 평균가속도가 순간가속도로 되므로 부등속원운동의 순간가속도는 다음과 같이 표시된다.

$$\vec{a}=\frac{\Delta\vec{v}_1}{\Delta t}+\frac{\Delta\vec{v}_2}{\Delta t}\qquad(\Delta t\to 0)\qquad(4)$$

식 4에서 $\frac{\Delta\vec{v}_1}{\Delta t}=\vec{a}_t$라면 $\vec{a}_t$는 속도의 크기가 얼마나 빨리 변하는가를 나타낸다.

속도의 크기가 얼마나 빨리 변하는가를 나타내는 가속도 $\vec{a}_t$를 **접선가속도**라고 부른다.

$\vec{a}_t$의 크기는 $|\Delta\vec{v}_1|=\Delta v$이므로 다음과 같다.

$$a_t=\frac{\Delta v}{\Delta t}\qquad(\Delta t\to 0)\qquad \textbf{접선가속도의 크기}\qquad(5)$$

접선가속도 $\vec{a}_t$의 방향은 $\Delta\vec{v}_1$의 방향과 같은데 가속운동인 경우($v>v_0$)에는 속도의 방향(운동방향)과 같은 방향이고 감속운동인 경우($v<v_0$)에는 속도의 방향과 반대방향이다. 이와 같이 가속도의 방향이 언제나 접선방향이므로 이 가속도를 접선가속도라고 부르는것이다. 접선가속도는 본질에서 직선운동의 가속도와 같다.

식 4에서 $\frac{\Delta\vec{v}_2}{\Delta t}=\vec{a}_n$이라면 $\vec{a}_n$은 속도의 방향이 얼마나 빨리 변하는가를 나타내는 가속도이다.

속도의 방향이 얼마나 빨리 변하는가를 나타내는 가속도 $\vec{a}_n$을 **법선가속도**라고 부른다.

이것은 앞절에서 학습한 향심가속도와 크기와 방향이 꼭같다.(유도과정도 같다.) $\vec{a}_n$의 방향이 자리길의 접선에 수직(원의 중심쪽)인 방향이므로 이 가속도를 법선가속도 또는 향심가속도라고 부르는것이다.

법선가속도의 크기는

$$a_n=\frac{v^2}{R}=\omega^2 R\qquad \textbf{법선가속도의 크기}\qquad(6)$$

식 4로부터 부등속원운동의 가속도 $\vec{a}$는 접선가속도 $\vec{a}_t$와 법선가속도 $\vec{a}_n$의 벡토르합과 같다. 이 가속도 $\vec{a}$를 **전가속도**라고 부른다.(그림 1-71)

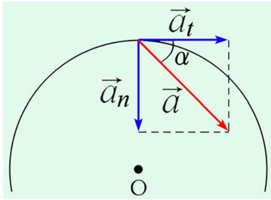


그림 1-71. 부등속원운동의 전가속도

$\vec{a}=\vec{a}_t+\vec{a}_n$	전가속도	(7)
$a=\sqrt{a_t^{\ 2}+a_n^{\ 2}}$	전가속도의 크기	(8)
$\tan\alpha=\dfrac{a_n}{a_t}$	전가속도의 방향	(9)

등가속원운동

접선가속도의 크기가 일정한 원운동을 **등가속원운동**이라고 부른다.

⚠ 등가속원운동을 전가속도가 일정한 원운동으로 잘못 리해하지 말아야 한다.

등가속원운동은 속도의 크기가 고르롭게 변하므로 다음의 식이 성립한다.

$v=v_0+a_t t$	등가속원운동의 선속도	(10)
$a_t=\dfrac{v-v_0}{t}$	등가속원운동의 접선가속도	(11)

등가속원운동에서 법선가속도의 크기는 식 6으로 계산되는데 속도 v가 식 10에 의하여 결정되므로 시간에 따라서 변하게 된다.



그림 1-72를 보고 등가속원운동의 전가속도의 크기와 방향이 어떻게 변하는가를 따져보아라.

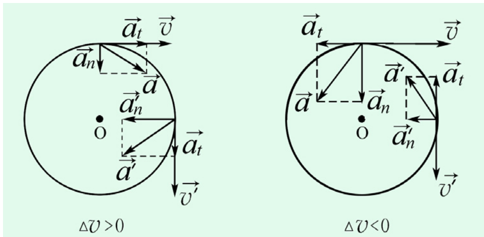


그림 1-72. 등가속원운동에서 전가속도의 변화

곡선운동은 회전중심과 반경이 변하는 원운동의 련속이라고 볼수 있다.(그림 1-73) 그러므로 우에서 취급한 원운동의 가속도에 대한 지식이 그대로 적용된다. 다만 법선가속도의 크기 $\dfrac{v^2}{R}$에서 원운동일 때에는 R가 일정하였지만 곡선운동일 때에는 R가 곡선의 곡률반경으로서 자리에 따라 그의 크기와 중심이 변한다.

그러므로 매 순간의 곡률중심과 곡률반경을 써야 한다.

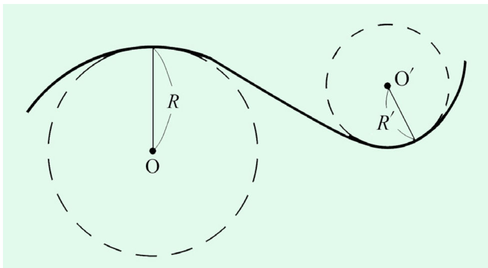


그림 1-73. 곡선운동의 곡률중심과 곡률반경

※ 곡선자리길의 주어진 점 A로부터 점 B까지의 자리길이 어떤 원의 활등이라고 볼수 있을 정도로 점 B를 A점에 가까이 정하였을 때 $\overset{\frown}{AB}$를 활등으로 하는 원의 중심을 A점에서의 자리길의 **곡률중심**이라고 부르며 곡률중심으로부터 주어진 점 A까지의 거리를 **곡률반경**이라고 부른다.

등가속곡선운동에서는 접선가속도를 리용하여 등가속직선운동의 속도, 거리공식들을 그대로 리용한다. 즉

$$v = v_0 + a_t t$$

$$S = v_0 t + \frac{1}{2} a_t t^2$$

⚠ 등가속곡선운동에서는 등가속직선운동의 자리와 변위공식을 쓸수 없다.

[례제] 유치원어린이들이 탄 회전비행기의 속도가 0.2m/s²의 접선가속도를 가지고 고르롭게 커진다. 운동하기 시작하여 20s후에 비행기의 향심가속도와 전가속도를 구하여라. 회전비행기의 회전반경은 5m이다.

풀이. 주어진것: $a_t = 0.2\,\text{m/s}^2$: 등가속원운동

$t = 20\text{s}$, $R = 5\text{m}$

구하는것: a_n?, a?

비행기가 등가속원운동하므로 $v = a_t \cdot t$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(a_t \cdot t)^2}{R} = \frac{(0.2 \times 20)^2}{5} = 3.2\ (\text{m/s}^2)$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{3.2^2 + 0.2^2} \approx 3.21\ (\text{m/s}^2)$$

답. 3.2m/s², 약 3.21m/s²

문 제

1. 다음 문장의 빈 자리에 알맞는 말을 써넣어라.
   접선가속도는 ______운동을 하는 물체의 _____의 _____가 얼마나 빨리 변하는가를 나타내며 그의 크기는 _____이고 방향은 ____경우에는 운동방향과 같고 ____경우에는 ______과 반대방향이다.
   법선가속도는 속도의 _____이 ____를 나타내며 그의 크기는 _____와 같고 방향은 _____으로 향한다. _____와 ____의 ______을 전가속도라고 부르는데 이것이 물체의 가속도이다.
2. 물체가 각속도 $\omega_1 = 2\ \text{s}^{-1}$로 3s동안, $\omega_2 = 3\ \text{s}^{-1}$로 2s동안 회전운동하였다. 운동하는 전기간 평균각속도는 얼마인가?
3. 물체를 수평면과 60° 의 각을 지어 던졌다. 처음속도는 20m/s이다. 최고점에서 자리길의 곡률반경을 구하여라.

참고 가속도에 따르는 운동의 분류

a	a_n	a_t	R (자리길반경)	운동의 이름
0	0	0	∞	등속운동
일정	×	×	×	등가속운동
일정	0	일정	∞	등가속직선운동
×	0	×	∞	부등가속직선운동
크기일정	크기일정	0	일정	등속원운동
×	×	크기일정	일정	등가속원운동
×	×	×	일정	부등가속원운동
×	×	0	×	등속곡선운동
×	×	크기일정	×	등가속곡선운동
×	×	×	×	부등가속곡선운동

※ 표에서 ×표시는 0, 일정, ∞가 아니라는것을 의미한다.

탐구

문제: 제트코스타가 그림 1-74와 같은 자리길을 따라 돌아갈 때의 운동을 관찰하고 분석하여라.

방향:
- 제트코스타가 자리길을 따라 돌아가는 동안 속도, 가속도의 변화를 관찰하여라.
- 운동자리길의 주어진 자리(A, B, C, D, E)에서 속도, 향심가속도, 접선가속도, 전가속도를 화살로 표시하여라.
- 제트코스타의 운동에 대한 종합적평가를 하여라.

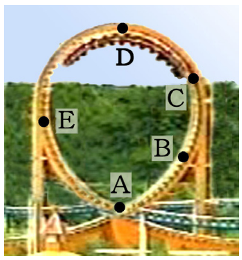


그림 1-74

참고 운동과 관련된 문제풀이 순차

① 물체의 운동상태를 따진다.

문제를 통하여 물체의 가속도, 속도(처음속도, 마지막속도), 자리(처음자리, 마지막자리), 자리길을 따져보고 물체가 어떤 운동을 하였는가를 판단한다. 운동의 특성량들을 따질 때에는 반드시 이미 주어진 조건을 정확히 써넣고 구할것이 무엇인가를 밝힌다.

② 기준계를 설정한다.

- 기준물체를 정하고 자리표원점과 자리표축을 설정한다.
- 기준물체는 주어진 조건에서 운동을 가장 단순하게 고찰할수 있도록 정한다.
- 직선운동은 직선자리표계, 평면에서 일어나는 운동(곡선운동, 서로 다른 직선에서 일어나는 두 물체의 운동 등)은 평면직각자리표계를 쓴다. 자리표원점은 될수록 물체의 처음자리에 두며 두 물체의 운동을 동시에 고찰할 때에는 어느 한 물체의 처음자리에 둔다. 그러나 필요에 따라 다른 자리를 자리표원점으로 정할수 있다.
- 자리표축은 직선운동인 경우에는 처음속도의 방향을 정의 방향으로 정하며 처음속도가 없는 경우에는 처음운동방향을 정의 방향으로 한다.

  한 직선우에서 일어나는 두 물체의 운동을 동시에 고찰하는 경우에는 어느 한 물체를 기준으로 하여 우와 같이 정한다.

  곡선운동인 경우에는 조건과 구하려는 값에 따라서 운동을 연구하는데 가장 합리적인 방향을 자리표축의 방향으로 정한다.
- 시간기준을 잘 정하여야 한다. 특히 두 물체의 운동을 함께 고찰할 때 시간의 기준을 정확히 정하고 운동시간을 따져야 한다.

③ 주어진 속도와 가속도를 기준계와 문제의 요구에 맞게 분석한다.

- 속도합성방법과 상대속도를 구하는 방법으로 해당한 기준계의 속도를 구하며 가속도도 같은 방법으로 해당한 기준계의 가속도를 알아낸다.
- 평면우에서 일어나는 운동인 경우에 속도의 분해방법으로 자리표축방향의 처음속도 또는 속도를 알아낸다.

  같은 방법으로 자리표축방향의 가속도성분을 알아낸다.

④ 우의 분석에 기초하여 알맞는 운동의 공식을 찾거나 그라프를 리용하여 문제를 푼다.

복습문제

1. A역에서 3h에 떠난 기차는 5h 30min에 B역에 도착하고 B역에서 4h 30min에 떠난 기차는 7h에 A역에 도착하였다. 역 A와 역 B사이의 거리가 50km라면 두 기차는 A역에서부터 얼마만큼 떨어진 점에서 몇h에 만나겠는가?

   (답. A역으로부터 40km 지점, 5h)

2. 소리의 속도가 c_1, c_2인 두 반원으로 고리를 용접하였다. 용접점을 두드려 생긴 소리파가 얼마만한 시간이 지나서 만나겠는가? 반경은 R이고 $c_1 > c_2$이다.

   (답. $t = \dfrac{\pi R(c_1 + c_2)}{2c_1c_2}$)

3. 두 물체의 자리표와 시간사이에는 다음과 같은 관계가 있다.

   $x_1 = 5 + 3t$[m], $x_2 = 2 + 4t$[m]

   $x - t$ 그라프를 그리고 두 물체가 만나는 점의 자리표와 시간을 구하여라. 두 물체는 어떤 운동을 하고있는가?

4. 다음의 그라프들을 보고 시간별로 운동을 밝혀라.(그림 1-75)

5. 등가속운동하는 물체의 속도가 t시간동안에 v_1에서부터 v_2로 커졌다. 평균속도와 그동안에 간 거리를 구하여라.

   (답. $\bar{v} = \dfrac{v_1 + v_2}{2}$, $S = \dfrac{v_1 + v_2}{2}t$)

6. 큰 배우에서 바줄을 일정한 속도로 당기면서 뽀트를 끈다. 뽀트의 속도는 점점 커지는가 작아지는가? 큰 배의 높이가 8m, 바줄의 길이가 10m, 바줄을 당기는 속도가 3m/s일 때 뽀트의 순간속도는 얼마인가? (답. 커진다. 5m/s)

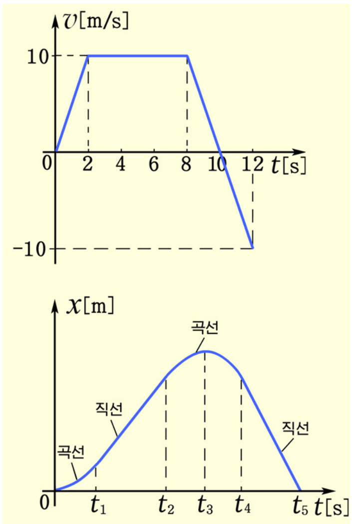


그림 1-75

7. 12m/s의 속도로 달리던 자동차가 0.4m/s^{2}의 가속도로 등가속직선운동하여 속도가 20m/s로 되였다. 이동안에 자동차가 운동한 거리를 구하여라.

   (답. 320m)

8. 자동차가 네거리에서 붉은 신호등앞에 멎었다. 푸른 신호등이 켜지자 자동차는 2m/s^{2}의 가속도로 운동하여 속도가 10m/s에 이르렀을 때부터 등속운동을 하였다. 푸른 신호등이 켜진 때부터 20s동안에 자동차가 간 거리를 구하여라.

   (답. 175m)

9. 자동보총의 총구를 지나는 총알의 순간속도가 710m/s이다. 총신안에서 총알의 가속도는 얼마이며 총신을 지나는 시간은 얼마인가? 총신의 길이는 41.5cm이다.

(답. 6.07×10^5m/s^2, 1.17×10^{-3}s)

10. 어느 한 정류소에서 출발한 뻐스가 등가속운동을 하여 어떤 자리를 지나가는 순간에 그것의 속도가 6m/s로 되였다. 이 거리의 절반되는 곳에 도달했을 때의 속도는 얼마인가? (답. 4.26m/s)

11. 기차가 운동하기 시작한 순간에 기차의 앞끝 땅우에 서있는 사람이 4s동안에 1번째 차량이 자기곁을 지나갔다는것을 알았다. 이 사람의 곁을 7번째 차량이 지나가는데 걸리는 시간은 얼마인가? (답. 약 0.8s)

12. 역에 들어서는 기차의 첫번째 차량이 땅우에 서있는 사람의 곁을 4s동안에 지나갔다. 두번째 차량은 5s동안에 이 사람의 곁을 지나갔다. 첫번째 차량의 앞끝이 이 사람이 서있는 곳에서 75m 거리에 있는 곳에 멈춰섰다면 기차의 가속도는 얼마인가? 기차의 운동은 등가속운동으로 보아라. (답. 0.25m/s^2)

13. 처음속도가 v_0인 물체가 등가속직선운동을 하여 t[s]동안에 S[m]만큼 갔다. T[s]인 순간의 속도는 얼마인가?

(답. $v=\dfrac{2ST+v_0t(t-2T)}{t^2}$)

14. 물체가 일정한 가속도 a를 가지고 직선길을 따라서 운동하기 시작하였다. 운동을 시작한지 t'시간후 물체의 가속도가 크기는 같고 방향이 반대로 되였다. 운동하기 시작하여 제자리로 돌아올 때까지의 시간 t를 구하여라.

(답. $t=(2+\sqrt{2})t'$)

15. 물체가 270m의 높이에서 자유락하한다. 이 높이를 세 구간으로 나누되 매 구간에서의 시간이 같게 하여라. (답. 30m, 90m, 150m)

16. 자유락하하는 물체가 어떤 시각 t_1와 t_2사이에 떨어진 거리는 14.7m이고 t_2-t_1=0.6s 걸렸다. 떨어지기 시작하는 시각을 0으로 하면 시각 t_1는 얼마인가? 시각 t_2일 때의 속도는 얼마인가? (답. 2.2s, 27.44m/s)

17. 드림선을 따라 5m/s의 속도로 올라가고있는 기구에서 물체를 가만히 놓았다. 물체가 땅에 떨어질 때까지 6s 걸렸다면 물체를 놓았을 때 기구는 얼마만한 높이에 있었는가? g=10m/s^{2}으로 보아라. (답. 150m)

18. 땅바닥에서 20m/s의 속도로 드림선을 따라 물체를 우로 던지는 순간에 10m의 높이에서 다른 물체가 자유락하한다. 두 물체는 몇s후에 만나겠는가? 만나는 점의 높이를 구하여라. (답. 0.5s, 약 8.8m)

19. 지붕끝에서 물방울이 떨어지고있다. 두번째 물방울이 떨어진 후 1s 지나서 첫번째 물방울과 두번째 물방울과의 거리가 14.7m로 되였다면 두 물방울은 지붕우에서 어떤 시간간격으로 떨어졌는가? 공기의 저항은 무시한다. (답. 1s)

20. 높은 곳에서 물체 A를 떨구고 그때로부터 t_0[s]후에 같은 높이에서 물체 B를 떨구었다. 물체 B에 대하여 물체 A는 어떤 운동을 하는가? 물체 B를 떨군 다음 t[s] 지나서 두 물체사이의 거리는 얼마인가?

(**답.** gt_0의 속도로 등속운동, $S=\frac{1}{2}gt_0^2+gt_0t$)

21. 돌을 자유락하시킨 다음 2s 되였을 때 다른 돌을 내려던져 그때로부터 3s후에 처음 돌을 맞히려고 한다. 내려던진 돌의 처음속도는 얼마이며 부딪친 곳은 어디인가? (**답.** 26.1m/s, 돌을 자유락하시킨 자리로부터 122.5m 되는 곳)
22. 물체를 드림선을 따라 우로 던질 때 최고높이까지 올라가는데 걸리는 시간과 그 절반을 올라가는데 걸리는 시간의 비는 처음속도에 관계없이 일정하다는것을 증명하여라.
23. 비오는 날 우산을 쓰고 갈 때 바람이 불지 않아도 왜 우산을 앞으로 약간 기울이는가?
24. 흐르지 않는 물에서 배의 속도가 강물의 흐름속도의 n배이다. 배가 강물을 거슬러 올라가는데 걸리는 시간은 강물의 흐름을 따라 같은 거리를 내려가는데 걸리는 시간의 몇배인가? (**답.** $\frac{n+1}{n-1}$)
25. 배가 강기슭에 대하여 45° 방향으로 4m/s의 속도로 간다. 강을 건느는데 2min 걸린다면 강의 너비는 얼마인가? (**답.** 339.4m)
26. 흐르지 않는 물에서 v_1의 속도로 헤염치는 사람이 v_2의 속도로 흐르는 강물을 따라 ℓ만 한 거리를 왕복하는데 걸리는 시간 t_1와 이 강에 수직인 방향으로 ℓ만 한 거리를 왕복하는데 걸리는 시간이 t_2이라면 t_1는 t_2의 몇배인가?

(**답.** $\frac{v_1}{\sqrt{v_1^2-v_2^2}}$)

27. 2km 거리에 떨어져있는 두 항구 A와 B에서 동시에 두 배가 떠난다. 한 배는 v_1의 속도로, 다른 배는 v_2의 속도로 간다. 첫 배의 운동방향은 직선 AB와 30°의 각을 이루고 둘째 배는 60°의 각을 이룬다. 두 배사이가 제일 가까와지는 거리를 구하여라. $v_2=\sqrt{3}v_1$이다.(그림 1-76) (**답.** 1km)

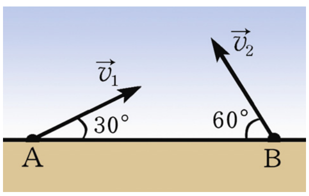


그림 1-76

28. 미끄러지지 않고 돌아가는 자동차바퀴의 테두리우에 있는 점 A, B, C, D의 땅에 대한 상대속도를 구하여라. 자동차바퀴의 각속도는 $10s^{-1}$, 반경은 50cm이다.(그림 1-77)
(**답.** $v_A=0$, $v_B\approx7.1$m/s 수평방향에 대하여 45° 웃방향, $v_C=10$m/s 운동방향, $v_D\approx7.1$m/s 수평방향에 대하여 45° 아래방향)

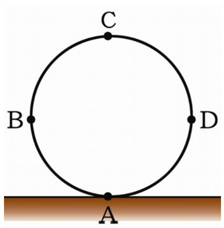


그림 1-77

29. 다음 물음에 대답하여라.
ㄱ) 《빠르다》와 《빨라진다》라는 말은 어떤 뜻에서 다른가?
ㄴ) 가속도가 0인 운동은 어떤 운동인가?
ㄷ) 접선가속도가 0인 원운동은 어떤 운동인가?

ㄹ) 법선가속도가 0인 운동은 어떤 운동인가?

30. 다음 문장들이 맞기 위한 조건은 무엇인가?

ㄱ) 가속도가 $2s^{-1}$인 물체는 2s동안에 4rad만큼 돌아간다.

ㄴ) 가속도가 $0.2m/s^2$인 물체가 5s동안에 가는 거리는 5m이다.

ㄷ) 속도가 2m/s인 사람이 10s동안에 가는 거리는 10m이다.

ㄹ) 원운동하는 물체의 향심가속도는 반경에 거꿀비례한다.

31. 두개의 원판이 하나의 축에 붙어서 $n=60s^{-1}$의 회전수로 돌고있다. 축에 평행되게 날아가는 총알이 이 두 원판을 꿰뚫고 지나갔다. 두 원판사이의 거리가 $d=0.5m$이고 두 원판에 뚫린 구멍이 서로 $\varphi=18°$의 각으로 어긋났다면 총알의 속도는 얼마인가?(그림 1-78)

(답. 600m/s)

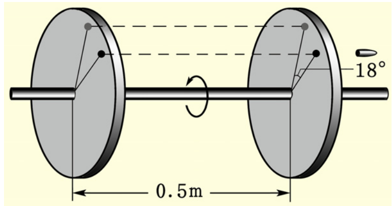


그림 1-78

32. 그림 1-79와 같은 피대전동장치가 있다. 큰 바퀴와 작은 바퀴의 테두리에 있는 점 A, B의 향심가속도가운데서 어느것이 더 큰가?

(답. 작은 바퀴의 향심가속도가 더 크다.)

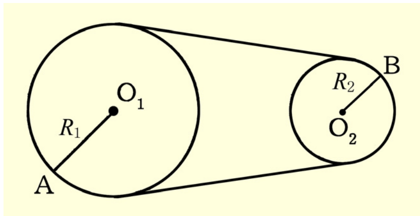


그림 1-79

33. 2m의 반경을 가지고 등가속원운동하는 물체의 어떤 순간의 접선가속도가 $3m/s^2$, 법선가속도가 $4m/s^2$이다. 물체의 속도는 ______이며 전가속도의 크기는 ______이고 방향은

______이다. 10s후에 물체의 속도는 ______이고 접선가속도는 ______이며 법선가속도는 ______이다.

34. 원운동하는 물체가 $n_1=10s^{-1}$ 회전수로 200바퀴 돌다가 $n_2=5s^{-1}$의 회전수로 50바퀴 돌았다면 전체 시간동안에 평균각속도는 얼마인가? (답. $52.3s^{-1}$)

35. 반경이 10m인 원을 따라 도는 물체의 속도가 일정한 비률로 점차 커진다. 움직이기 시작하여 5번 돌았을 때의 선속도가 10m/s이면 움직이기 시작하여 20s 지난 순간의 향심가속도는 얼마인가? (답. 약 $1m/s^2$)

36. 땅면에 반경이 R인 구모양의 물탕크가 있다. 땅걸면에서 던진 돌이 탕크의 정점을 지나 날아가게 하려면 최소 얼마의 속도로 던져야 하는가? 이때 돌을 수평면과 어떤 각도로 던져야 하는가? (답. $\sqrt{5gR}$, $\tan\alpha=2$)

제2장. 힘과 평형

물체의 운동은 힘과 밀접한 련관을 가지고있다. 힘에 대하여 잘 알아야 자연에서 일어나는 여러가지 물리적운동들을 원리적으로 파악할수 있으며 물리적현상들을 더잘 리해할수 있다.

이 장에서는 물리학을 학습하는데서 중요한 의의를 가지는 힘의 개념과 그 종류, 힘의 합성과 평형, 힘모멘트에 대하여 배우게 된다.



제 1 절. 힘과 그의 표시방법

힘

물체에 힘을 주면 어떤 변화가 생기는가.

멎어있던 축구공을 발로 차면 축구공이 힘을 받아 날아가고(그림 2-1) 굴러오는 축구공을 맞받아 적당한 힘을 주면 공이 멎는다. 또한 운동하는 축구공에 그의 운동방향으로 힘을 주면 운동속도가 더 빨라지고 반대방향으로 힘을 주면 떠지며 날아오는 축구공을 꺾어차면 운동방향이 달라진다. 이처럼 물체가 힘을 받으면 운동상태가 변한다.

따라서 물체의 운동상태가 변하면 물체에 힘이 작용하였다는것을 알수 있다.



그림 2-1. 축구공이 힘을 받아 날아간다

물체가 힘을 받으면 언제나 운동상태만 변하는것이 아니라 물체의 크기와 모양이 변하는 경우도 있다. 용수철에 힘을 주어 당기면 늘어나고 누르면 줄어들며 비틀면 꼬인다. 활줄을 당기면 활등이 휘여들고 놓으면 펴진다.(그림 2-2)

즉 모든 물체의 변형은 힘에 의하여 일어난다. 따라서 물체가 변형되면 물체에 힘이 작용했다는것을 알수 있다.

이와 같이 물체에 힘이 작용하면 물체의 운동상태가 변화되거나 변형이 일어난다.

즉 <u>힘은 물체의 운동상태를 변화시키거나 변형시키는 작용을 한다.</u> 이것은 힘의 작용효과가 운동상태의 변화나 변형을 통하여 나타난다는것을 말해준다.

때문에 물리에서는 물체의 운동상태를 변화시키거나 물체의 모양을 변형시키는 다른 물체의 작용을 **힘**이라고 부른다.

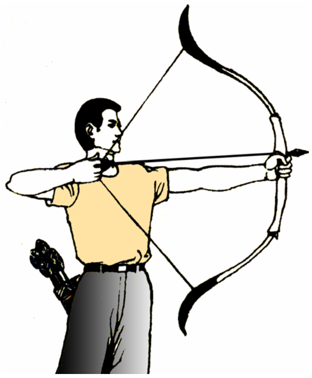


그림 2-2. 활줄을 당기면 활등이 휘여든다

물체들사이의 힘은 어떻게 작용하는가.

손으로 책상을 눌러 힘을 주면 책상은 손에 맞서는 힘을 준다. 축구공을 찰 때 발은 축구공에 힘을 주기만 하는것이 아니라 축구공으로부터 동시에 힘을 받는다. 손으로 용수철을 당기거나 누르면 반대로 용수철은 손을 당기거나 민다.

이와 같이 힘을 받는 물체는 힘을 받기만 하는것이 아니라 힘을 준 물체에 꼭 같은 힘을 준다. 즉 힘을 주기만 하는 물체나 힘을 받기만 하는 물체는 따로 없다.

<u>힘은 반드시 물체들사이의 호상작용으로 나타난다.</u>

그러므로 힘을 나타낼 때에는 힘을 주는 물체와 힘을 받는 물체를 명백히 나타내야 한다.

두 물체 A와 B가 서로 힘을 주고받을 때 물체 A가 물체 B에 주는 힘을 **작용**이라고 하면 물체 B가 물체 A에 주는 힘을 **반작용**이라고 부른다.

힘은 호상작용이므로 작용이 있으면 반드시 반작용이 있게 된다.

생각하기 물체가 지구로부터 받는 중력의 반작용은 어떻게 되는가?

힘의 표시

힘의 작용효과는 힘의 크기와 힘의 작용방향, 힘의 작용점에 따라 달라진다.(힘의 세 요소) 힘의 세 요소가 같으면 꼭같은 힘이고 어느 한가지만 달라도 서로 다른 힘이다.

힘은 크기와 방향을 가지기때문에 벡토르량이다.

힘벡토르는 $\boldsymbol{F}$ 또는 $\vec{F}$ 로 표시하며 크기만을 나타낼 때에는 F 또는 $|\boldsymbol{F}|$ 로 표시한다.

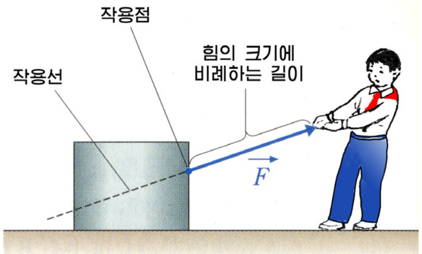


그림 2-3. 힘의 화살표시

힘벡토르는 화살로 표시할수 있다. 이때 힘화살의 길이는 힘의 크기에 비례되게 하며 힘화살의 방향은 힘벡토르의 방향으로 향하게 한다. 힘화살의 시작점은 힘벡토르의 작용점에 둔다.(그림 2-3)

힘의 작용점을 지나면서 힘의 방향으로 그은 직선을 **힘의 작용선**이라고 한다.

⚠ 굳은 물체에 힘이 작용할 때 그 작용점을 작용선우의 임의의 점에 옮겨놓아도 힘의 작용효과는 달라지지 않는다.

문 제

1. 다음 문장들의 정확성을 판단하고 리유를 밝혀라.
   ㄱ) 힘은 운동의 원인이다.
   ㄴ) 힘은 운동상태변화의 원인이다.
   ㄷ) 힘의 작용효과는 힘의 크기와 방향이 주어지면 결정된다.
   ㄹ) 크기와 방향이 같은 힘은 꼭같은 힘이다.
   ㅁ) 크기와 방향, 작용점이 같은 힘은 꼭같은 힘이다.
2. 실로 금속구를 매달아놓았다. 금속구에 작용하는 중력의 크기는 10N이고 작용점은 구의 중심에 있다. 실이 금속구를 드림선우로 당기는 힘의 크기는 10N이고 작용점은 구의 중심에 있다. 이 힘들을 힘화살로 표시하여라. 화살의 길이 1cm를 5N으로 보아라.
3. 수평인 책상면우에 금속구가 놓여있다. 금속구에 작용하는 중력의 크기는 5N이고 작용점은 구의 중심에 있다. 구에는 또한 왼쪽과 오른쪽에서 수평방향으로 끄는 힘이 작용하는데 힘의 크기는 각각 5N이고 그의 작용점도 구의 중심에 있다. 구에 작용하는 힘들을 힘화살로 표시하여라. 화살의 길이 0.5cm를 1N으로 보아라.
4. 수평인 책상면우에 책이 놓여있고 그우에 필갑이 놓여있다. 책과 필갑이 받는 힘들을 각각 찾고 무엇이 주는 힘이며 어디에 어느 방향으로 작용하는가를 지적하여라.

제 2 절. 한 점에 작용하는 힘의 합성과 분해, 힘의 평형

힘의 합성과 분해

두명의 학생이 물바께쯔를 함께 들고오는것을 한명의 학생이 받아온다고 하자.(그림 2-4) 이때 한명의 학생의 힘은 두 학생의 힘과 같은 효과를 나타낸다. 이와 같이 한 물체에 여러개의 힘이 동시에 작용할 때 이 힘들과 꼭같은 효과를 나타내는 한개의 힘을 **합력**이라고 부른다.

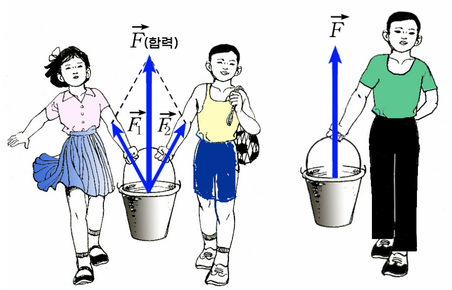


그림 2-4. 하나의 힘이 두 힘과 같은 효과를 나타낸다

그림 2-4에서 힘 $\vec{F_1}$과 $\vec{F_2}$는 분력이고 힘 $\vec{F}$는 합력이다.

여러개의 분력들을 합해서 합력을 구하는것을 **힘의 합성**이라고 부르며 주어진 한개의 힘을 여러개의 분력들로 갈라놓는것을 **힘의 분해**라고 부른다. 힘의 분해는 힘합성의 반대과정이다.

힘은 벡토르량이기때문에 그의 합성과 분해는 평행4변형법으로 한다.

한 직선우에서 작용하는 힘의 합성. 먼저 한 직선우에서 두 힘이 작용할 때 합력을 구하는 방법에 대하여 보자.

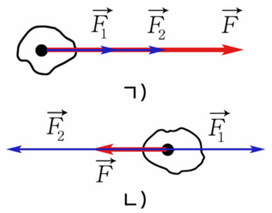


그림 2-5. 한 직선우에서 작용하는 두 힘의 합성

한 직선우에서 물체의 한 점에 같은 방향으로 작용하는 두 힘의 합력의 크기는 매개 힘들의 크기를 더한것과 같고 방향은 두 힘들의 방향과 같다.(그림 2-5의 ㄱ)

물체의 한 점에 반대방향으로 작용하는 두 힘의 합력의 크기는 큰 힘에서 작은 힘을 던것과 같고 방향은 큰 힘쪽으로 향한다.(그림 2-5의 ㄴ)

다음으로 한 직선우에서 여러개의 힘들이 작용할 때 합력을 구하는 방법에 대하여 보자.

이때에는 작용하는 힘들가운데서 어느 한 힘의 방향을 정의 방향으로 정하고 그와 같은 방향의 힘들은 모두 〈+〉로, 반대방향의 힘들은 모두 〈-〉로 하여 합하는 방법으로 합력을 구한다.

$$F = F_1 + F_2 + F_3 + \cdots + F_n = \sum_{i=1}^{n} F_i$$ 한 직선우에서 작용하는 힘들의 합력

※ 기호 Σ(시그마)는 합기호이다. 합기호는 보통 $\sum_{i=1}^{n} a_i$ 의 형식으로 쓰는데 이것은 $a_1 + a_2 + \cdots + a_n$을 의미한다.

이때 합력의 부호가 〈+〉이면 합력의 방향은 정의 방향이고 합력의 부호가 〈-〉이면 합력의 방향은 부의 방향으로 된다.

각을 지어 작용하는 힘들의 합성과 분해. 두 학생이 가래줄을 당길 때처럼 물체의 한 점을 각을 지어 당길 때 합력이 어떻게 되겠는가.

이것을 실험으로 알아보자.(그림 2-6)

실험

○ 그림 2-6의 ㄱ와 같이 물체의 한 점 O에 두 측력계를 각을 지어 걸고 분력 $\vec{F}_1$과 $\vec{F}_2$를 잰다. 다음 힘방향으로 분력의 크기에 비례되게 힘화살 OA와 OB를 그린다.

○ 그림 2-6의 ㄴ와 같이 물체의 같은 점 O에 하나의 측력계를 걸고 힘 $\vec{F}$를 잰다. 그리고 힘 $\vec{F}$에 비례되게 힘화살 OC를 그린다. 이때 힘 $\vec{F}$는 물체의 한 점 O에 각을 지어 작용하는 두 분력 $\vec{F}_1$과 $\vec{F}_2$가 작용했을 때와 같은 효과를 나타내는 하나의 힘이다. 바로 이 힘 $\vec{F}$가 분력 $\vec{F}_1$과 $\vec{F}_2$의 합력이다.

○ 그림 2-6의 ㄷ와 같이 힘화살의 끝점 A와 C, C와 B를 이어 4각형 OACB를 그린다. 그리고 변 OA와 BC, OB와 AC를 재여 비교해본다.

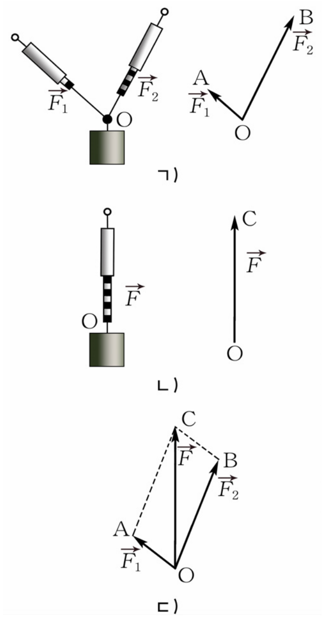


그림 2-6. 한 점에 작용하는 두 힘의 합성

우의 실험으로부터 무엇을 알수 있는가.

4각형 OACB는 OA와 OB를 두 변으로 하는 평행4변형이고 OC는 그의 대각선이라는것을 알수 있다.

이로부터 다음과 같은 결론을 얻는다.

<u>물체의 한 점에 각을 지어 작용하는 두 힘의 합력은 두 분력을 각각 두 변으로 하는 평행4변형의 대각선에 해당한 힘과 같다.</u> 이러한 합성방법을 **힘합성의 평행4변형법**이라고 부른다.

이때 합력의 크기는

$$F=\sqrt{F_1^{\,2}+F_2^{\,2}+2F_1F_2\cos\alpha}$$ 각을 지어 작용하는 두 힘의 합력

와 같고 방향은 $\tan\theta=\dfrac{F_2\sin\alpha}{F_1+F_2\cos\alpha}$에 의하여 결정된다.

(그림 2-7) 즉 합력의 방향은 분력 $\vec{F}_1$와 θ의 각을 이루는 방향이다. 이처럼 합력은 분력들의 크기뿐아니라 방향에 따라서도 달라진다.

즉 두 분력사이의 각 α가 작을수록 합력이 커진다.

힘의 합성방법을 거꾸로 적용하면 한개의 힘을 여러개의 분력으로 분해할수 있다.

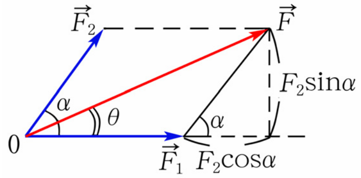


그림 2-7. 힘합성의 평행4변형법

한개의 힘을 두개의 분력으로 분해할 때 분력들의 크기도 방향도 다 주어지지 않으면 무수히 많은 분력쌍들로 분해할수 있다.(그림 2-8) 왜냐하면 대각선이 같은 평행4변형은 무수히 많이 그릴수 있기때문이다. 그러나 한개 분력의 크기와 방향이 주어지거나 두 분력의 방향들이 주어지면 하나의 분력쌍으로만 분해할수 있다.

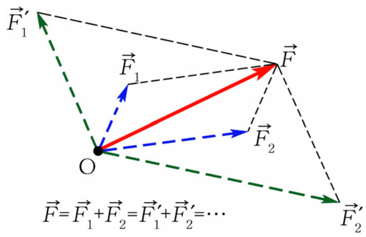


그림 2-8. 한개 힘의 분력쌍들은 무수히 많다



두 분력의 크기가 주어지면 힘을 하나의 분력쌍으로 분해할수 있는가?

힘을 직각자리표축방향으로 분해하면 힘성분들을 얻는다.(그림 2-9)

이때 주어진 힘과 힘성분들사이에는

$$\vec{F}=\vec{F}_x+\vec{F}_y,\quad F^2=F_x{}^2+F_y{}^2$$

$$F_x=F\cos\alpha,\quad F_y=F\sin\alpha,\quad \tan\alpha=\frac{F_y}{F_x}$$

의 관계식이 만족한다.

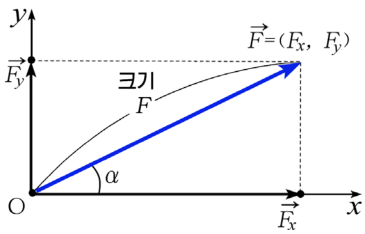


그림 2-9. 직각자리표계에서 힘의 성분

힘의 성분은 언제나 본래의 힘보다 클수 없지만 분력은 클수도 있다.(그림 2-8, 그림 2-9)

한 점에 작용하는 힘들의 평형

멎어있던 물체에 한 직선우에서 서로 반대쪽으로 향하며 크기가 같은 두 힘이 작용하면 물체는 멎어있고(그림 2-10) 어느 한쪽 힘이 세면 그쪽으로 움직인다. 물체가 멎어있는것은 량쪽으로 당기는 힘들이 비기기때문이다. 이때 물체를 당기는 힘들의 합력은 령으로 된다.

이처럼 물체의 한 점에 작용하는 두 힘이 비기면 그것들의 합력은 령으로 되며 이때 그 물체는 멎어있거나 등속직선운동한다.

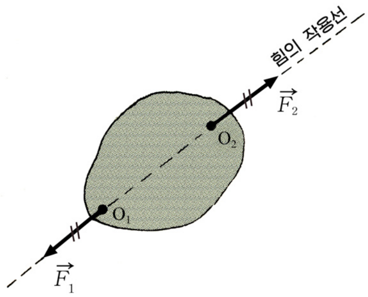


그림 2-10. 한 직선우에서 작용하는 두 힘의 평형

마찬가지로 한 물체에 여러개의 힘이 작용하는 경우에도 합력이 령이면 멎어있거나 등속직선운동한다.(그림 2-11)

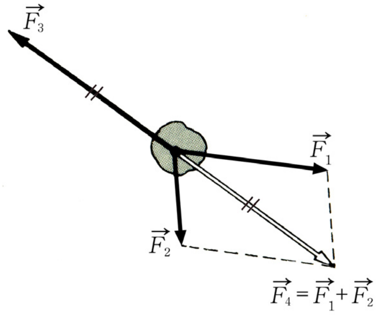


그림 2-11. 여러개의 힘이 작용할 때 힘들의 평형

물체가 힘들을 받고있는데도 멎어있거나 등속직선운동하면 물체에 작용한 힘들이 **평형을 이루고있다**고 말한다.

그러므로 힘들이 평형을 이루기 위한 조건을 다음과 같이 말할수 있다.

물체의 한 점에 작용하는 힘들의 합력이 령이면 그 힘들은 평형을 이룬다. 이것을 **힘의 평형조건**이라고 부른다. 즉

$$\vec{F}_1+\vec{F}_2+\cdots+\vec{F}_n=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i=0 \qquad \text{힘의 평형조건}$$

힘의 평형조건을 직각자리표계에서 성분별로 표시하면 다음과 같다.

$$F_{1x}+F_{2x}+\cdots+F_{nx}=\sum_{i=1}^{n}F_{ix}=0$$

$$F_{1y}+F_{2y}+\cdots+F_{ny}=\sum_{i=1}^{n}F_{iy}=0$$

[례제 1] 중력 $\vec{P}$ 를 받는 물체가 끈에 매달려있다.(그림 2-12) 물체는 끈을 통하여 힘 $\vec{F}$ 를 두 가름대에 준다. 두 가름대에 작용하는 분력을 평행4변형법으로 그려서 표시하여라.

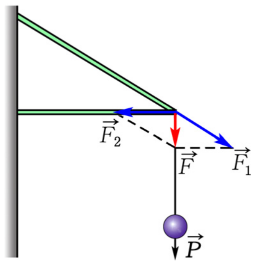


그림 2-12

풀이. 힘 $\vec{F}$ 는 합력이다. 그러므로 $\vec{F}$ 를 대각선으로 하고 두 가름대방향으로 힘을 분해하면 분력 $\vec{F}_1$ 과 $\vec{F}_2$ 가 얻어진다. 이때 $\vec{F}_1$ 의 방향은 경사진 가름대를 당기는 방향이고 $\vec{F}_2$ 의 방향은 벽에 수직인 가름대를 누르는 방향이다.

[례제 2] 물체의 한 점에 작용하는 두 분력의 크기가 각각 30N, 40N이고 두 분력사이의 각은 90°이다. 합력의 크기를 구하여라.

풀이. 주어진 두 힘을 각각 두 변으로 하는 평행4변형은 직4각형이다. 그러므로 대각선의 길이로 표시되는 합력의 크기는 피다고라스의 정리에 의하여 구한다.

주어진것: $F_1=30\text{N}$

$F_2=40\text{N}$

구하는것: F ?

$$F = \sqrt{F_1^{\,2} + F_2^{\,2}} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50\,(\mathrm{N})$$

답. 50N

문 제

1. 다음 문장들의 정확성을 판단하고 리유를 밝혀라.
   ㄱ) 합력은 분력을 합한것이므로 분력보다 항상 크다.
   ㄴ) 두 분력의 크기가 주어지면 합력을 하나의 분력쌍으로만 분해할수 있다.
   ㄷ) 힘의 성분의 크기는 본래의 힘보다 항상 작다.
2. 두 사람이 무거운 짐을 운반할 때 막대기를 리용하여 나르면 짐무게의 거의 절반밖게 되지 않는 힘으로 들수 있으나 줄을 리용하여 나르자면 여간만 힘이 들지 않는다. 그 리유는 무엇인가?(그림 2-13)

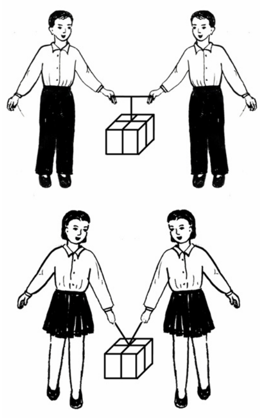


그림 2-13

3. 통나무도 도끼로 내려치면 쭉 갈라진다. 왜 그런가? 힘의 분해를 리용하여 그림을 그려 설명하여라.
4. 한 물체에 오른쪽으로 2N과 6N의 힘이, 왼쪽으로 3N, 4N, 5N의 힘이 작용한다. 합력을 구하여라.
5. 경사각이 30°인 경사면우에 놓여있는 질량이 5kg인 물체에 작용하는 중력의 경사면에 대한 수직성분힘과 평행성분힘을 구하여라.

자료 — **힘의 합성과 분해의 리용**

힘의 합성과 분해는 매우 중요하다.

먼 옛날 우리 선조들이 돌로 쌓은 건축물들에서 궁륭식돌문의 이마돌이 내려앉지 않고 든든히 놓여있는것은 힘의 분해를 잘 리용하였기때문이다.(그림 2-14)

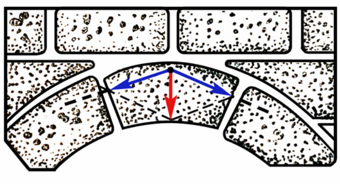


그림 2-14. 궁륭식돌문의 리치

이와 같은 원리를 리용하여 옥류교와 같은 궁륭식다리에서 기둥사이의 콩크리트토막을 무지개모양으로 만들면 매우 견고하고 안정하다.(그림 2-15)

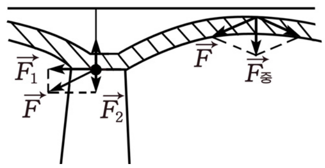


그림 2-15. 궁륭식다리에서 힘의 분해

제 3 절. 튐 힘

튐성과 소성, 취성

물체가 밖으로부터 힘을 받으면 늘어나거나 줄어들기도 하고 휘거나 꼬이면서 모양과 체적이 변한다.

이와 같이 외부힘에 의하여 물체의 모양과 크기가 변하는 현상이 변형이다.

변형의 형태에는 늘음변형, 압축변형, 쏠림변형, 휨변형, 꼬임변형이 있다.(그림 2-16)

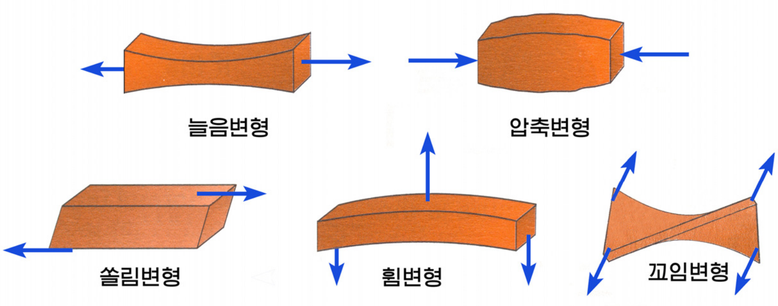


그림 2-16. 변형의 형태들

용수철이나 고무줄과 같은것을 변형시켰다가 놓으면 처음의 모양으로 되돌아간다.

변형된 물체가 처음상태로 되돌아가려는 성질을 **튐성**이라고 부른다.

튐성을 가진 물체라고 하여 아무때나 처음모양으로 되돌아가는것은 아니다. 용수철을 세게 당겼다가 놓았을 때 처음자리로 완전히 돌아가지 못하고 늘어난 상태에 남아있게 되면 이때 용수철은 튐성한계를 넘었다고 말한다. 즉 물체는 튐성한계안에서만 정확히 제모양으로 되돌아온다.

진흙덩어리나 연줄과 같은것을 변형시켰다가 놓으면 처음모양으로 되돌아가지 못하고 변형된채로 남아있다.

이와 같이 변형을 일으킨 외부힘을 없앨 때 처음모양으로 되돌아가지 않고 변형된채로 남아있는 성질을 **소성**이라고 부른다.

유리나 사기와 같은 물체들은 힘을 주어 변형시키려면 인차 부러지거나 깨여진다.

물체를 변형시키려는 힘을 줄 때 물체가 부러지거나 깨여지는 성질을 **취성**이라고 부른다.

모든 물체는 정도의 차이는 있지만 튐성, 소성, 취성을 다 가진다. 즉 튐성한계안에서는 튐성을 가지며 튐성한계를 넘으면 소성을 나타내다가 힘을 더 주어 계속 변형시키면 끊어지거나 파괴되고만다.

튐성을 더 많이 가지고있는 물체를 **튐성체**, 소성을 더 많이 가지고있는 물체를 **소성체**, 튐성이나 소성이 적고 취성을 더 많이 가지고있는 물체를 **취성체**라고 부른다.

튐 힘

튐성한계안에서 물체의 변형을 일으켰던 외부힘을 없앨 때 처음모양으로 되돌아가는 변형을 **튐성변형**이라고 부른다.

튐성체를 변형시키면 튐성체안에 처음의 모양으로 되돌려보내려는 힘이 생긴다.

변형된 튐성체가 처음상태로 되돌아가려고 하면서 내는 힘을 **튐힘**이라고 부른다.

튐힘은 튐성변형이 일어난 물체에서 생긴다.

튐힘의 방향을 알아보자.

용수철을 당기면 튐힘은 당기는 방향과 반대방향으로 생긴다. 용수철을 압축하면 튐힘은 압축하는 방향과 반대방향으로 생긴다.

이와 같이 튐힘은 변형이 일어난 방향과 반대방향으로 나타난다. 튐힘의 작용점은 항상 튐성체를 변형시키는 작용을 하는 물체에 있다.

후크의 법칙

튐힘의 크기가 무엇에 관계되는가.

실험으로 알아보자.(그림 2-17)

실 험

○ 용수철에 추 1개를 매달고 늘어난 길이를 잰다.

○ 추를 2개, 3개, …를 매달고 늘어난 길이를 잰다. 이때 늘어난 길이는 처음길이의 2배, 3배, …로 된다.

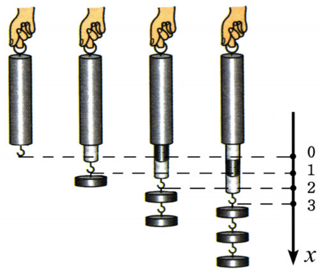


그림 2-17. 튐힘의 크기는 용수철의 늘어난 길이에 비례한다

우의 실험으로부터 무엇을 알수 있는가.

실험결과는 용수철이 늘어난 길이가 추의 개수에 비례한다는것을 보여준다. 용수철에 매달린 추가 평형을 이루는것은 추에 작용하는 힘들의 합력이 령이기때문이다. 추에는 중력과 늘어난 용수철의 튐힘이 작용하므로 중력과 튐힘의 크기가 같다는것을 알수 있다.

따라서 용수철이 늘어난 길이가 추의 개수에 비례한다는것은 용수철이 늘어났을 때 생기는 튐힘의 크기가 변형의 크기에 비례한다는것을 의미한다.

즉 용수철의 튐힘의 크기는 늘어난 길이(또는 줄어든 길이)에 비례하며 방향은 변형의 방향과 반대이다. 이것을 **후크의 법칙**이라고 부른다.

용수철의 처음길이를 ℓ_0, 힘을 주어 늘어났을 때의 길이를 ℓ이라고 하면 이때 변형의 크기 x는 $x=\ell-\ell_0$이므로 후크의 법칙을 식으로 쓰면

$$F_{튐}=-kx \qquad \text{후크의 법칙}$$

여기서 비례결수 k를 **튐성결수**라고 부른다.

튐성결수 k는 튐성체를 단위길이(1m)만큼 변형시킬 때 생기는 튐힘의 크기와 같다. 용수철의 튐성결수는 그의 길이와 재료의 종류, 선굵기 등에 따라 다르다.

식에서 〈-〉부호는 튐힘의 방향이 변형이 일어난 방향과 반대이라는것을 나타낸다.

튐힘과 변형사이의 관계를 그라프로 표시하면 그림 2-18과 같다.

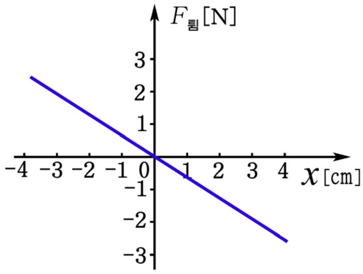


그림 2-18. $F_{튐}$ - x 그라프

⚠ 후크의 법칙은 변형의 크기가 작을 때에(튐성한계내에서)만 성립한다.



한개의 용수철저울로 잴수 없는 무거운 물체의 질량을 여러개의 용수철저울로 재는 방법을 생각해보아라.

[례제 1] 튐성결수가 100N/m인 용수철의 처음길이가 20cm이다. 이 용수철의 길이가 25cm로 될 때까지 당기면 튐힘은 얼마로 되는가? 튐힘과 변형사이의 관계를 그라프로 그려라.

풀이. 주어진것: k=100N/m

ℓ_0=20cm=0.2m

ℓ=25cm=0.25m

구하는것: $F_{튐}$?, $F_{튐}-x$ 그라프?

$F_{튐}=-kx=-k(\ell-\ell_0)=-100\times(0.25-0.2)=-5$(N)

$F_{튐}$-x그라프를 그리기 위하여 x에 따르는 튐힘의 변화를 표로 작성한다.

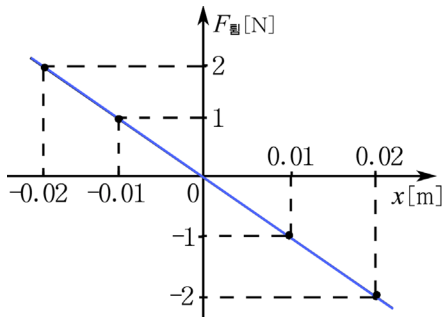


그림 2-19

x[m]	-0.03	-0.02	-0.01	0	0.01	0.02	…
$F_{튐}$[N]	3	2	1	0	-1	-2	…

자리표의 세로축을 $F_{튐}$, 가로축을 x로 잡고 그라프를 그린다.(그림 2-19) 이때 그라프는 직선으로 된다.

답. 5N

[례제 2] 튐성결수가 각각 k_1, k_2인 두 용수철을 직렬로 이었을 때 용수철계의 튐성결수는 얼마로 되겠는가?(그림 2-20) 용수철의 무게는 무시한다.

풀이. 짐을 매달아놓았을 때 튐성결수가 k_1인 용수철은 x_1, 튐성결수가 k_2인 용수철은 x_2만큼 늘어났다고 하자. 물체에 작용하는 중력은

$$P=k_2\cdot x_2 \qquad (1)$$

이고 물체와 용수철 2로 이루어진 계전체에 작용하는 중력은

$$P = k_1 \cdot x_1 \qquad (2)$$

이다. 직렬로 이어진 두 용수철을 한개의 용수철처럼 생각한다면

$$F = kx = P \qquad (3)$$

가 만족한다.

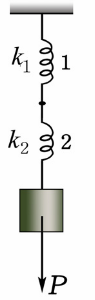


그림 2-20

한편 용수철계전체의 늘어난 길이는 $x = x_1 + x_2$이므로

$$\frac{P}{k} = \frac{P}{k_1} + \frac{P}{k_2} \qquad \therefore \frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

즉 직렬로 이은 용수철계의 튐성결수의 거꿀수는 매개 용수철의 튐성결수의 거꿀수들의 합과 같다. 이로부터 $k = \dfrac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$이다.

답. $k = \dfrac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$

문 제

1. 다음 문장들의 정확성을 판단하고 그 근거를 밝혀라.
   ㄱ) 유리나 사기와 같은 물체는 취성체이기때문에 튐성이 전혀 없다.
   ㄴ) 튐힘의 크기는 작용한 힘에 비례한다.
   ㄷ) 용수철에 매달린 추가 평형을 이룰 때에는 튐힘이 령이다.
   ㄹ) 튐힘의 크기는 변형된 길이에 비례한다.

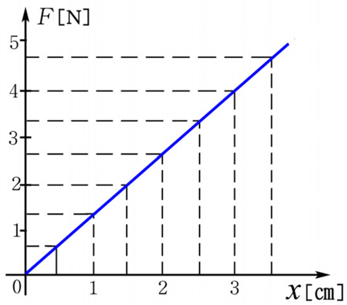


그림 2-21

2. 무게가 10N인 추를 매달았을 때 늘어난 길이가 4cm이다. 튐성결수는 얼마인가?
3. 측력계에 같은 추를 두개 걸었을 때 용수철이 4cm만큼 늘어났다. 이 용수철을 8cm만큼 늘구려면 추를 몇개 걸어야 하는가?
4. 용수철에 작용하는 힘과 변형사이의 관계그라프가 그림 2-21에 주어졌다. x=3cm일 때 튐힘의 크기는 얼마인가? 이때 튐성결수 k의 값을 구하여라.
5. 그림 2-22와 같이 병렬로 이은 두 용수철에 물체를 매달아놓았을 때 용수철계의 튐성결수는 얼마로 되겠는가? 매개 용수철의 튐성결수는 각각 k_1, k_2이다.

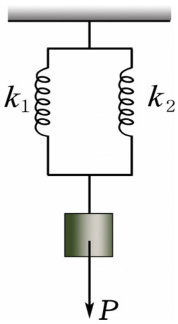


그림 2-22

제 4 절. 장력과 맞선힘

장 력

물체가 줄에 매달려있는 경우를 생각하자.(그림 2-23)

물체에는 중력 $\vec{P}$ 가 드림선아래로 작용하며 줄은 팽팽하게 당기여진다.

이때 물체가 멎어있는것은 물체에 $\vec{P}$ 와 크기는 같고 방향이 반대인 다른 힘이 작용하여 평형을 이루고있기때문이다. 즉 물체가 팽팽하게 당기여진 줄로부터 어떤 힘을 받기때문이다.

이와 같이 줄이 팽팽하게 당기여진것으로 하여 줄의 임의의 자름면에서 나타나는 힘을 **장력**이라고 부르며 $\vec{T}$ 로 표시한다.

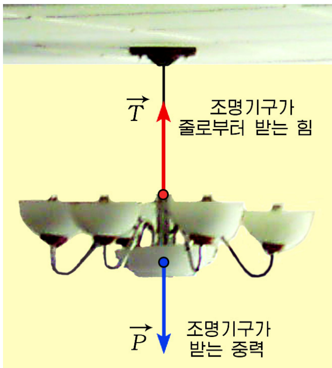


그림 2-23. 장력

그러면 장력이 왜 생기는가.

줄이 팽팽하게 당기여지는것은 줄에 외부힘이 작용하기때문이다. 이 외부힘에 의하여 줄은 늘어나게 되는데 이 변형에 의한 튐힘이 바로 장력으로 된다.

줄의 질량을 무시할수 있는 경우에는 장력이 줄의 어느 부분에서나 꼭같다.

그러나 줄이 자체의 질량을 가지고있는 경우에는 줄의 장력이 자리에 따라 달라진다.

실례로 그림 2-24와 같이 질량이 m 인 물체가 매달려있는 줄의 중간부분 C점에서의 장력은 $T = P + P' = (m + m')g$ 로 된다. 여기서 m' 는 C점아래부분에 있는 줄의 질량이고 P' 는 이 부분에 작용하는 중력이다.

※ 줄의 질량을 무시할수 있는 경우에도 줄의 도중에 다른 힘이 작용하면 줄의 모든 부분에서 장력이 같지 않다. 그림 2-25와 같이 줄의 도중에 어떤 힘을 주면 웃부분의 장력 $\vec{T}_1$ 와 아래부분의 장력 $\vec{T}_2$ 이 같지 않게 된다.

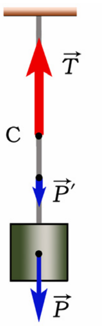


그림 2-24. 자체의 질량을 가지고있는 줄에서의 장력

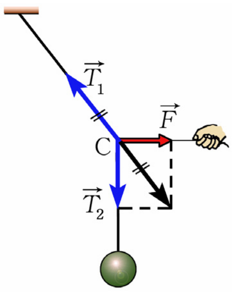


그림 2-25. 장력변화

맞 선 힘

물체가 수평인 받침면우에 놓여있는 경우를 보자.(그림 2-26)

이때 물체에는 중력이 작용하므로 받침면은 중력과 같은 크기의 힘 $\vec{P}'$를 받게 된다. 그러면 받침면도 크기는 같고 방향이 반대인 반작용힘 $\vec{N}$을 물체에 준다.

이와 같이 물체가 받침면을 수직으로 누르는 힘에 대한 반작용힘을 **맞선힘**이라고 부른다.

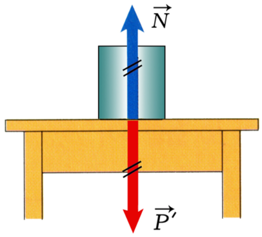


그림 2-26. 받침면의 맞선힘

맞선힘은 물체가 받침면을 누를 때 받침면에서 생기는 변형에 의한 튐힘이라고 볼수 있다. 맞선힘의 작용점은 물체에 있으며 물체를 수직으로 올려민다.

맞선힘은 물체가 어떤 면과 맞닿아 힘을 줄 때에만 나타나며 면에서 떨어질 때에는 령으로 된다.

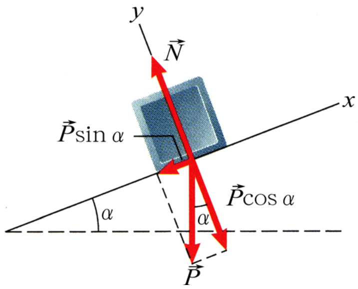


그림 2-27. 경사면에서의 맞선힘

물체가 수평면우에 놓여있을 때 평형을 이루는것은 물체에 작용하는 중력 $\vec{P}$와 맞선힘 $\vec{N}$의 크기가 같고 방향이 반대이기때문이다.

물체가 경사면우에 놓여있을 때 맞선힘이 어떻게 되겠는가를 보자.

그림 2-27과 같이 경사각이 α인 경사면우에 물체가 놓여있을 때 맞선힘의 크기는

$$N = P\cos\alpha$$

와 같다.

생각하기 물체가 받침면우에 수평으로 놓여있을 때 받침면이 아래 혹은 우로 운동하는 경우에 맞선힘은 어떻게 되겠는가?

[례제 1] 끈 OA와 OB에 물체가 걸려있다.(그림 2-28의 ㄱ) 물체의 무게는 60N이고 두 끈과 드림선사이의 각은 30°와 45°이다. 두 끈이 물체를 당기는 장력을 구하여라. 10mm인 선분을 30N의 힘으로 보아라.

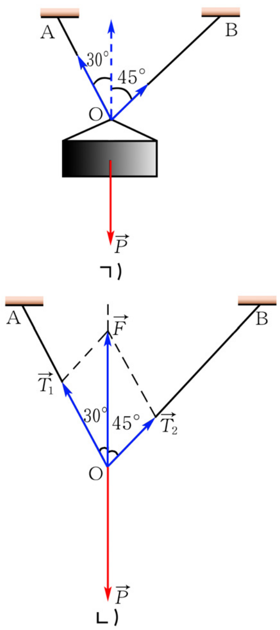


그림 2-28

풀이. 물체에는 세개의 힘 즉 중력 $\vec{P}$, 두 끈의 장력 $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$이 작용한다. 그런데 물체가 세 힘을 받아 평형을 이루고있다. 그러므로 $\vec{T}_1$과 $\vec{T}_2$의 합력 $\vec{F}$는 중력 $\vec{P}$와 평형을 이루는 힘이다.

따라서 이 문제는 힘 $\vec{F}$를 OA와 OB방향의 두 분력으로 분해하는 문제이다.

이제 길이가 10mm인 선분을 30N으로 보면 중력 $\vec{P}$와

평형을 이루는 힘 $\vec{F}$는 20mm 길이의 화살로 표시된다.(그림 2-28의 ㄴ)

힘 $\vec{F}$를 OA와 OB방향의 분력으로 분해하자. 그러면 OA방향의 분력 $\vec{T}_1$은 15mm, OB방향의 분력 $\vec{T}_2$는 10mm길이의 화살로 표시된다. 따라서

$$T_1 = \frac{30\text{N}}{10\text{mm}} \times 15\text{mm} = 45\text{N}$$

$$T_2 = \frac{30\text{N}}{10\text{mm}} \times 10\text{mm} = 30\text{N}$$

답. 45N, 30N

[례제 2] 경사각이 α인 매끈한 경사면우에 질량이 m인 물체가 놓여있다. 물체가 평형상태에 있도록 하자면 물체에 어떤 방향으로 얼마만한 힘을 주어야 하는가?

풀이. 경사면우에 놓여있는 물체에는 중력 $P = mg$가 작용한다. 이 힘을 경사면에 평행인 성분과 수직인 성분으로 분해하면(그림 2-29)

$$P_{//} = mg\sin\alpha$$

$$P_{\perp} = mg\cos\alpha$$

로 쓸수 있다. 따라서 물체에는 $P_{//}$과 $P_{\perp}$이 작용하는것처럼 볼수 있다.

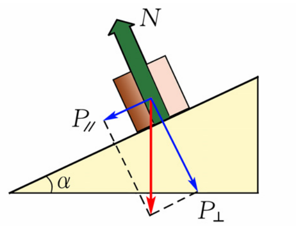


그림 2-29

한편 물체는 경사면에 $P_{\perp}$만 한 힘을 주므로 경사면으로부터 $P_{\perp}$과 크기는 같고 방향이 반대인 맞선힘 N을 받게 된다.

결국 물체가 평형상태에 있자면 그에 작용하는 힘들의 합력이 령이여야 하므로 $P_{//} = mg\sin\alpha$와 크기는 같고 방향이 반대인 힘을 받아야 한다.

문제

1. 다음 문장들의 정확성을 판단하고 리유를 밝혀라.
   ㄱ) 쇠바줄에서 장력은 모든 점에서 꼭같다.
   ㄴ) 맞선힘의 크기는 물체가 받는 중력의 크기와 같다.
   ㄷ) 맞선힘의 작용점은 받침면을 누르는 물체에 있다.
   ㄹ) 책상우에 놓여있는 물체가 평형상태에 있을 때에는 맞선힘이 령이다.

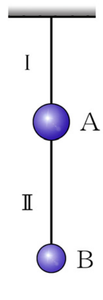


그림 2-30

2. 무게가 5 000N인 블로크를 기중기가 등속으로 끌어올리고있다. 블로크의 무게와 바줄의 장력이 평형을 이루겠는가? 바줄의 장력의 크기를 구하여라. 블로크가 받는 힘들을 힘화살로 표시하여라.
3. 질량이 m_1, m_2인 추 A, B가 그림 2-30과 같이 실 Ⅰ과 Ⅱ에 매달려있다. 실 Ⅰ과 Ⅱ에서 장력을 구하여라. 실의 무게는 무시한다.
4. 길이가 7m인 늘어나지 않는 바줄의 두끝이 서로 5m 떨어진 천정의 두 점 A와 B에

고정되여있고 바줄의 A끝으로부터 3m 떨어진 점 O에 다른 바줄을 매고 추를 매달았다.(그림 2-31) 바줄 AOB는 장력이 200N이면 끊어진다. 바줄 AOB가 끊어지지 않는 추의 최대무게는 얼마인가? 바줄의 무게는 무시한다.

5. 수평면과 θ의 각을 지은 매끈한 경사면우에 있는 질량이 m인 물체를 평형상태로 유지하는데 요구되는 수평면과 평행인 힘과 물체가 면으로부터 받는 맞선힘을 구하여라.

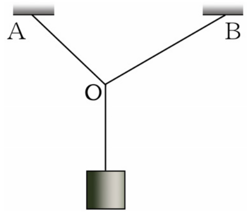


그림 2-31

제 5 절. 마 찰 력

정지마찰력

책상우에 놓여있는 물체에 힘을 주어 끌어보자. 끄는 힘을 령으로부터 점점 크게 하면서 물체의 움직임을 살펴보면 얼마만한 힘까지에서는 물체가 움직이지 않는다.

왜 그런가.

그것은 멎어있는 물체를 끌어당길 때 물체가 움직이지 못하게 방해하는 마찰력이 끄는 힘과 반대방향으로 작용하기때문이다. 이때 끄는 힘은 마찰력과 평형을 이루어 물체가 멎어있다.

이와 같이 멎어있는 물체를 움직이려고 힘을 주었을 때 물체가 움직이지 못하게 방해하는 마찰력을 **정지마찰력**이라고 부른다.

정지마찰력은 멎어있는 물체를 끄는 힘이 커지는데 따라 점차 커지다가 힘이 어떤 한계값을 넘어서면 더 커지지 못하며 이때에는 물체가 움직이기 시작한다.

물체가 움직이기 시작하는 순간의 정지마찰력을 **최대정지마찰력**이라고 부른다.(그림 2-32)

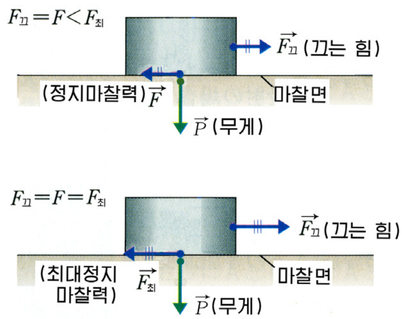


그림 2-32. 정지마찰력과 최대정지마찰력

최대정지마찰력의 크기는 물체가 면을 수직으로 내려누르는 힘 P_n에 비례하며 물체의 종류와 맞닿은 면의 상태에 따라 달라진다. 즉

$$F_{최} = \mu' P_n \qquad \text{최대정지마찰력}$$

비례결수인 정지마찰결수(최대정지마찰결수) μ'는 물체의 종류와 걸면의 상태에만 관계된다.

물체가 면을 수직으로 누르는 힘의 반작용이 맞선힘이므로

$$F = \mu' P_n = \mu' \cdot N$$

으로 쓸수 있다.

미끄럼마찰력

미끄러지면서 운동하는 물체가 계속 같은 속도로 움직이게 하려면 물체에 힘을 계속 주어야 한다. 만일 힘을 주지 않으면 물체가 멎어버린다. 이것은 물체의 미끄러지는 운동을 방해하는 마찰력이 운동방향과 반대방향으로 작용하기때문이다.

한 물체가 다른 물체와 맞닿아서 미끄러질 때 맞닿은 면에서 생기는 마찰력을 **미끄럼마찰력**이라고 부른다.

미끄럼마찰력의 크기가 무엇에 관계되는가. 실험으로 알아보자.

실험

○ 먼저 측력계를 당겨 한개의 나무토막이 움직이기 시작하는 순간의 최대정지마찰력을 측정한다.

○ 다음 나무토막이 등속으로 미끄러지게 하면서 미끄럼마찰력을 잰다.(그림 2-33의 ㄱ) 이때의 미끄럼마찰력은 최대정지마찰력보다 작다.

○ 나무토막을 세워놓고 끌어보면 미끄럼마찰력은 눕혀놓았을 때와 같다.(그림 2-33의 ㄴ)

○ 다음 꼭같은 나무토막을 더 올려놓고 등속으로 끌면서 미끄럼마찰력을 잰다. 이때 미끄럼마찰력은 앞에서보다 2배로 커진다.(그림 2-33의 ㄷ)

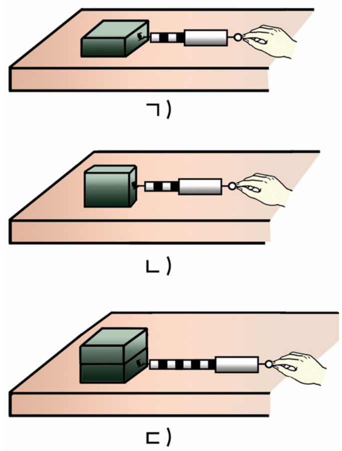


그림 2-33. 정지마찰력과 최대정지마찰력, 미끄럼마찰력의 측정

우의 실험으로부터 무엇을 알수 있는가.

미끄럼마찰력은 최대정지마찰력보다 작다. 미끄럼마찰력의 크기는 맞닿은 면을 수직으로 누르는 힘에 비례하고 맞닿은 면의 면적에는 관계되지 않는다.

$$F_{미} = \mu P_n$$ **미끄럼마찰력**

미끄럼마찰결수는 정지마찰결수와 마찬가지로 두 물체의 종류와 면의 상태에 관계된다.

미끄럼마찰결수표

맞닿은 두 물체	$\mu_{미}$	맞닿은 두 물체	$\mu_{미}$
고무다이야-마른 땅	0.4~0.5	강철-얼음	0.02
고무다이야-아스팔트	0.6	나무-나무	0.3
강철-강철	0.16	나무-얼음	0.03
강철-강철(기름을 쳤을 때)	0.02~0.08	가죽-주철	0.28
강철-강철(모래를 뿌렸을 때)	0.2		

생각하기 물체가 미끄러질 때 맞닿은 두 물체사이에 기름을 치면 미끄럼마찰력이 왜 작아지겠는가?

그림 2-34는 물체가 미끄러져 운동할 때 마찰력이 어떻게 변하는가를 그라프로 보여주고있다.

⚠ 미끄럼마찰력의 작용점은 미끄러져 운동하는 물체의 다른 물체와 맞닿고있는 면에 있으며 방향은 운동방향과 반대이다.

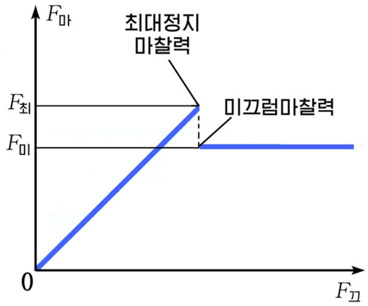


그림 2-34. 미끄러져 운동하는 물체에서 마찰력변화

굴음마찰력

공이 땅우에서 굴러갈 때에도 공과 땅사이에서 마찰이 생겨 공의 굴음운동을 방해한다.

이와 같이 한 물체가 다른 물체와 맞닿아서 굴러갈 때 맞닿은 면에서 생기는 마찰력을 **굴음마찰력**이라고 부른다.

굴음마찰력은 면을 수직으로 내려누르는 힘 P_n에 비례하고 굴러가는 물체의 반경 R에 거꿀비례한다. 즉

$$F_{굴} = \mu_{굴} \frac{P_n}{R} = \mu_{굴} \frac{N}{R}$$ **굴음마찰력**

굴음마찰결수는 미끄럼마찰결수보다 매우 작다. 그러므로 굴음마찰력은 미끄럼마찰력보다 매우 작게 된다.

생산과 기술에서는 마찰력을 효과적으로 리용하기 위하여 마찰력을 크게 하거나 마찰력에 의한 에네르기손실을 줄이기 위하여 미끄럼마찰력을 굴음마찰력으로 바꾸어준다.(그림 2-35)

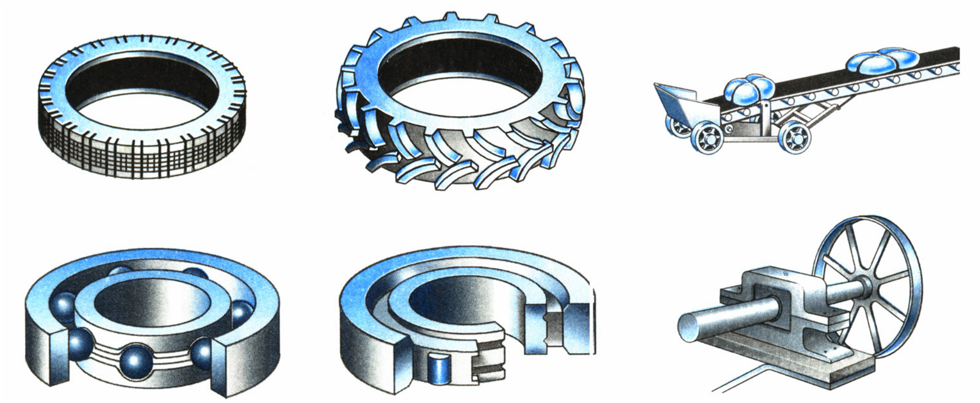


그림 2-35. 마찰력의 리용 실례

[례제] 한 학생이 썰매를 타고 수평인 얼음판에서 등속으로 달리고있다. 학생의 무게는 500N, 썰매의 무게는 15N이다. 썰매에는 강철로 만든 날을 붙였다. 미끄럼마찰력의 크기, 작용점, 방향을 말하여라.

풀이. 주어진것: P_n=500+15=515(N)

μ=0.02

구하는것: $F_{미}$?

$F_{미}=\mu P_n$=0.02×515=10.3(N)

미끄럼마찰력의 작용점은 얼음판과 맞닿은 날에 있으며 방향은 썰매의 운동방향과 반대이다.

답. 크기:10.3N, 작용점:날, 방향:나가는 방향과 반대방향

자료 — 마찰력의 원인

미끄럼마찰력은 서로 맞닿고있는 두 물체의 겉면에 있는 울퉁불퉁한 부분들이 미끄러질 때 변형이 일어나면서 생기는 튐힘이다.(그림 2-36) 이 튐힘은 물체를 움직이려는 외부힘에 저항한다.

이때 외부힘이 커감에 따라 변형이 커지므로 튐힘 즉 마찰력이 커진다. 결과 정지마찰력은 외부힘과 비기며 미끄러지기 시작할 때까지는 평형을 이루게 된다.

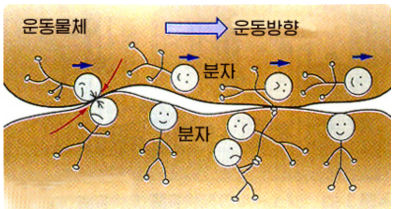


그림 2-36. 물체들사이의 마찰

굴음마찰력이 생기는 원인은 굴러가는 물체가 닿는 면에서 변형되는데 있다. 결과 물체가 굴러가지 못하도록 저항힘이 생긴다. 그런데 이 힘의 작용선은 물체가 굴러가는 방향과 반대로 기울어지므로 저항힘을 굴러가는 면에 법선인 방향과 굴러가는 방향과 반대인 방향으로 분해할수 있다. 운동방향과 반대로 작용하는 힘이 바로 굴음마찰력이다.(그림 2-37)

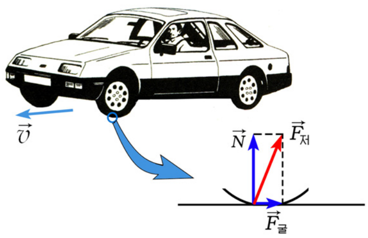


그림 2-37. 굴음마찰력

문제

1. 다음 문장들의 정확성을 판단하고 리유를 설명하여라.
   ㄱ) 물체가 멎어있을 때에는 마찰력이 없다.
   ㄴ) 미끄럼마찰력은 맞닿은 면의 면적이 넓을수록 크다.
   ㄷ) 미끄럼마찰력은 정지마찰력보다 작다.
   ㄹ) 마찰력의 크기는 맞닿은 면을 수직으로 누르는 힘에 비례한다.
2. 책에 고무줄을 매고 다음과 같은 실험을 해보아라.
   ㄱ) 책을 드림선방향으로 매달았을 때

ㄴ) 수평면에 책을 놓고 고무줄을 당겨 움직이기 시작하는 순간

ㄷ) 책이 등속으로 움직이도록 고무줄을 당길 때

세 경우에 고무줄이 늘어난 길이들을 비교하여 책의 무게, 미끄럼마찰력, 최대정지마찰력가운데서 어느것이 크고 작은가를 말해보아라.

3. 무게가 40N인 돌을 땅우에서 20N의 힘으로 끌어 등속운동시켰다. 돌과 땅사이의 미끄럼마찰결수를 구하여라.

4. 수평면우에 질량이 2kg인 물체가 놓여있다. 물체를 수평면과 30°의 각으로 끈다. 물체와 면사이의 마찰결수가 0.2라면 물체를 움직이기 위한 최소힘은 얼마인가?

제 6 절. 평행힘의 합성

평행힘의 평형조건

막대기저울로 물건의 무게를 잴 때를 생각해보자. 저울이 평형을 이루었을 때 저울대는 어떤 힘들을 받겠는가.

저울대의 눈금부분에는 드림선아래로 당기는 추의 무게가 작용하고 고리부분에는 물건의 무게가 작용한다. 손잡이에는 드림선우로 당기는 힘이 작용한다. 이 세 힘들은 모두 저울대의 다른 점들에 작용하며 서로 평행이다. 이와 같이 힘의 작용선들이 평행인 힘들을 **평행힘**이라고 부른다.

막대기저울이 평형상태를 이루는것은 거기에 작용하는 세 평행힘 즉 드림선아래로 작용하는 두 힘과 드림선우로 작용하는 한 힘이 평형을 이루었기때문이다.

평행힘들이 어떤 때 평형을 이루는가를 실험으로 알아보자.(그림 2-38)

실험

○ 무게를 무시할수 있는 가벼운 막대기의 가운데점 O에 측력계를 걸고 막대기가 수평이 되도록 조절한다.

○ 막대기의 한쪽 A에 1N짜리 추 두개를 걸고 다른쪽 B에 같은 추 한개를 막대기가 평형을 이루도록 건다.

○ 막대기에 작용하는 세 평행힘 $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$과 OA=ℓ_1, OB=ℓ_2을 재여 아래와 같은 표를 만든다.

F_1 [N]	F_2 [N]	F_3 [N]	ℓ_1 [m]	ℓ_2 [m]	$F_1+F_2=F_3$ [N]	$F_1\cdot\ell_1=F_2\cdot\ell_2$ [N·m]
2	1	3	0.1	0.2	1+2=3	2×0.1=1×0.2

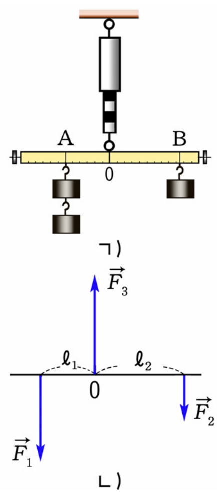


그림 2-38. 세 평행힘의 평형

이 실험으로부터 세 평행힘의 평형조건을 다음과 같이 말할수 있다.

첫째로, 같은 방향으로 향한 두 평행힘의 합은 반대방향으로 향한 한 평행힘과 크기가 같아야 한다.

둘째로, 큰 힘의 작용점은 같은 방향으로 향한 두 힘의 작용점들사이의 거리를 두 힘의 크기에 거꿀비례되게 나눈 점에 있어야 한다.

평행힘의 평형조건을 식으로 쓰면 다음과 같다.

$$F_1 + F_2 = F_3$$
$$F_1\ell_1 = F_2\ell_2$$

평행힘의 평형조건

평행힘의 합성

평행힘의 평형조건을 리용하여 같은 방향으로 향하는 두 평행힘의 합력의 크기와 작용점을 구해보자.

그림 2-39와 같이 길이가 ℓ 인 막대기에 두 평행힘이 작용하고 그것들과 비기는 힘 $\vec{F_3}$ 이 주어졌다고 하자. 이때 $\vec{F_3}$ 과 크기는 같고 방향이 반대인 힘 $\vec{F}$ 가 합력으로 된다.

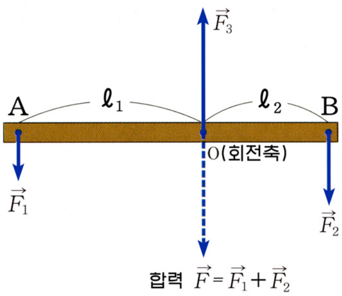


그림 2-39. 같은 방향으로 향하는 두 평행힘의 합성

이로부터 같은 방향으로 향하는 두 평행힘을 합성하여 얻은 합력의 크기와 방향, 작용점은 다음과 같다.

· 두 평행힘의 합력의 크기는 그 두 힘의 합과 같다.

$$F = F_1 + F_2$$

· 합력의 방향은 두 평행힘의 방향과 같다.

· 합력의 작용점은 두 힘의 작용선사이의 거리를 두 힘의 크기에 거꿀비례되게 내분하는 점에 있다.

$$F_1\ell_1 = F_2\ell_2 \quad \text{또는} \quad \frac{F_1}{F_2} = \frac{\ell_2}{\ell_1}$$



두 평행힘의 방향이 반대일 때 합력의 크기와 방향, 작용점을 어떻게 구하겠는가?

[례제] 물체에 크기가 F_1=5N, F_2=3N인 두 평행힘이 드림선아래로 작용하고 그 작용점사이의 거리가 24cm이다. 다른 한 평행힘 F_3이 그 두 힘사이에서 드림선우로 작용하여 평형을 이루었다.

두 평행힘 F_1, F_2의 합력 및 작용점을 구하여라.(그림 2-38을 리용하여라.)

풀이. 주어진것: F_1=5N, F_2=3N

ℓ=24cm

구하는것: F?, ℓ_1?

세 평행힘 F_1, F_2, F_3이 평형을 이루고있으므로 F_3의 크기는 $F_3 = F_1 + F_2$ 와

갈다. 그리고 방향이 같은 두 평행힘 F_1과 F_2의 합력 F는 F_3과 크기는 같고 방향은 반대이다. 즉

$$F = F_3 = F_1 + F_2 = 5\text{N} + 3\text{N} = 8\text{N}$$

합력의 작용점은 $F_1\ell_1 = F_2\ell_2$와 $\ell_2 = \ell - \ell_1$을 리용하면

$$\frac{\ell - \ell_1}{\ell_1} = \frac{F_1}{F_2}$$

$$\ell_1 = \frac{F_2}{F_1 + F_2}\ell = \frac{3}{5+3} \times 24 = 9\ (\text{cm})$$

답. F =8N, ℓ_1=9cm

참고 평행힘합성의 다른 한가지 방법

물체에 작용하는 평행힘의 합력을 구하는 방법에는 기하학적방법도 있다.(그림 2-40과 그림 2-41) 이때에는 힘의 작용점 A와 B에 서로 비기는 힘인 $\vec{F}'$와 $-\vec{F}'$가 작용한다고 가상적으로 생각하고 평행4변형법을 써서 합력을 구하면 된다.

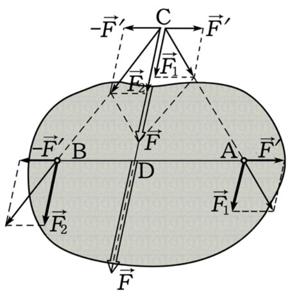


그림 2-40. 같은 방향의 평행힘의 합성

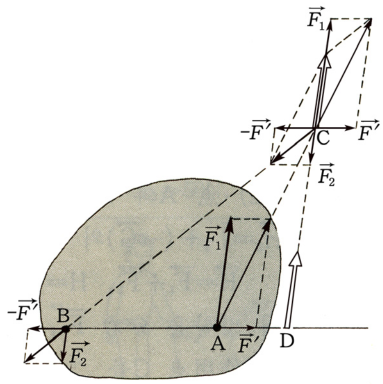


그림 2-41. 반대방향의 평행힘의 합성

문제

1. 다음 문장들의 정확성을 판단하고 리유를 밝혀라.
   ㄱ) 두 평행힘의 합력의 크기는 언제나 두 힘의 합과 같다.
   ㄴ) 두 평행힘의 합력은 작용점이 언제나 두 힘의 작용선사이에 있다.
   ㄷ) 두 평행힘의 합력의 작용점은 물체밖에 있을수 있다.
   ㄹ) 두 평행힘의 합력의 작용점은 언제나 물체안에 놓인다.
2. 그림 2-42과 같이 점 O 둘레에로 돌수 있는 막대기의 두 점 A, B에 두 평행힘이 작용한다.
   ㄱ) 어느 경우가 평형상태인가?

ㄴ) 두 평행힘의 합력의 크기와 작용점을 구하여라.

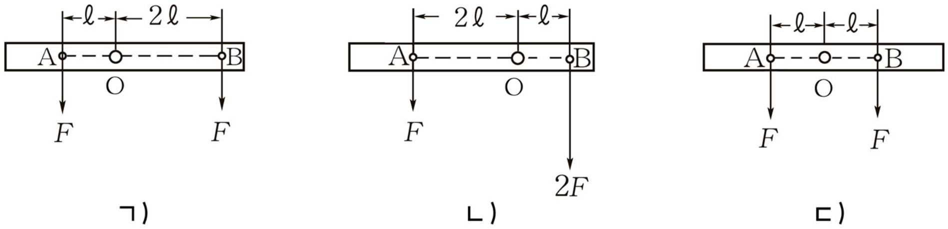


그림 2-42

3. 길이가 4m인 막대기의 량끝에 크기가 각각 10N, 60N인 두 평행힘이 같은 방향으로 작용한다. 합력의 크기와 작용점을 구하여라.

4. 길이가 1m인 막대기에 세 평행힘이 작용하였다. 왼쪽과 오른쪽 끝에는 드림선아래로 각각 20N, 30N의 힘이 작용하고 막대기의 가운데에는 드림선우로 60N의 힘이 작용하였다. 량끝에 작용하는 두 힘의 합력의 크기와 작용점, 세 힘의 합력의 크기와 작용점을 구하여라.

5. 길이가 10m인 다리의 한쪽으로부터 4m 되는 점에 무게가 40 000N인 자동차가 있다. 다리의 량끝에 작용하는 힘은 얼마인가? 다리의 무게는 고려하지 않는다.

제 7 절. 힘모멘트

힘모멘트

창문이나 출입문, 나사틀개 등은 모두 고정된 축둘레로 회전할수 있는 물체들이다.

고정된 축을 가진 물체들을 쉽게 회전시키자면 힘을 어떻게 주어야 하는가.

출입문을 열거나 닫을 때 힘을 크게 줄수록, 회전축으로부터 멀리 떨어진 곳에 힘을 줄수록 쉽게 여닫긴다. 마찬가지로 나사틀개로 볼트를 조일 때에도 센 힘으로 손잡이를 돌릴수록, 볼트의 회전축으로부터 보다 먼곳에 힘을 줄수록 쉽게 조여진다. 이때 회전축으로부터 힘의 작용선까지의 거리 ℓ을 **힘의 팔**이라고 부른다.(그림 2-43)

이와 같이 물체를 회전시키는 효과는 힘이 클수록, 힘의 팔이 클수록 크다.

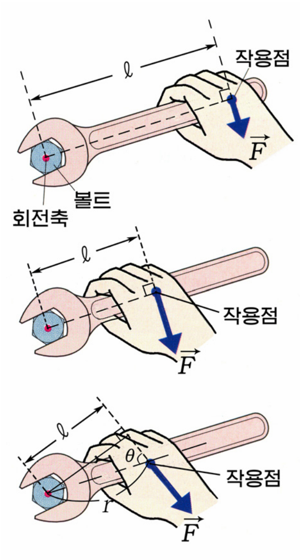


그림 2-43. 나사틀개에서 힘모멘트

힘에 의한 물체의 회전효과를 나타내기 위하여

힘모멘트를 쓴다.

힘의 크기 F에 힘의 팔 ℓ을 곱한 량을 **힘모멘트**라고 부른다.

$$M = F \cdot \ell = F \cdot r \cdot \sin\theta \qquad \textbf{힘모멘트}$$

여기서 θ는 회전축으로부터 힘의 작용점까지 그은 직선과 힘의 작용선이 이루는 각이다.

물체에 작용한 힘의 회전효과는 힘모멘트의 크기에 의하여 결정된다고 말할수 있다.

그러나 힘모멘트의 크기만 가지고서는 물체의 회전방향을 알수 없다. 이것은 문에 같은 크기의 힘모멘트를 주었을 때 문이 열릴수도 있고 닫길수도 있다는것으로도 알수 있다. 나사틀개로 볼트를 조일 때와 풀 때에도 마찬가지이다. 이것은 힘모멘트의 작용효과가 그의 방향에 따라 달라진다는것을 보여준다.

따라서 힘모멘트는 크기뿐아니라 방향도 가지는 벡토르량*)이다.

힘모멘트의 방향은 힘의 작용으로 물체가 회전하는 방향으로 오른나사를 돌릴 때 나사가 이동하는 방향으로 향한다. 보통 물체를 시계바늘이 도는 방향으로 돌리는 힘모멘트를 〈+〉로, 시계바늘이 도는 방향과 반대방향으로 돌리는 힘모멘트를 〈-〉로 한다.

힘모멘트의 단위는 1N·m(뉴톤-메터)이다. 1N·m는 회전축으로부터 1m 떨어진 곳에 수직으로 1N의 힘을 줄 때의 힘모멘트값이다. 즉 힘의 크기가 1N이고 힘의 팔이 1m일 때 물체를 돌리는 힘모멘트값이다.

물체에 회전시키는 힘이 여러개 작용하면 물체의 회전효과가 매개 힘모멘트들의 합에 의하여 결정된다.

이때 힘모멘트들의 합은 벡토르합성규칙을 따른다.

---

*) 일반적으로 두 벡토르 $\vec{A}$, $\vec{B}$들을 곱하여 벡토르 $\vec{C}$가 얻어지는 벡토르들의 곱하기를 벡토르적이라고 부르며 다음과 같이 표시한다.

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = [\vec{A},\ \vec{B}]$$

이때 $\vec{C}$의 크기는 A와 B를 두 변으로 하는 평행4변형의 면적 $AB\sin\theta$와 같고 방향은 이 면에 수직이면서 $\vec{A}$방향으로부터 $\vec{B}$방향으로 오른나사를 돌릴 때 나사가 전진하는 방향이다.(그림 2-44)

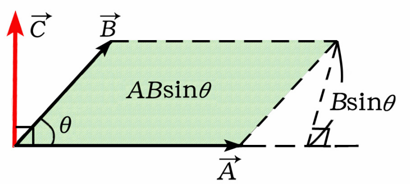


그림 2-44

힘모멘트벡토르 $\vec{M}$은 회전축으로부터 힘의 작용점까지 그은 거리벡토르 $\vec{r}$와 힘벡토르 $\vec{F}$의 벡토르적 $\vec{M} = [\vec{r},\ \vec{F}]$로 된다.

그러나 보통 고정축주위로 회전하는 물체에 작용하는 힘모멘트들의 방향은 축방향으로 향하는 한 직선우에 놓이므로 부호를 고려하여 더하면 된다. 실례로 그림 2-45와 같이 고정축 O둘레로 회전할수 있는 물체가 있을 때 두 힘 F_1와 F_2이 작용하는 경우 합성힘모멘트의 크기는 $M = F_2\ell_2 - F_1\ell_1$와 같다.

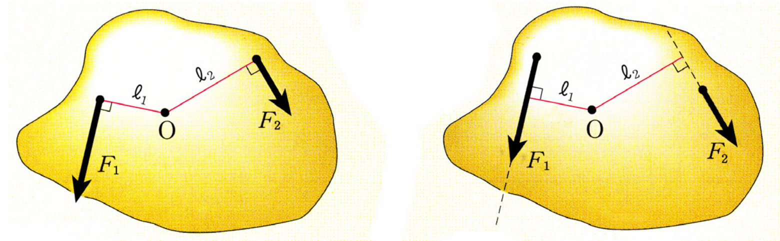


그림 2-45. 여러개의 힘이 작용할 때

힘모멘트의 평형조건

지지점을 고정축으로 하여 회전할수 있는 지레대를 생각해보자. 지레대의 지지점 량쪽에 두 힘이 작용하여도 지레대가 멎어있다면 지레대에 작용하는 힘모멘트들이 평형을 이루고있다고 말한다.

이와 같이 여러개의 힘모멘트를 받는 물체가 멎어있거나 등속회전운동할 때 힘모멘트들은 **평형을 이루고있다**고 말한다.

힘모멘트의 평형조건을 실험으로 알아보자.

실험

○ 그림 2-46과 같이 고정축 O를 가진 막대기를 설치하고 오른쪽의 A와 B에 추를 건다. 그리고 막대기가 수평상태를 유지하도록 왼쪽의 C점에 추를 건다.

○ 추의 개수로 힘 F_1, F_2, F_3을 재고 힘의 팔 ℓ_1=AO, ℓ_2=BO, ℓ_3=CO를 잰다.

○ 막대기를 시계바늘이 도는 방향으로 회전시키는 힘모멘트 $M_1 = F_1\ell_1 + F_2\ell_2$와 반대방향으로 회전시키는 힘모멘트 $M_2 = F_3\ell_3$을 계산하여 다음과 같은 표를 만들고 비교해본다.

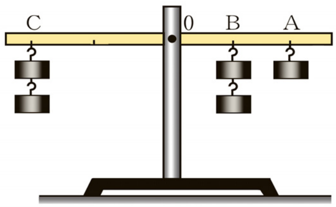


그림 2-46. 힘모멘트의 평형실험

시계바늘이 도는 방향의 힘모멘트					반대방향의 힘모멘트		
F_1 [N]	ℓ_1 [m]	F_2 [N]	ℓ_2 [m]	$M_1 = F_1\ell_1 + F_2\ell_2$ [N·m]	F_3 [N]	ℓ_3 [m]	$M_2 = F_3\ell_3$ [N·m]
1	0.2	2	0.1	0.4	2	0.2	0.4

이상의 실험으로부터 무엇을 알수 있는가.

고정축을 가진 물체는 그것을 시계바늘이 도는 방향으로 회전시키는 힘모멘트들의 합과 그의 반대방향으로 회전시키는 힘모멘트들의 합이 같은 값을 가지면 평형상태에 있다는것을 알수 있다. 즉

$$M_1 = M_2$$

<u>고정축을 가진 물체의 서로 다른 점에 여러개의 힘이 작용하는 경우 물체가 평형을 이루려면 힘모멘트들의 대수적합이 령으로 되여야 한다.</u> 이것을 **힘모멘트의 평형조건**이라고 부른다.

$\vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \cdots + \vec{M}_n = 0$	**힘모멘트의 평형조건**



힘모멘트의 평형조건을 직각자리표계에서 성분별로 표시하면 어떻게 되는가?

[례제] 그림 2-47에서 가름대 OB는 끈 AB에 의하여 당겨져 벽에 수직으로 설치되여있다. 가름대는 O를 축으로 회전할수 있다. 가름대의 길이는 1m이고 그끝에 무게가 50N인 물체를 걸어놓았다. 끈이 가름대를 당기는 힘(장력)을 구하여라. 끈이 가름대를 당기는 힘의 팔은 OC=50cm이다.

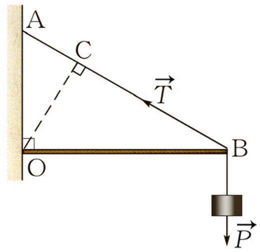


그림 2-47

풀이. 주어진것: P=50N, OB=1m

OC=50cm=0.5m

구하는것: T?

가름대는 고정된 회전축을 가진 물체이다. 그림에서 T는 끈이 가름대를 당기는 힘인데 그의 팔은 OC이며 힘모멘트는 시계바늘이 도는 방향과 반대로 가름대를 회전시키려고 한다.

힘 P는 가름대를 아래로 당기는 힘인데 그의 팔은 OB이고 그것의 힘모멘트는 시계바늘이 도는 방향으로 가름대를 회전시키려고 한다. 가름대는 멎어있으므로 평형상태에 있고 두 힘모멘트는 값이 같다.

축 O에 대한 P의 힘모멘트는 $M_1 = P \cdot \mathrm{OB}$, 축 O에 대한 T의 힘모멘트는 $M_2 = T \cdot \mathrm{OC}$이다.

두 힘모멘트가 평형을 이루고있으므로 $M_1 = M_2$

$$P \cdot \mathrm{OB} = T \cdot \mathrm{OC}$$

$$T = \frac{P \cdot \mathrm{OB}}{\mathrm{OC}} = \frac{50 \times 1}{0.5} = 100(\mathrm{N})$$

답. 100N

문 제

1. 다음 문장들의 정확성을 판단하고 리유를 밝혀라.
   ㄱ) 힘모멘트의 방향은 힘의 방향과 같다.
   ㄴ) 물체에 작용하는 힘이 크면 힘모멘트도 크다.
   ㄷ) 작은 힘으로도 물체를 회전시키는 효과를 크게 할수 있다.
2. 문을 여닫을 때 힘의 작용선이 회전축을 지나면 아무리 큰 힘을 주어도 문이 여닫기지 않는다. 왜 그런가?
3. 그림 2-48에서 자전거의 발디디개를 수직으로 누르는 힘이 15N이다. 이것의 힘모멘트를 구하여라.
4. 그림 2-49와 같이 작용하는 힘들의 힘모멘트를 구하고 물체의 회전방향을 말하여라.

   $F_1 = 5\mathrm{N},\ F_2 = 2\mathrm{N},\ \ell_1 = 20\mathrm{cm},\ \ell_2 = 10\mathrm{cm}$ 이다.
5. 막대기저울로 물건을 달아 수평상태에서 저울대가 평형을 이루게 하였다. 물건의 무게는 100N이고 손잡이로부터 물건을 매단 곳까지의 거리는 0.1m이다. 손잡이로부터 추를 매단 곳까지의 거리가 0.6m라면 저울추의 무게는 얼마인가?

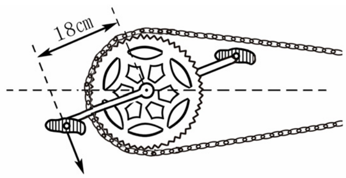


그림 2-48

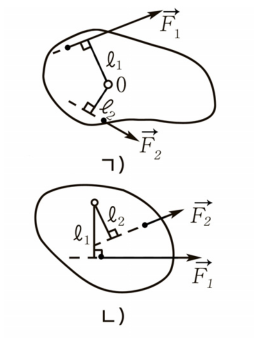


그림 2-49

제 8 절. 짝힘모멘트

짝 힘

책상우에 있는 원판을 제자리에서 회전시키자면 어떤 힘을 주어야 하는가. 이것을 알아보기 위하여 다음과 같은 실험을 해보자.

실 험

○ 테두리에 홈이 있는 원판에 실을 감고 한끝을 당긴다. 이때 원판은 당기는쪽으로 끌려오면서 회전도 한다.(그림 2-50의 ㄱ)

○ 원판에 같은 방향으로 두개의 실을 감고 그림 2-50의 ㄴ와 같이 두끝을 따로 잡고 같은 힘으로 당긴다. 이때 원판은 고정된 회전축이 없어도 회전만 한다.

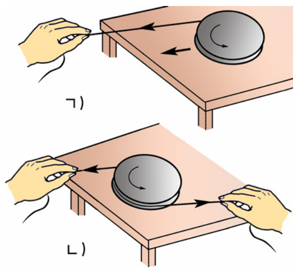


그림 2-50. 한개의 힘과 짝힘에 의한 물체의 운동

이 실험으로부터 무엇을 알수 있는가.

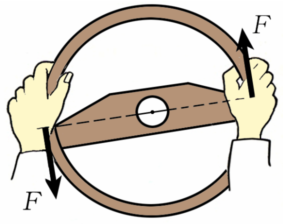


그림 2-51. 자동차운전대에 작용하는 짝힘

크기가 같고 방향이 반대인 두 평행힘이 물체의 서로 다른 점에 작용하면 물체가 회전축이 없어도 제자리에서 회전한다는것을 알수 있다.

크기가 같고 방향이 반대인 두 평행힘을 **짝힘**이라고 부른다.

이와 같이 <u>짝힘은 물체를 회전시키는 작용만 한다.</u>

짝힘에 의하여 물체가 회전하는 실례는 많이 찾아볼수 있다. 두손으로 자동차의 운전대를 돌릴 때(그림 2-51)와 열쇠로 자물쇠를 열 때, 나사돌리개로 나사를 돌릴 때도 짝힘이 작용한다.

고정된 회전축을 가진 물체는 한개의 힘 또는 짝힘을 주어 회전시킬수 있다.

❓ 두 경우에 무엇이 다른가.

짝힘으로 물체를 회전시키면 회전운동만 하기때문에 물체와 회전축사이에 힘을 주고받지 않는다. 그러나 한개의 힘으로 물체를 회전시키면 축과 물체사이에 힘을 주고받으며 따라서 마찰을 받게 된다. 그러므로 회전운동에 지장을 받으며 축이 마모될수 있다.

짝힘모멘트

고정축을 가진 물체의 회전효과는 힘모멘트에 의하여 결정된다. 이와 마찬가지로 짝힘의 회전효과도 짝힘모멘트에 의하여 결정된다.

짝힘모멘트의 크기를 구해보자.(그림 2-52)

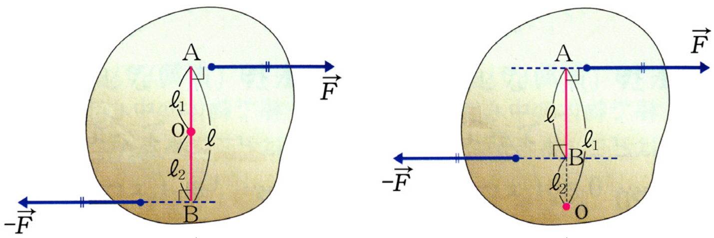


그림 2-52. 짝힘모멘트

회전축이 짝힘사이에 있을 때(그림 2-52의 ㄱ) 두 힘모멘트의 합은

$$M = F \cdot \mathrm{OA} + F \cdot \mathrm{OB} = F \cdot \mathrm{AB} = F \cdot \ell$$

이며 회전축이 짝힘밖에 있을 때(그림 2-52의 ㄴ)도 두 힘모멘트의 합은

$$M = F \cdot \mathrm{OA} - F \cdot \mathrm{OB} = F \cdot \mathrm{AB} = F \cdot \ell$$

이다. 여기서 짝힘사이의 거리 ℓ을 **짝힘의 팔**이라고 부른다.

이로부터 다음과 같이 말할수 있다.

<u>짝힘모멘트는 짝힘을 이루는 어느 한 힘의 크기에 짝힘의 팔을 곱한 값과 같다.</u>

$M = F \cdot \ell$　　　　**짝힘모멘트**

짝힘모멘트의 방향은 힘모멘트에서와 마찬가지로 약속한다. 즉 물체를 시계바늘이 도는 방향으로 돌리는 짝힘모멘트를 〈+〉로, 시계바늘이 도는 방향과 반대방향으로 돌리는 짝힘모멘트를 〈–〉로 정한다.

⚠ 짝힘의 회전효과는 짝힘들의 작용점사이의 거리가 달라도 짝힘의 팔이 같으면 달라지지 않는다.(그림 2-53)

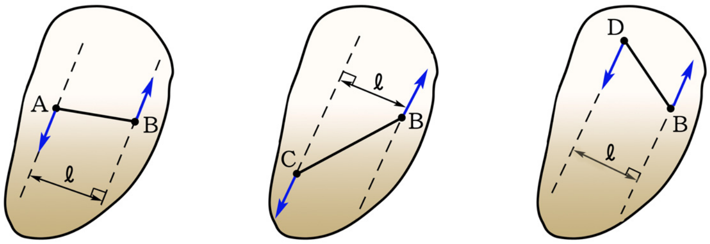


그림 2-53. 꼭같은 짝힘모멘트

한 물체에 여러개의 짝힘이 동시에 작용할 때 짝힘모멘트의 총합은 매개 짝힘모멘트들의 합과 같다. 즉

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \cdots + \vec{M}_n$$

생산과 기술에서는 짝힘을 받는 물체의 회전효과를 크게 하기 위하여 짝힘의 팔을 회전축의 직경에 비하여 크게 함으로써 짝힘모멘트를 크게 하고있다.

※ 짝힘은 하나의 힘으로 합성할수 없다.

짝힘은 크기가 같고 방향이 반대인 두 평행힘이다. 때문에 합력이 령으로 되여 비길것 같지만 합력의 작용점이 없기때문에 합성할수 없다.

[례제] 밀도가 고르롭고 한 변의 길이가 ℓ 인 바른4각형 판대기의 매 정점에 크기가 같은 4개의 힘이 그림 2-54와 같이 작용한다. 짝힘모멘트를 구하여라. 판대기는 어떤 운동을 하겠는가?

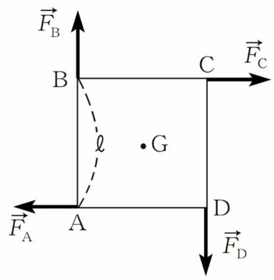


그림 2-54

풀이. F_A와 F_C, F_B와 F_D는 각각 짝힘을 이룬다.

$F = F_A = F_B = F_C = F_D$이므로 짝힘모멘트의 합은

$$M = 2F\ell$$

이 판대기는 짝힘만 작용하므로 회전운동만 한다.

답. $2F\ell$, 회전운동

문 제

1. 다음 문장들의 정확성을 판단하고 리유를 밝혀라.

ㄱ) 고정된 회전축이 없는 물체가 짝힘을 받으면 두 힘의 작용점을 련결하는 선분의 중심을 축으로 하여 회전한다.

ㄴ) 고정된 회전축이 없는 물체가 짝힘을 받으면 물체의 중력중심둘레에로 회전한다.

ㄷ) 짝힘의 회전효과는 짝힘들의 작용점사이의 거리에 따라 달라진다.

ㄹ) 짝힘모멘트는 회전축까지의 거리에만 관계된다.

2. 자동차운전대의 반경은 0.2m이고 운전수의 두손이 운전대를 돌리는 힘은 각각 15N이다. 운전대가 받는 짝힘모멘트를 구하여라.

3. 한 물체가 세개의 짝힘을 받고있다. 여기서 시계바늘이 도는 방향으로 회전시키는 두 짝힘은 크기가 각각 3N, 4N이고 짝힘의 팔은 각각 0.5m, 0.25m이다. 그리고 시계바늘이 도는 방향과 반대방향으로 회전시키는 다른 짝힘은 5N이고 짝힘의 팔은 0.5m이다. 이 짝힘모멘트가 평형을 이룰수 있는가?

제 9 절. 중력중심과 물체의 안정성

중력중심

중력은 물체의 모든 부분에 다 작용한다. 또한 이 중력들은 모두 드림선아래로 향하는 평행힘들이다.

❓ 물체를 이루는 매개 부분들에 작용하는 중력들의 합력의 작용점은 어디에 있는가.

밀도가 고르로운 가는 막대기를 살펴보자.(그림 2-55) 막대기를 같은 크기의 토막들로 나누면 매개 토막들에는 크기가 같은 중력들이 드림선아래로 작용한다.(그림 2-55의 ㄱ) 이 평행힘들을 량쪽으로부터 한쌍씩 차례로 합성하면 마지막에 얻어진 합력의 작용점 G는 막대기의 절반이 되는 점에 있게 된다.(그림 2-55의 ㄴ)

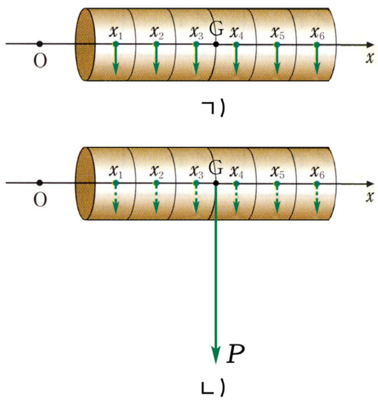


그림 2-55. 막대기에 작용하는 중력중심찾기

이와 같은 방법으로 다른 모든 물체들에서도 물체를 이루고있는 매개 부분들에 작용하는 중력들의 합을 얻을수 있다.

물체를 이루고있는 모든 부분들에 작용하는 중력들의 합력의 작용점을 **중력중심**이라고 부른다.

<u>모든 물체는 중력중심이 하나만 있고 물체가 운동하든 멎어있든 관계없이 중력중심의 자리는 변하지 않는다.</u>

흔히 지구가 물체를 끄는 힘을 살필 때에는 매 부분들에 작용하는 중력들을 따로따로가 아니라 이것들의 합력인 물체의 중력중심에 작용하는 중력을 생각한다.

이제 몇가지 물체의 중력중심을 찾아보자.

먼저 밀도가 고르로운 규칙적인 도형의 물체를 보자.

그림 2-56과 같이 3각형판대기를 한 변에 평행인 막대기들로 나누었다고 생각하자. 그러면 매개 막대기의 절반되는 점에 그 막대기의 중력중심들이 놓인다. 3각형판대기의 중력중심은 매개 막대기들의 가운데점들을 이어서 얻은 가운데선의 어느 한 점에 있게 된다.(그림 2-56의 ㄱ) 다음으로 다른 변에 평행되게 3각형판대기를 나누고 우에서와 같이 가운데선을 얻는다.(그림 2-56의 ㄴ) 이때 얻은 두 가운데선의 사귐점이 중력중심으로 된다.(그림 2-56의 ㄷ)

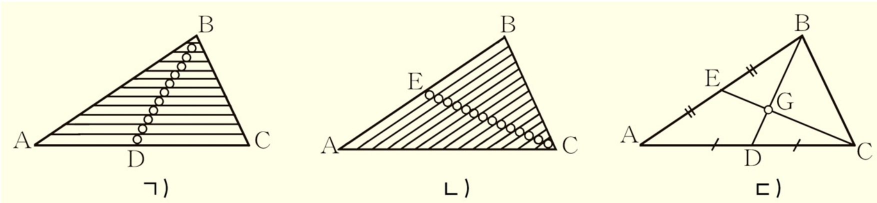


그림 2-56. 3각형판대기의 중력중심찾기

바른4각형, 직4각형판대기의 중력중심도 우와 같은 방법으로 찾아내면 대각선들이 사귀는 점에 있고 원 또는 구의 중력중심은 그것들의 중심에 있다.(그림 2-57)

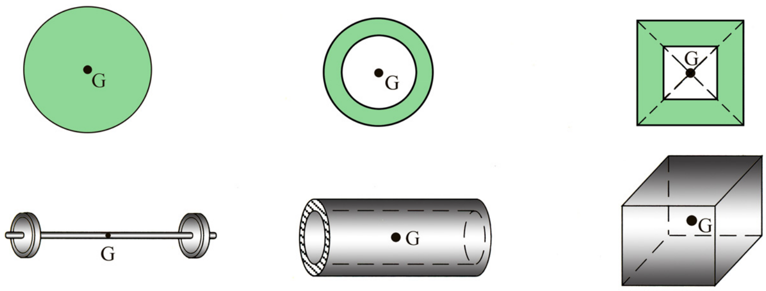


그림 2-57. 몇가지 물체에서의 중력중심

다음으로 모양이 불규칙적이거나 밀도가 고르지 않은 판모양의 물체의 중력중심을 실험으로 찾아보자.

그림 2-58과 같이 먼저 한 점 A를 실에 매달고 드리웠을 때 실을 따라 드림선을 긋고 다음에 다른 점 B를 매달았을 때 드림선을 그으면 반드시 두 선이 사귀는 점이 있게 되는데 이 점이 바로 중력중심이다.

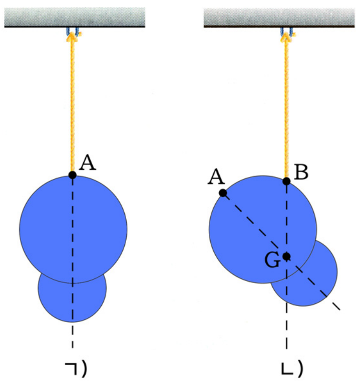


그림 2-58. 불규칙적인 물체의 중력중심찾기

질량이 균일하게 분포되지 않은 물체의 중력중심은 물체의 모양에 관계되며 또 물체의 질량분포에 관계된다. 실례로 화물자동차의 중력중심은 짐을 많이 싣는가 적게 싣는가와 짐을 싣는 자리에 따라 변한다.(그림 2-59)

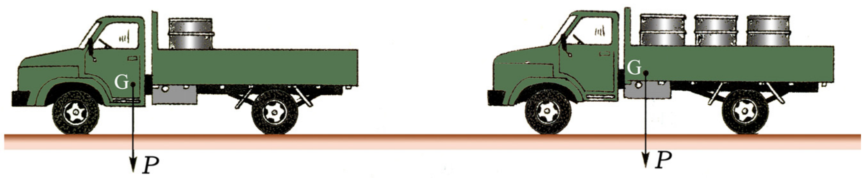


그림 2-59. 중력중심의 이동

평형의 종류

책상우에 놓여있는 오또기를 살펴보자. 오또기를 넘어뜨리면 곧 저절로 일어나 평형상태에로 되돌아간다. 이것은 오또기의 평형이 안정하다는것을 보여준다.

그러면 모든 물체의 평형이 오또기의 평형처럼 안정한가.

이것을 알아보기 위하여 밑면이 오목, 볼록, 수평인 경우 그우에 놓인 구의 평형을 실험으로 살펴보자.(그림 2-60)

실험

○ 구가 오목면, 볼록면, 수평면우에 놓여서 평형을 이루도록 하자.

○ 먼저 오목면에 있는 구가 평형자리에서 벗어나게 하자.(그림 2-60의 ㄱ) 이때 구는 다시 평형자리를 차지한다.

○ 볼록면에 있는 구가 평형자리에서 벗어나게 하자.(그림 2-60의 ㄴ) 이때 구는 평형자리를 다시 차지하지 못하고 평형이 파괴된다.

○ 그림 2-60의 ㄷ와 같이 수평면우에 놓인 구는 임의의 자리에서도 평형을 유지한다.

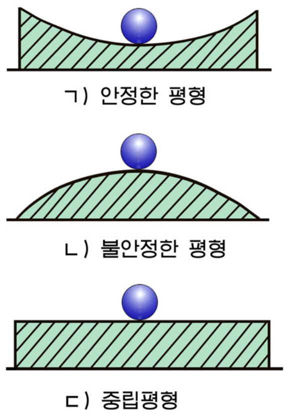


그림 2-60. 평형의 종류

우의 실험으로부터 무엇을 알수 있는가.

구를 평형자리에서 벗어나게 할 때 다시 원래의 평형자리를 차지하는 경우와 평형이 파괴되는 경우, 다른 자리에서 평형을 유지하는 경우가 있다는것을 알수 있다.

이와 같이 물체를 평형자리에서 벗어나게 할 때 원래의 평형자리로 되돌아오는것을 **안정한 평형**, 원래의 평형자리로 되돌아오지 못하고 평형이 파괴되는것을 **불안정한 평형**, 원래의 평형자리로 되돌아오지는 않지만 다른 자리에서도 평형을 유지하는것을 **중립평형**이라고 부른다.

그러면 왜 물체의 평형들이 차이나는가.

이것을 알아보기 위하여 구의 중력중심에 작용하는 중력과 바닥이 올려미는 맞선힘을 찾고 그것들의 합력을 구해보자.(그림 2-61)

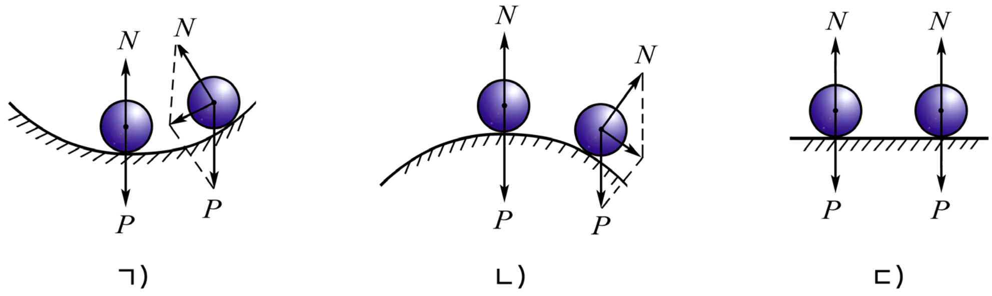


그림 2-61. 평형자리를 벗어났을 때 물체에 작용하는 힘들

구가 평형자리에서 벗어났을 때 두 힘의 합력은 다음과 같다.

면이 오목한 경우—평형자리로 향한다.

면이 볼록한 경우—평형자리에서 멀어지는 방향으로 향한다.

면이 수평인 경우—항상 령이다.

따라서 오목면에 있는 구의 평형은 안정하고 볼록면에 있는 구의 평형은 불안정하며 수평면우에 있는 구의 평형은 중립이다.

이번에는 평형상태에서 벗어날 때 중력중심의 높이가 어떻게 변하는가를 따져보자.

오목면인 경우—높아진다.

볼록면인 경우—낮아진다.

수평면인 경우—변하지 않는다.

이에 따라 평형의 종류를 다음과 같이 갈라볼수도 있다.

물체가 평형자리에서 벗어났을 때 중력중심의 높이가 높아지면 안정한 평형, 중력중심의 높이가 낮아지면 불안정한 평형, 중력중심의 높이가 변하지 않으면 중립평형이다.

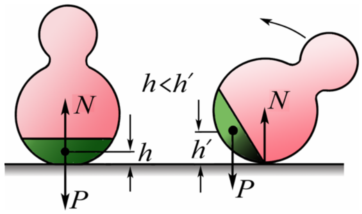


그림 2-62. 오뚜기의 평형은 안정하다

오뚜기의 평형이 안정한것은 오뚜기를 넘어뜨려 평형상태에서 벗어나게 할 때 중력중심이 높아지기때문이다. 이때 중력과 맞선힘이 짝힘을 이루어 오뚜기를 바로 세운다.(그림 2-62)

물체의 안정성

오뚜기와 같이 물체의 밑부분을 보다 무겁게 하여 중력중심의 높이를 낮추면 보다 더 안정해진다.

? 평형상태에 있는 물체들이 더 안정하게 하자면 어떻게 해야 하는가.

그림 2-63과 같이 밑면적과 중력중심의 높이가 서로 다른 물체를 기울여보자. 물체에 작용하는 중력의 작용선이 받침면을 벗어나지 않으면 물체가 본래의 상

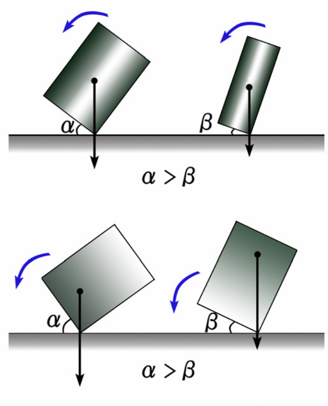


그림 2-63. 받침면이 넓을수록, 중력중심이 낮을수록 더 안정하다

태로 되돌아갈수 있으며 중력의 작용선이 받침면을 벗어나면 물체가 넘어진다.

그림에서 보는바와 같이 밑면적이 작거나 중력중심이 높은 물체에 비하여 밑면적이 크거나 중력중심이 낮은 물체를 더 많이 기울여놓을수 있다.

즉 밑면적이 클수록, 중력중심이 낮을수록 더 안정하다.

이로부터 다음과 같은 결론을 얻는다.

물체의 평형상태가 보다 더 안정하게 하자면 중력중심의 높이를 낮추어야 하며 받침면을 넓게 해야 한다.

물체의 평형상태를 더 안정하게 하는것은 중요한 의의를 가진다. 집을 지을 때 밑면을 넓게 하거나 무겁게 하며 기중기를 설치할 때에도 밑부분에 무거운 물체를 놓아 중력중심을 낮춘다. 이렇게 하여 집이나 기중기가 더 안정한 상태에 놓이게 한다.

[례제] 길이가 80cm인 막대기의 절반토막들은 서로 다른 물질로 되여있다. 여기서 첫째 토막의 무게는 둘째 토막보다 3배나 크다. 이 막대기의 중력중심을 구하여라.

풀이. 막대기의 두 부분에 작용하는 중력들의 합력의 작용점이 이 막대기의 중력중심이 된다. 그런데 매 토막들에 작용하는 중력들은 토막의 중심에 작용한다고 볼수 있다.

따라서 그림 2-64와 같이 두 중력중심사이의 거리는 $\ell=\ell_1+\ell_2$=40cm이다. 평행힘의 합력의 작용점은 $F_1\ell_1=F_2\ell_2$이 성립하는 점에 있고 $F_1=3F_2$이므로 이것을 리용하면

$$3\ell_1=40-\ell_1$$

$$\ell_1=10\text{cm}$$

답. 첫 토막의 중심에서 오른쪽으로 10cm 되는 곳

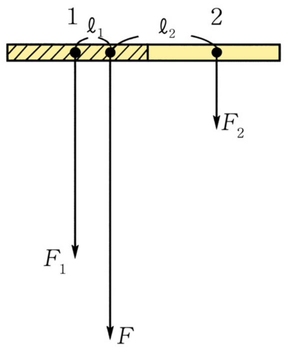


그림 2-64

문제

1. 다음 문장들의 정확성을 판단하고 리유를 밝혀라.
   ㄱ) 물체의 중력중심은 운동상태에 관계없다.
   ㄴ) 볼록한 면우에서는 물체가 평형을 이룰수 없다.
   ㄷ) 물체를 평형자리에서 벗어나게 하면 본래의 자리로 되돌아온다.
   ㄹ) 큰 물체일수록 작은 물체보다 더 안정하다.
2. 그림 2-65와 같은 도형들의 중력중심을 구하여라.
3. 무게가 1 200N인 기둥의 두곳을 바줄로 매여 수평이 되도록 매달았다. 바줄로 맨 점은 기둥의 중심에서 3m, 1m 되는 점에 있다. 바줄에 걸린 힘들을 구하여라.

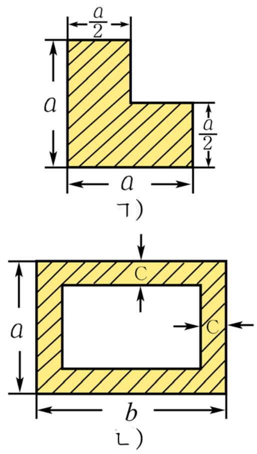


그림 2-65

4. 무게가 10N이고 길이가 80cm인 막대기의 량끝에 10N, 20N인 짐을 매달았다. 어느 점에 매서 들면 막대기가 수평상태에서 평형을 이루는가?

5. 막대기의 중력중심이 10cm만큼 옮겨지게 하려면 막대기의 끝을 얼마만큼 잘라내야 하는가?

탐구

문제: 측력계로 나무막대기의 중력중심의 자리를 결정하여라.

방향: · 측력계를 두번 써서 굵기가 고르롭지 않은 긴 막대기의 중력중심을 찾는 방법과 그에 대한 원리적설명을 하여라.

· 실지 실험으로 중력중심을 찾고 확인하여보아라.

복습문제

1. 바람이 불지 않을 때 비방울이 공기의 저항힘을 받으면서 드림선아래로 등속으로 떨어진다. 비방울의 질량은 0.1g이다. 비방울이 받는 힘들을 힘화살로 표시하여라. 이 힘들의 합력은 얼마인가?

(답. 0)

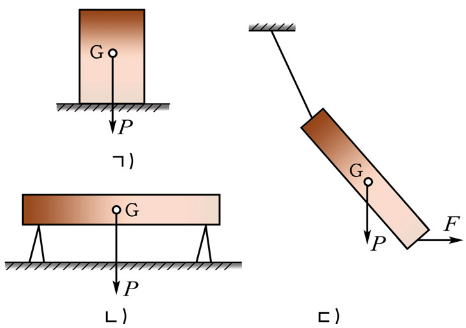


그림 2-66

2. 그림 2-66과 같이 물체들이 평형상태에 있다. 그림에 표시된 힘과 비기는 다른 힘을 찾아 합력이 령이 되도록 힘화살로 표시하여라.

3. 그림 2-67에서 막대기 AB에 작용하는 힘들을 구하여라. $\alpha=60°$이고 물체의 질량은 3kg이다. 막대기의 잘량은 무시한다.

(답. 약 17N, 29.4N, 34N)

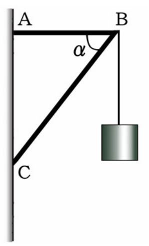


그림 2-67

4. 그림 2-68에서 전선대가 넘어지지 않게 설치한 버팀줄을 그렸다. 두 버팀줄사이의 각은 60°이고 매개 버팀줄의 장력은 400N이다. 전선대에 작용하는 버팀줄의 합력을 구하여라.

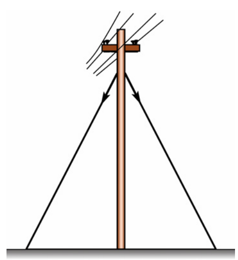
(답. 약 693N)

5. 물체의 한 점에 크기가 20N인 세 힘이 120°의 각으로 작용한다. 합력을 구하여라.

(답. 0N)

6. 경사각이 30°인 경사면우에 무게가 500N인 물체가 멎어있다. 평형을 이루는 힘들을 구하여라.

(답. 약 433N, 250N, 500N)


그림 2-68

7. 어떤 측력계에 1N의 짐을 매달았을 때 용수철의 길이가 12cm였고 4N의 짐을 매달았을 때 14cm였다. 용수철의 퇸성결수와 처음길이를 구하여라.

(**답.** 약 150N/m, 약 11.33cm)

8. 용수철을 절반 잘라서 길이가 절반으로 되게 하면 퇸성결수가 2배로 커진다. 왜 그런가?

9. 길이가 100cm인 두개의 서로 다른 용수철이 있다. 이 두 용수철을 직렬로 련결하고 질량이 10g인 추를 매달면 전체 길이가 208cm로 되고 병렬로 련결하고 질량이 10g인 추를 매달면 용수철들의 길이가 102cm로 된다. 용수철의 퇸성결수들은 각각 얼마인가? 용수철의 무게는 무시한다.

(**답.** 2.5N/m, 2.4N/m)

10. 그림 2-69와 같이 물체계가 평형을 이루고있다. 이동도르래와 거기에 매달린 물체의 전체 질량을 m_2, 고정도르래를 지나는 줄에 매달린 짐의 질량을 m_1라고 하면 m_1에 대한 m_2의 비는 얼마인가? $\alpha=30°$이다.

(**답.** $m_2/m_1=\sqrt{3}$배)

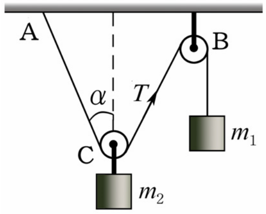


그림 2-69

11. 퇸성결수가 k인 용수철의 아래끝을 경사각이 α인 매끈한 경사면우에 고정시킨 다음 웃끝에 질량이 m인 물체를 놓았다. 물체가 멎어있을 때 용수철은 처음길이보다 얼마나 짧아졌는가?

(**답.** $\frac{mg}{k}\sin\alpha$)

12. 그림 2-70과 같이 수평면과 α_1, α_2의 경사각을 가진 매끈한 량쪽 경사면우에 도르래를 걸쳐 걸려진 실의 끝에 매달린 물체 m_1, m_2이 놓여있다. 물체들이 평형을 이루고있다면 물체들의 질량들사이에 어떤 관계가 있는가? 도르래의 무게와 마찰은 무시하여라.

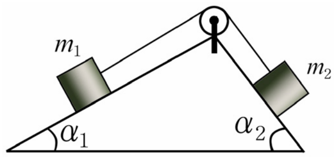


그림 2-70

(**답.** $\frac{m_1}{m_2}=\frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1}$)

13. 선밀도가 1g/cm인 바줄이 있다. 길이가 20cm인 이 바줄 AB의 웃끝 A를 고정하고 아래끝 B에 질량이 50g인 추를 매달고 거기에 길이가 20cm인 바줄 CD를 련결하였다. 그리고 그끝 D에 질량이 50g인 추를 또 매달았다. 드림선아래로 드리운 바줄 AB와 CD의 가운데점들에서 장력의 크기를 구하여라.

(**답.** 1.274N, 0.588N)

14. 경사면우에 멎어있는 물체는 어떤 힘들을 받아 평형을 이루는가? 만일 물체가 받는 중력이 10N이고 경사각이 45°라면 경사면을 수직으로 누르는 힘과 마찰력은 얼마인가?

(**답.** 약 7.1N, 약 7.1N)

15. 다음 경우에 사이다병이 마찰력을 받겠는가? 만일 마찰력을 받는다면 마찰력의 방향은 어떻게 되는가?

ㄱ) 사이다병이 수평으로 놓여있는 거친 책상면우에 정지해있다.

ㄴ) 사이다병이 경사진 책상면우에 정지해있다.

ㄷ) 사이다병이 병모가지가 우로 향하도록 손에 쥐여져있다.

ㄹ) 사이다병으로 책상우에 있는 종이장을 누른 후 종이를 뽑아낸다.

16. 그림 2-71과 같이 수평인 책상우에 놓인 2kg의 물체 A에 실을 매고 다른 끝에 추 B를 매달았다. B의 질량을 점차 크게 하여 m_B=0.3kg으로 되게 할 때 A가 미끄러지기 시작하였다.

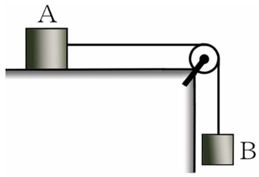


그림 2-71

ㄱ) 책상과 물체 A사이의 최대정지마찰결수는 얼마인가?

ㄴ) m_B=0.45kg일 때 물체 A에 얼마의 짐을 더 올려놓아야 A가 미끄러지지 않겠는가?

(**답.** ㄱ) 0.15 ㄴ) 1kg)

17. 경사각이 30°인 거치른 경사면우에 놓여있는 질량이 10kg인 물체 A에 실을 매고 도르래를 통하여 추 B를 매단 다음 그의 질량을 점차 증가시킨다.(그림 2-72)

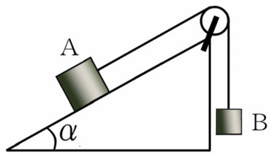


그림 2-72

ㄱ) 처음에 아래로 미끄러지던 물체 A는 추 B의 질량이 2kg으로 되였을 때 미끄러지지 않게 되였다. 이때 실에 작용하는 장력, 물체 A와 경사면사이의 정지마찰결수는 얼마인가?

ㄴ) 우의 상태에서 B에 계속 추를 증가시켜 물체 A가 경사면을 따라 웃방향으로 미끄러지게 하려면 추 B를 적어도 몇kg으로 하여야 하는가?

(**답.** ㄱ) 19.6N, $\sqrt{3}/5$ ㄴ) 8kg)

18. 두 학생이 같은 무게의 짐을 각각 하나씩 들고 길을 떠났다. 첫 학생은 막대기의 한끝에 짐을 매달아 어깨에 걸쳤고 둘째 학생은 그 짐을 절반씩 갈라 꼭같은 막대기의 량끝에 매달고 어깨에 메고 간다. 어느 학생의 어깨를 누르는 힘이 더 크겠는가?

(**답.** 첫 학생)

19. 몸무게가 600N인 사람이 무게가 50N인 짐을 막대기의 한끝에 걸어 한쪽 어깨에 메고 다른쪽 끝을 50N의 힘으로 드림선아래로 당긴다. 이때 막대기가 수평으로 되였다. 사람이 땅을 누르는 힘을 구하여라. 막대기의 무게는 무시한다.

(**답.** 650N)

20. 길이가 1m인 막대기에 세개의 짐을 매달았다. 두끝에는 각각 15N, 45N의 짐을 매달았고 가운데점에는 40N의 짐을 매달았다. 합력의 크기와 작용점을 구하여라.

(답. 100N, 45N의 짐을 매단 곳으로부터 0.35m 떨어진 점)

21. 못뽑이로 못을 뽑고있다.(그림 2-73) 그림에서 힘의 팔을 지적하여라.

22. 그림 2-74에서처럼 한 학생이 널판자를 받치고있다. 힘을 널판자에 수직으로 작용시키는 경우와 드림선우로 작용시키는 경우 어느 경우에 더 작은 힘이 작용하게 되는가?

(답. 널판자에 수직으로 힘을 주는 경우)

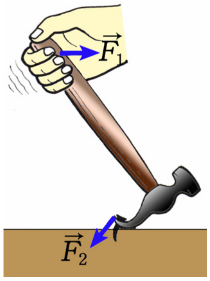


그림 2-73

23. 세개의 힘을 받는 고정된 회전축을 가진 물체가 있다. 그중 두 힘 5N과 3N은 시계바늘이 도는 방향으로 작용하고 그것들의 힘의 팔의 길이는 0.5m, 0.25m이다. 다른 한 힘 6N은 시계바늘이 도는 방향과 반대로 작용하고 그 힘의 팔의 길이는 0.2m이다. 물체가 평형을 이루는가? 평형을 이루지 않는다면 어느쪽으로 회전하겠는가?

(답. 시계바늘 방향으로 회전)

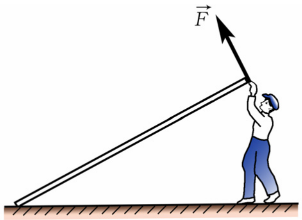


그림 2-74

24. 질량중심을 지나는 고정축 O주위를 회전할수 있는 한 변의 길이가 0.2m인 바른4각형판대기의 네개의 정점 A, B, C, D에 각각 1N, 2N, 3N, 6N의 힘들이 그림 2-75와 같이 작용한다. 이 물체가 평형을 이루겠는가?

(답. 평형을 이룬다.)

25. 나사돌리개로 나사를 돌려 풀 때 작은 힘을 들여 쉽게 나사를 돌려 풀자면 나사돌리개의 손잡이의 굵기(직경)가 굵은것이 좋은가 얇은것이 좋은가? 왜 그런가?

(답. 굵기가 굵은것이 좋다.)

26. 멎어있는 하나의 물체에 두개의 짝힘이 작용하고있다. 여기서 시계바늘이 도는 방향으로 회전시키는 짝힘은 50N이고 짝힘의 팔은 4cm이다. 그리고 시계바늘이 도는 방향과 반대방향으로 회전시키는 짝힘은 4N이고 짝힘의 팔은 0.5m이다. 이 물체가 회전을 하겠는가?

(답. 회전하지 못한다.)

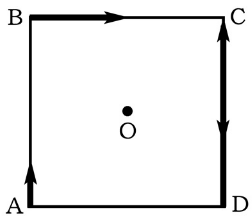
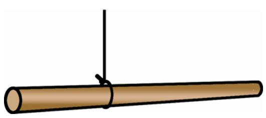


그림 2-75

27. 그림 2-76과 같이 하나의 긴 통나무를 바줄로 매달아 평형이 되게 하였다. 이때 바줄을 맨 자리를 톱으로 자른다면 두 토막의 무게가 같겠는가, 다르겠는가?

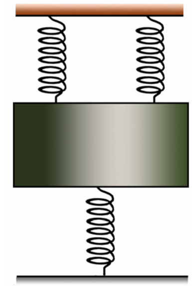
(답. 두 토막의 무게는 다르다.)

28. 변형되지 않았을 때의 길이가 ℓ_0인 꼭같은 용수철 3개가 있다. 2개의 용수철의 웃끝을 천정에 고정하고 질량이 m인 짐을 달아놓은 다음 다른 한 용수철의 두끝을 짐과 바닥사이


그림 2-76

에 끼워넣었더니 세 용수철의 길이가 다같이 ℓ로 되여 평형상태를 이루었다.(그림 2-77) 튐성결수는 얼마인가?

(**답**. $k=\dfrac{mg}{\ell-\ell_0}$)


그림 2-77

29. 질량이 250g인 고르로운 보가 두 받침점에 기대여 평형을 이루고있다. 보의 두끝에는 보와 수직으로 크기가 같은 8N의 두 힘이 서로 반대로 작용한다. 보의 길이는 1m이다. 받침점 C는 보의 가운데에 있고 C′는 AC의 가운데에 있다. 받침점들로부터 보가 받는 힘을 구하여라.(그림 2-78)

(**답**. $F_{C'}$=32N, F_C=34.45N)

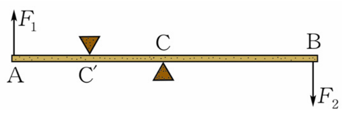


그림 2-78

30. 늘어나지 않는 실에 두 물체를 매달아 실이 드림선과 45°를 이루었을 때 비겼다. 물체 1의 무게가 4N이라면 물체 2의 무게와 실의 45°로 기울어진 부분에 작용하는 장력은 얼마인가?(그림 2-79)

(**답**. 4N, $4\sqrt{2}$N)

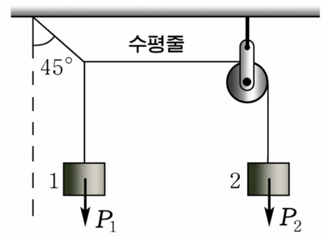


그림 2-79

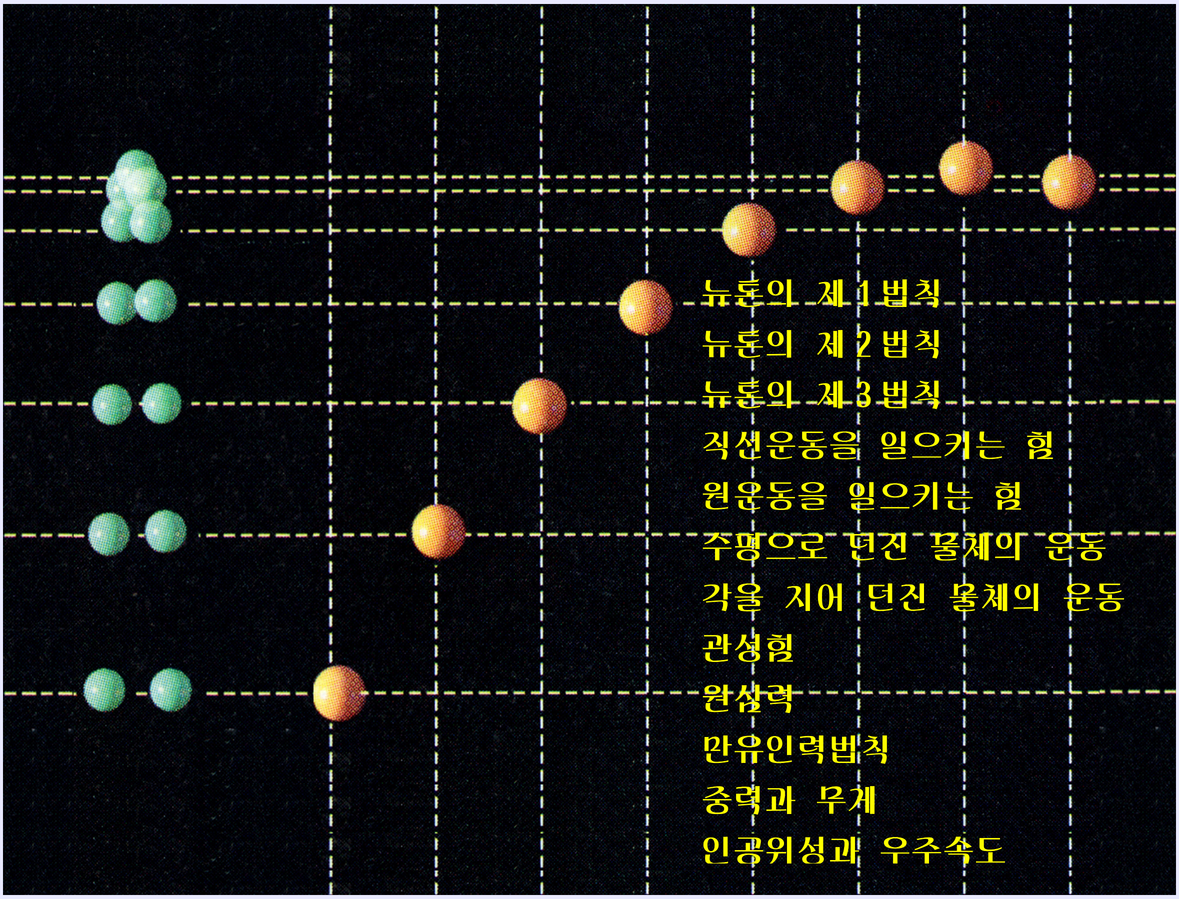
제 3 장. 운동법칙과 그의 적용

우리 주위에서 일어나는 물체들의 다양한 운동은 힘에 관계된다.

물체에 작용하는 힘을 잘 따지면 물체들의 복잡한 운동의 원인을 알수 있으며 앞으로 물체가 어떤 운동을 하겠는가를 예견할수도 있다.

이 장에서는 힘과 운동사이의 호상관계를 밝히는 뉴톤의 제1, 2, 3법칙과 그것을 실천에 적용하는 방법을 학습하게 된다.

이 장학습을 통하여 우리들은 여러가지 힘을 받는 경우에 물체의 운동을 원인을 밝혀가며 분석판단하고 실천에 적용할수 있는 능력을 소유하게 된다.



제 1 절. 뉴톤의 제 1 법칙

관성과 질량

멎어있는 물체는 저절로 움직이지 않는다.

뻐스가 갑자기 떠날 때에는 뻐스안의 사람들이 뒤로 쏠리고 갑자기 멎을 때에는 앞으로 쏠리며 굽인돌이를 돌아갈 때에는 밖으로 쏠린다.(그림 3-1)



그림 3-1. 뻐스가 굽인돌이를 돌 때에는 사람들이 밖으로 쏠린다

우리 주위에서 흔히 볼수 있는 이러한 현상들의 원인은 무엇인가.

이러한 현상들은 물체가 관성을 가지고있기때문에 생긴다.

멎어있던 물체는 계속 멎어있으려고 하고 운동하던 물체는 계속 등속직선운동하려는 물체의 고유한 성질을 **관성**이라고 부른다.

다시말하여 관성은 물체가 자기의 운동상태(속도)를 그대로 유지하려는 성질이다.

관성을 가지기때문에 멎어있던 사람은 멎어있던 자기의 상태를 계속 유지하려는데로부터 뻐스가 떠날 때 뒤로 쏠리고 뻐스와 같이 운동하던 사람은 계속 운동하려는데로부터 뻐스가 멎을 때 앞으로 쏠린다.

또한 뻐스가 굽인돌이를 돌아가면서 운동방향을 변화시킬 때에 사람은 자기의 운동방향을 계속 유지하려는데로부터 밖으로 쏠리는것이다.

물체가 관성을 가지고있다는 사실은 아래 그림에서 보여준 현상을 통하여서도 찾아볼수 있다.(그림 3-2, 그림 3-3, 그림 3-4)



그림 3-2. 달리는 차에서 밖에 놓은 공은 차와 함께 굴러간다

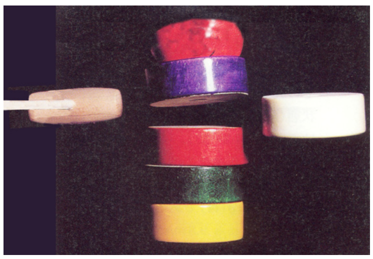


그림 3-3. 면이 매끈한 나무토막들을 쌓아놓고 하나를 갑자기 치우면 다른것들은 그 자리에 있다

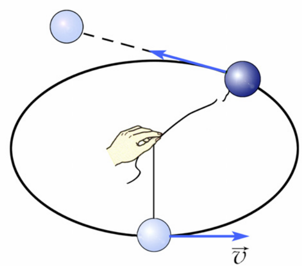


그림 3-4. 실에 매달려 돌아가던 돌이 실이 끊어지면 접선방향으로 날아간다

? 관성의 크기는 무엇에 관계되는가.

실험

○ 그림 3-5와 같이 같은 각도로 경사진 홈이 있는 경사면과 수평면을 이어 놓은 2개의 대(구가 운동할수 있는 대)를 나란히 설치한다.

○ 경사면과 수평면이 이어진 곳에 질량이 같은 밀차를 각각 놓고 질량이 작은 구와 질량이 큰 구를 경사면의 같은 높이에서 굴린 다음 구들이 수평면에서 멎을 때까지 밀차를 밀고간 거리를 측정한다. 질량이 큰 구가 밀차를 더 많이 밀고간다.

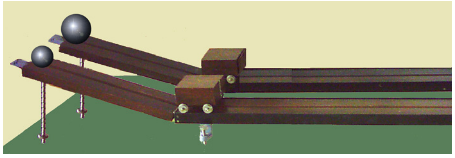


그림 3-5. 운동하는 물체의 관성

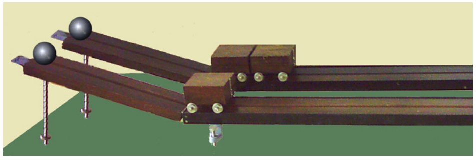


그림 3-6. 멎어있는 물체의 관성

○ 그림 3-6과 같이 경사면에서 굴리는 구의 질량을 같게 하고 멎어있는 밀차의 질량을 다르게 한 다음 우의 실험을 반복한다. 질량이 큰 밀차가 더 적게 밀려간다.

실험결과는 질량이 큰 물체일수록 자기의 운동속도를 유지하려는 성질이 크며 질량이 큰 물체일수록 멎어있으려는 성질도 크다는것을 보여준다.

이로부터 질량이 클수록 관성이 크다는것을 알수 있다.

<u>물체의 질량은 물체의 관성의 크기를 재는 척도와 같다.</u>

우리들의 일상생활과 기술에서는 물체가 가지고있는 관성을 널리 리용하고있다.(그림 3-7, 그림 3-8, 그림 3-9)



그림 3-7. 제트코스타는 관성으로 운동한다



그림 3-8. 관성을 리용해서 망치자루를 박는다



그림 3-9. 관성을 리용하여 스키타기를 한다

뉴톤의 제1법칙

생활체험으로부터 멎어있던 물체를 운동시키려면 밖에서 힘을 주어야 하며 운동하던 물체는 밖에서 힘을 주지 않으면 나중에 멎는다고 생각하면서 힘은 운동의

원인이라고 하였다. 이 견해가 옳은가를 다음의 사실을 통하여 알아보자.

거친 콩크리트바닥에서 미끄러뜨린 돌은 얼마 못가서 멎지만 매끈한 얼음우에서 미끄러뜨린 돌은 멀리 간다.

이 사실은 운동하던 물체가 멎는것은 마찰때문이며 마찰이 없다면 물체가 등속직선운동할것이라는것을 보여준다.

즉 밖에서 힘이 작용하지 않으면 물체는 처음 운동속도를 그대로 가지고 계속 운동한다는것을 의미한다.

갈릴레이는 사고실험으로써 밖에서 힘이 작용하지 않으면 물체가 자기의 운동상태를 그대로 유지한다는것을 밝혔다.

참고 갈릴레이의 사고실험

- ○ 흔들이가 흔들릴 때 추는 처음높이와 같은 높이까지 올라간다.
- ○ 흔들이추가 운동하는 자리길인 활등을 그림 3-10과 같이 두개의 경사면으로 바꾸어놓자. 마찰력이 없다면 첫 경사면우에 올려놓은 구는 굴러내려가서 둘째 경사면을 따라 처음과 같은 높이까지 올라간다.(그림 3-10의 ㄱ)
- ○ 둘째 경사면의 각을 작게 하면 구가 처음과 같은 높이까지 올라가면서 더 멀리 운동한다.(그림 3-10의 ㄴ)
- ○ 경사각을 령으로 하여 둘째 경사면이 수평면이 되게 하면 구는 계속 굴러갈것이다.(그림 3-10의 ㄷ)

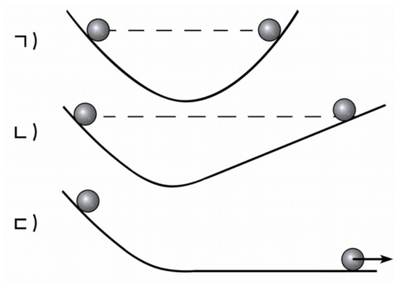


그림 3-10. 갈릴레이의 경사면실험

영국의 물리학자 뉴톤은 갈릴레이를 비롯한 앞선 학자들의 이러한 연구성과를 종합하여 1687년에 다음과 같은 법칙을 내놓았다.

다른 물체로부터 힘을 받지 않는 한 멎어있던 물체는 계속 멎어있고 운동하던 물체는 계속 등속직선운동한다. 이것을 **뉴톤의 제1법칙**이라고 부른다.

뉴톤의 제1법칙은 물체가 관성을 가지고있음으로 하여 성립되는 법칙이다. 그러므로 뉴톤의 제1법칙을 **관성의 법칙**이라고 한다.

⚠ 뉴톤의 제1법칙과 관성을 혼돈하지 말아야 한다.
관성은 물체에 힘이 작용하든 작용하지 않든 관계없이 물체가 가지고있는 속성의 하나이고 뉴톤의 제1법칙은 관성을 가진 물체에 힘이 작용하지 않았을 때 나타나는 운동의 법칙성을 밝힌것이다.

관성계와 비관성계

뉴톤의 제1법칙이 어디에서나 맞는가.

그림 3-11과 같이 렬차안의 매끈한 바닥우에 물체가 놓여있다. 이제 멎어있던 렬차가 떠나면서 가속운동을 한다고 하자. 이때 땅우의 관측자에 대하여서는 물체가 제자리에 그냥 놓여있다. 이에 대하여 땅우의 관측자는 물체에 마찰을 비롯한 다른 힘이 작용하지 않기때문에 뉴톤의 제1법칙으로부터 물체는 처음 정지상태를 그냥 유지한다고 설명한다. 즉 뉴톤의 제1법칙이 성립한다고 본다.

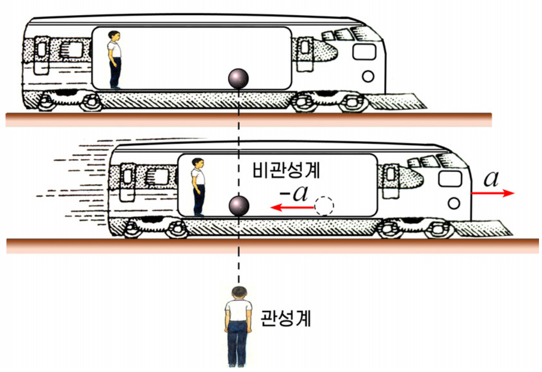


그림 3-11. 관성계와 비관성계

그러나 가속운동하는 렬차안의 관측자는 물체에 아무런 힘도 작용하지 않았는데 멎어있던 물체가 가속운동하여 뒤로 오는것으로 관측한다. 이것은 렬차안의 관측자에 대하여서는 뉴톤의 제1법칙이 성립하지 않는다는것을 의미한다.

이처럼 뉴톤의 제1법칙은 모든 기준계에서 다 성립하는것이 아니다.

뉴톤의 제1법칙이 성립하는 기준계를 **관성계**라고 부르며 뉴톤의 제1법칙이 성립하지 않는 기준계를 **비관성계**라고 부른다.

우의 실례에서 땅에 정한 기준계는 관성계이며 렬차에 정한 기준계는 비관성계이다.

한 관성계에 대하여 등속직선운동하는 물체에 정한 기준계는 관성계이며 가속운동하는 물체에 정한 기준계는 비관성계이다.

보통 지구를 관성계로 보며 지구에 대하여 등속직선운동하는 기준계도 관성계로 본다. 그러나 지구도 공전운동과 자전운동을 하는데 이 운동이 가속운동이므로 엄밀하게는 관성계라고 볼수 없다.

※ 지구의 자전운동으로 인한 가속도는 3.4×10^{-2}m/s^{2}이고 공전운동의 가속도는 0.6×10^{-2}m/s^{2}이다. 이것은 중력가속도 9.8m/s^{2}에 비하면 매우 작은 가속도이다. 이처럼 지구의 자전운동가속도나 공전운동가속도가 무시될수 있으면 지구를 관성계로 본다.

관성계를 규정해주었다는데 뉴톤의 제1법칙의 중요한 의의가 있다.

문제

1. 다음 문장들의 정확성을 판단하고 리유를 밝혀라.

ㄱ) 속도가 클수록 관성이 크다.

ㄴ) 관성을 가진 물체는 멎어있거나 등속직선운동한다.

ㄷ) 관성은 멎어있거나 등속직선운동할 때에만 나타난다.

ㄹ) 관성계는 관성이 나타나는 기준계이다.

ㅁ) 물체의 관성은 질량에만 관계된다.

2. 물체가 관성을 가진다는것을 보여주는 현상들을 3가지이상 찾고 설명하여라.
3. 굴러가는 축구공은 발로 쉽게 멈출수 있지만 달리는 자동차나 기차는 사람의 힘으로 쉽게 멈춰세울수 없다. 왜 그런가?
4. 등속직선운동은 어떤 경우에 일어나는가?
5. 지구를 관성계라고 하면 다음의 물체들에 정한 기준계는 어떤 기준계인가?

ㄱ) 등속직선운동하는 렬차

ㄴ) 등속원운동하는 회전비행기

ㄷ) 지하철도의 계단식승강기

ㄹ) 고층건물에 설치한 수직승강기

제 2 절. 뉴톤의 제 2 법칙

힘과 가속도사이의 관계

멎어있던 물체는 힘을 받아야 운동한다. 또한 운동하던 물체는 힘을 받으면 속도가 커지거나 작아지며 운동방향이 변한다. 이러한 현상들은 물체의 운동상태의 변화 즉 가속도가 힘에 의하여 생긴다는것을 보여준다.

힘의 방향과 가속도의 방향사이에는 어떤 관계가 있는가.

등속으로 운동하던 밀차가 용수철과 작용하여 멎을 때와 다시 튀여나올 때 물체에 작용하는 힘의 방향과 가속도의 방향을 따져보자.

그림 3-12에서 알수 있는것처럼 밀차가 멎을 때나 다시 운동할 때 가속도의 방향은 언제나 물체에 작용한 힘의 방향과 일치한다.

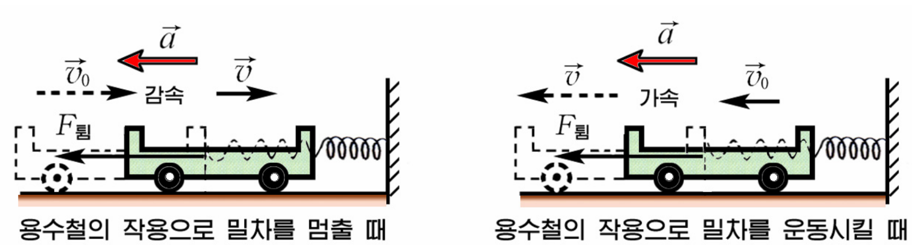


그림 3-12. 힘의 방향과 가속도방향사이의 관계

직선운동에서뿐아니라 곡선운동에서도 물체의 가속도는 그 물체에 작용한 힘의 방향으로 생긴다.

이처럼 물체에 힘이 작용하면 힘의 방향으로 가속도가 생긴다.

힘의 크기와 가속도의 크기사이에는 어떤 관계가 있는가.

실 험

○ 그림 3-13과 같이 경사면을 설치하고 밀차를 경사면우에 올려놓는다.

○ 밀차에 작용하는 경사면아래방향의 힘 F를 측력계로 잰다. 이 힘은 밀차가 경사면을 따라 내려오는 동안 계속 작용하는 일정한 힘이다. 밀차를 놓아주면 이 힘에 의하여 가속운동을 한다.

○ 밀차를 놓아주면서 동시에 초시계로 시간을 재기 시작하여 경사면밑에 내려올 때까지의 시간 t를 잰다.

○ 운동한 거리 S를 재고 $a=\dfrac{2S}{t^2}$를 리용하여 a를 계산한다.

○ 밀차의 질량은 변화시키지 않고 경사면의 경사각을 변화시켜 힘의 크기 F를 변화시키면서 같은 실험을 반복하여 진행하고 힘에 따르는 가속도 a를 알아낸다.

○ 힘에 따르는 가속도그라프를 그리고 가속도들의 비와 힘의 비를 구하여 어떤 관계가 있는가를 알아낸다.

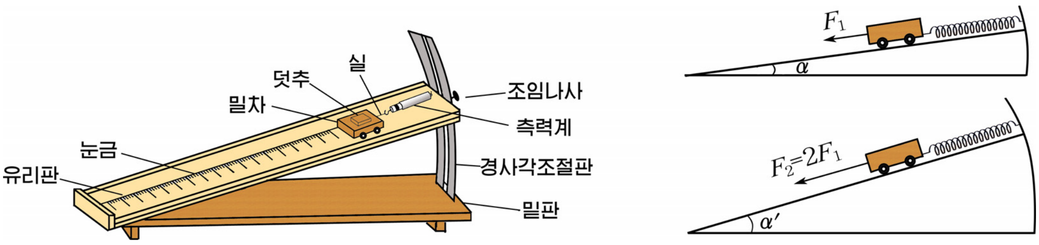


그림 3-13. 힘과 가속도사이의 관계를 알아보는 실험

실험결과 힘과 가속도사이의 그라프는 직선이고 힘의 비는 가속도의 비와 같다.(그림 3-14)

$$\frac{F_2}{F_1}=\frac{a_2}{a_1}$$

이것은 <u>물체의 가속도의 크기는 물체에 작용한 힘에 비례한다</u>는것을 보여준다.

$$a \sim F$$

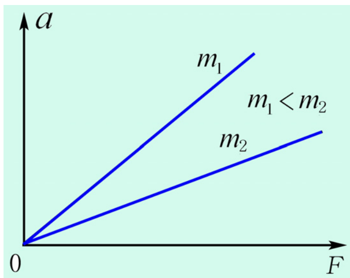


그림 3-14. 힘과 가속도사이의 관계

질량과 가속도사이의 관계

질량과 가속도사이의 관계를 그림 3-13의 장치를 가지고 다음과 같은 방법으로 알아본다.

실 험

○ 밀차의 질량 m_1를 재고 우와 같은 방법으로 힘 F와 가속도 a_1를 잰 다음 m_1a_1를 계산한다.(그림 3-15의 ㄱ)

○ 밀차에 질량을 아는 짐을 실어 질량을 m_2로 크게 하고 경사각을 줄여 힘은 우와 같게 한 다음 가속도 a_2을 측정하고 m_2a_2을 계산한다.(그림 3-15의 ㄴ)

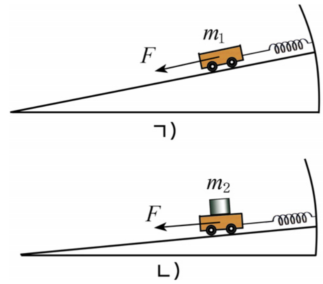


그림 3-15. 힘과 질량사이의 관계를 알아보는 실험

실험결과 $m_1a_1=m_2a_2$이다. 즉

$$\frac{a_2}{a_1}=\frac{m_1}{m_2}$$

일정한 힘이 작용할 때 물체의 가속도는 질량에 거꿀비례한다.

$$a \sim \frac{1}{m}$$

그러므로 힘과 가속도사이관계그라프에서 질량이 클수록 그라프의 경사각이 작아진다.(그림 3-14)

뉴톤의 제2법칙

우의 실험결과들을 종합하면 다음과 같은 법칙성을 찾을수 있다.

물체에 힘이 작용하면 힘의 방향으로 가속도가 생긴다.

이때 물체의 가속도의 크기는 물체에 작용한 힘의 크기에 비례하고 물체의 질량에는 거꿀비례한다. 이것을 **뉴톤의 제2법칙**이라고 부른다.

$$\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m} \qquad \textbf{뉴톤의 제2법칙} \qquad (1)$$

뉴톤의 제2법칙은 물체에 작용한 힘과 관성의 척도로서의 질량 그리고 운동상태의 변화를 나타내는 가속도사이의 호상관계를 밝힌 법칙이다.

뉴톤의 제2법칙은 관성계에서만 성립한다.

식 1로부터

$$\vec{F}=m\vec{a} \qquad \textbf{운동방정식} \qquad (2)$$

식 2로부터 결정된 힘의 단위가 1N이다. 1N은 질량이 1kg인 물체에 작용하여 1m/s^{2}의 가속도가 생기게 하는 힘의 크기와 같다.

즉 1N=1kg·m/s^2

한 물체에 여러개의 힘이 작용하였을 때 식 1은

$$\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m}=\frac{\vec{F}_1+\vec{F}_2+\cdots}{m}=\frac{\vec{F}_1}{m}+\frac{\vec{F}_2}{m}+\cdots=\vec{a}_1+\vec{a}_2+\cdots$$

와 같다. 이것을 통하여 다음과 같은것을 알수 있다.

첫째로, 물체에 여러개의 힘이 작용하였을 때 물체의 가속도는 합력에 의하여 결정된다.

둘째로, 여러개의 힘이 작용하였을 때 물체의 가속도는 매개 힘에 의한 가속도들의 벡토르합과 같다. 이것은 여러개의 힘이 동시에 작용하여도 매개 힘은 독립적으로 뉴톤의 제2법칙에 따르는 가속도를 만든다는것을 의미한다. 이것을 **힘작용의 독립성의 원리**라고 부른다.

셋째로, 물체에 작용한 힘을 필요한 방향으로 분해하였을 때 매 분력에 의한 가속도는 그 방향으로의 가속도로 된다.

$$\vec{a}_x=\frac{\vec{F}_x}{m},\qquad \vec{a}_y=\frac{\vec{F}_y}{m}$$

생각하기 뉴톤의 제1법칙을 2법칙의 특수한 경우라고 생각할수 있는가?

참고 운동방정식으로 물체의 운동을 고찰하는 순차

① 뉴톤의 제2법칙을 적용할 대상을 설정한다. 대상으로는 한개의 물체를 정할수도 있고 여러 물체로 된 물체계를 정할수도 있다.
② 정해진 대상에 작용한 외부힘을 찾는다. 이때 힘을 준 물체가 명백한 실제적인 힘들을 모두 찾아야 한다.
③ 찾은 힘들의 전체 합력을 구하거나 필요한 방향의 힘들의 합력을 구한다.
④ 정해진 대상의 운동상태를 분석하고 찾은 힘을 리용하여 운동방정식을 작성한다.
⑤ 운동방정식을 풀어서 필요한 량을 구한다.

[례제] 그림 3-16과 같이 실의 두끝에 질량이 각각 2kg과 3kg인 추를 매여 고정도르래에 걸었다. 추들의 가속도와 실의 장력을 구하여라.

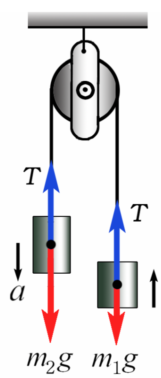


그림 3-16

풀이. 주어진것: m_1=2kg
m_2=3kg

구하는것: a?, T?

한 실에 매여있으므로 두 물체의 가속도는 같고 도르래의 무게를 고려하지 않으면 두 물체에 작용하는 장력도 같다.

가속도방향의 힘을 ⟨+⟩, 그 반대방향의 힘을 ⟨-⟩로 하고 m_2의 운동방정식을 세우면

$$m_2g-T=m_2a \qquad (1)$$

m_1의 운동방정식을 세우면

$$T - m_1 g = m_1 a \qquad (2)$$

식 1과 식 2로부터

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g = \frac{3-2}{2+3} \times 9.8 = 1.96 \ (\mathrm{m/s^2})$$

식 2로부터

$$T = m_1 (g + a) = 2 \times (9.8 + 1.96) \approx 23.5 \ (\mathrm{N})$$

답. 1.96m/s^2, 약 23.5N

참고 관성질량과 중력질량

뉴톤의 제2법칙으로부터 물체의 관성을 비교하여 결정되는 질량을 **관성질량**이라고 부르고 물체에 작용한 중력이 질량에 비례하는 성질로부터 물체에 작용한 중력을 비교하여 결정되는 질량을 **중력질량**이라고 한다.

1N의 힘이 작용하여 1m/s^2의 가속도가 생기는 물체의 질량은 관성질량으로서 1kg이고 9.8N의 중력이 작용하는 물체의 질량은 중력질량으로서 1kg이다.

중력질량과 관성질량은 1971년에 10^{-12}의 정확도로 같다는것이 증명되였다.

문 제

1. 다음 문장들의 정확성을 판단하고 리유를 밝혀라.
   ㄱ) 힘을 받지 않는 물체는 운동하지 않는다.
   ㄴ) 물체에 작용하던 힘이 없어지면 그 물체는 멎는다.
   ㄷ) 물체는 작용한 힘의 방향으로 운동한다.
   ㄹ) 물체의 질량은 물체에 작용한 힘에는 비례하고 가속도에는 거꿀비례한다.
   ㅁ)물체에 작용한 힘의 합력이 령이 아니면 가속도도 령이 아니다.
2. 직선운동하는 어떤 물체의 $v-t$ 그라프(그림 3-17의 ㄱ)를 보고 그에 해당하는 $F-t$ 그라프를 그림 3-17의 ㄴ, ㄷ, ㄹ에 있는 그라프들가운데서 지적하여라.

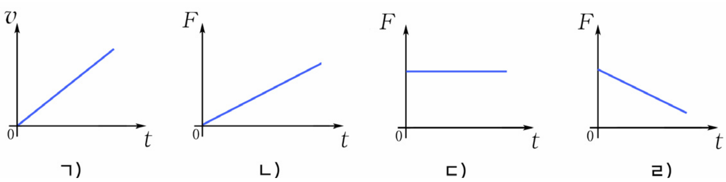


그림 3-17

3. 질량이 7kg인 물체에 4N과 3N의 힘이 다음과 같이 작용할 때 가속도를 구하여라.
   ㄱ) 두 힘이 같은 방향으로 작용할 때
   ㄴ) 두 힘이 반대방향으로 작용할 때
   ㄷ) 두 힘이 수직으로 작용할 때
4. 질량이 3t이고 속도가 36km/h인 자동차를 50m의 거리에서 세우려면 얼마의 제동힘이 필요한가?

5. 꼭같은 힘을 두 물체에 주었더니 그것들의 가속도가 각각 8m/s^2과 24m/s^2으로 되였다. 두 물체를 하나로 잇고 우와 같은 힘을 주면 가속도가 얼마로 되겠는가?

제 3 절. 뉴톤의 제 3 법칙

배에 탄 사람이 강기슭에 매여놓은 바줄을 당기면 바줄은 사람을 당기므로 사람이 탄 배가 강기슭으로 끌려간다. 책상우에 놓인 물체가 책상을 내려누르면 책상도 물체를 우로 올려민다.

이처럼 한 물체 A가 다른 물체 B에 힘을 주면 물체 B도 물체 A에 힘을 준다.

이것을 작용과 반작용이라고 하였다. 작용만 있고 반작용이 없는 실제적인 힘은 없다. 다시말하여 힘을 받은 물체는 있으나 힘을 준 물체가 없거나 힘을 준 물체는 있는데 힘을 받은 물체가 없는 경우란 없다.

이처럼 힘은 물체들사이의 호상작용이다.

뉴톤의 제3법칙

물체들사이의 호상작용이 어떻게 일어나는가를 밝힌것이 뉴톤의 제3법칙이다.

실 험

○ 그림 3-18과 같이 물체에 측력계를 걸고 그것을 다른 측력계로 당긴다. 이때 측력계 1이 가리키는 값이 측력계 2가 1을 당기는 힘이라면 측력계 2가 가리키는 값은 측력계 1이 측력계 2를 당기는 힘이다.

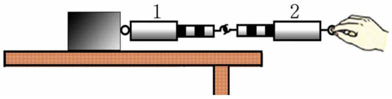


그림 3-18. 작용과 반작용의 크기

○ 측력계를 세게 또는 약하게 당기면서 두 측력계의 값을 관측한다. 두 값은 언제나 같다.

측력계 2를 세게 당기면 측력계 1과 2의 값이 동시에 커지고 측력계 2를 점차 약하게 당기면 측력계 1과 2의 값이 동시에 작아지며 동시에 령으로 된다. 즉 두 측력계가 가리키는 값은 언제나 같다. 또 한 두 힘의 방향은 한 직선우에서 서로 반대로 향한다.

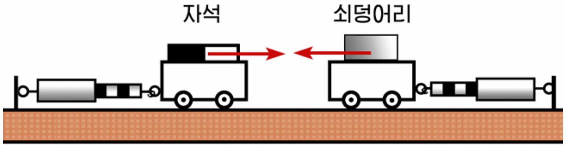


그림 3-19. 자석과 철사이의 작용과 반작용

물체가 서로 닿아서 힘을 줄 때뿐아니라 그림 3-19와 같이 서로 떨어져서

힘을 줄 때에도 꼭같은 결과가 나타나며 멎어있으면서 힘을 줄 때뿐아니라 그림 3-20과 같이 운동하면서 힘을 줄 때에도 꼭같은 결과가 나타난다.

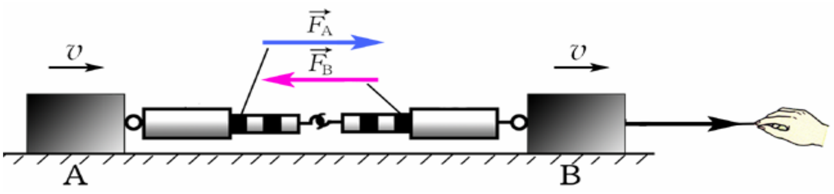


그림 3-20. 운동하는 물체들사이의 작용과 반작용

이로부터 물체들사이의 호상작용의 법칙성을 다음과 같이 정식화할수 있다.

작용과 반작용은 크기가 같고 한 직선우에서 서로 반대방향으로 향한다. 이것을 **뉴톤의 제3법칙**이라고 부른다.

$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ **뉴톤의 제3법칙**

$\vec{F}_1$: 물체 2가 1에 주는 힘, $\vec{F}_2$: 물체 1이 2에 주는 힘

여기서 $\vec{F}_1$가 작용이라면 $\vec{F}_2$은 반작용이며 부호 〈-〉는 작용과 반작용의 방향이 반대라는것을 표시한다. 뉴톤의 제3법칙을 **작용과 반작용의 법칙**이라고 부른다.

뉴톤의 제3법칙을 리해하는데서 다음과 같은 점에도 주의를 돌려야 한다.

실험을 통하여서도 알수 있는것처럼 작용과 반작용은 동시에 나타나고 동시에 없어진다. 그러므로 작용과 반작용이 따로 규정되여있지 않고 어느 물체의 운동을 살피는가에 따라 편리하게 정할수 있다.

작용과 반작용은 작용점이 서로 다른 물체에 있으므로 합성할수 없다. 따라서 작용과 반작용은 크기가 같고 방향이 반대인 힘이지만 서로 비기는 힘이 아니다.(그림 3-21)

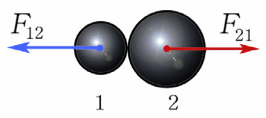


그림 3-21. 작용과 반작용의 작용점

⚠ 물체계의 운동을 연구하는 경우 물체계에 작용하는 전체 힘을 따질 때에는 계안의 물체들사이에 작용하는 작용과 반작용은 합성되며 이때 두 힘은 비겨 없어진다.(그림 3-22)

※ 계안의 물체들사이에 서로 작용하는 힘을 **내부힘**이라고 부른다. 이때 계밖에서 물체계에 작용하는 힘은 **외부힘**이다.

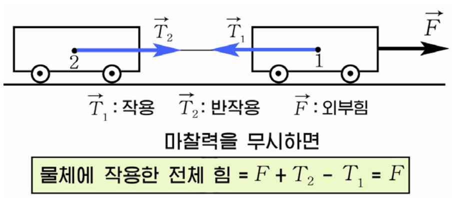


그림 3-22. 내부힘의 평형

뉴톤의 제3법칙의 리용

생활과 기술에서는 뉴톤의 제3법칙을 많이 리용한다.

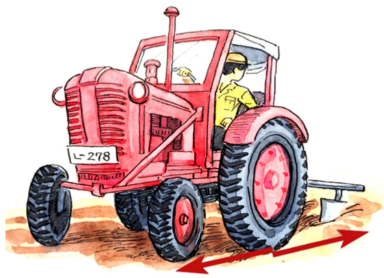
사람은 발로 땅을 뒤로 밀 때 땅이 발을 앞으로 미는 반작용에 의하여 앞으로

걸어간다. 사람이 땅을 밀어주는 힘이 클수록 땅으로부터 더 큰 힘을 받을수 있다. 이때 땅과 사람의 발사이의 호상작용힘은 마찰력이다. 그러므로 달리기선수는 출발할 때 큰 가속도를 얻기 위하여 바닥과의 마찰이 큰 신을 신고 발로 땅을 힘껏 밀어차는것이다.(그림 3-23)



그림 3-23. 달리기선수의 작용과 반작용

뜨락또르는 바퀴가 땅을 밀 때 땅이 바퀴를 미는 힘에 의하여 앞으로 나간다. 이 힘이 추진력이다. 뜨락또르의 추진력을 크게 하자면 뜨락또르의 큰 바퀴를 돌리는 힘(기관이 내는 힘)이 커야 하며 이 바퀴와 땅사이의 마찰이 커야 한다.(그림 3-24)


그림 3-24. 뜨락또르에서 작용과 반작용

배도 추진기로 물을 뒤로 밀 때 물이 추진기에 주는 반작용에 의하여 앞으로 나간다.

로케트는 로케트의 동체가 연소가스를 뒤로 밀어내여 뿜을 때 연소가스가 로케트동체에 주는 반작용에 의하여 앞으로 나간다.

자동보총과 자동포를 비롯한 여러가지 자동무기들에서는 작용과 반작용을 리용하여 자동사격을 한다.

[례제] 어른과 아이가 바줄당기기를 한다. 어른이 아이를 당기는 힘과 아이가 어른을 당기는 힘가운데서 어느것이 큰가? 아이는 왜 어른쪽으로 끌리는가?

풀이. 어른이 아이를 당기는 힘 $\vec{F}_1$와 아이가 어른을 당기는 힘 $\vec{F}_3$은 작용과 반작용이므로 크기가 같고 방향이 반대이다. 그런데 아이는 어른쪽으로 끌려간다.

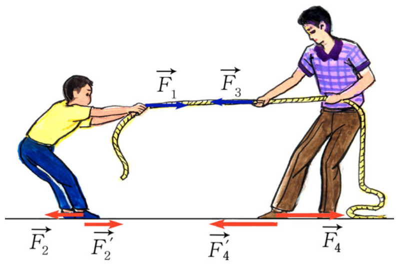


그림 3-25

아이의 운동을 따지려면 아이에게 작용한 힘들을 따져야 한다.(그림 3-25)

아이에게 작용하는 힘은 아이가 땅을 미는 힘 $\vec{F}_2'$에 대한 반작용힘 $\vec{F}_2$과 어른이 아이를 끄는 힘 $\vec{F}_1$이다. 그런데 $F_1 > F_2$이므로 아이는 어른쪽으로 끌려간다.

어른에게 작용하는 힘은 어른이 땅을 미는 힘 $\vec{F}_4'$에 대한 반작용힘 $\vec{F}_4$와 아이가 어른을 끄는 힘 $\vec{F}_3$이다. 그런데 $F_4 > F_3$이므로 어른은 아이를 끌고 뒤로 간다.

결국 어른이 아이를 이긴것은 어른이 땅을 미는 힘 $\vec{F}_4'$가 아이가 땅을 미는 힘 $\vec{F}_2'$보다 크기때문이다.

문 제

1. 다음의 경우에 물체에 작용하는 힘들과 그의 반작용힘을 찾아 힘화살로 표시하여라.
   ㄱ) 책상우에 책이 놓여있다.(책)
   ㄴ) 실에 금속구가 매달려있다.(금속구)
   ㄷ) 경사면우에 나무토막이 놓여있다.(나무토막)
2. 배에 탄 사람이 배의 벽을 밀면 배는 움직이지 않는다. 그러나 배에 탄 사람이 노를 저으면 배가 움직인다. 왜 그런가?
3. 매끈한 얼음판우에서는 왜 걸어가기 힘든가?
4. 그림 3-26과 같은 조건에서 천평이 평형을 이루고있다. 실의 길이를 늘여 오른쪽분동을 그릇바닥에 닿지 않도록 물속에 완전히 잠그면 평형이 이루어지는가?

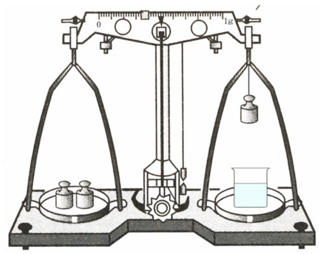


그림 3-26

제 4 절. 직선운동을 일으키는 힘

지하철도 승강기우에 있는 사람의 운동이나 직선철길을 따라 역으로 들어오는 지하전동차의 운동을 비롯하여 많은 물체들이 직선운동을 한다.

어떤 경우에 물체가 직선운동하겠는가.

물체가 직선운동하기 위한 조건

1장에서 본바와 같이 가속도에 따라 물체의 운동이 달라진다.

물체의 가속도가 힘에 의하여 생기므로 물체가 어떤 운동을 하는가 하는것은 결국 힘에 관계된다.

물체에 작용한 힘들은 운동방향과 그에 수직인 방향의 성분으로 분해할수 있다.

운동방향의 성분힘들의 합력을 $\vec{F}_t$, 운동방향에 수직인 방향의 성분힘들의 합력을 $\vec{F}_n$라고 하면 물체에 작용하는 전체 힘은

$$\vec{F} = \vec{F}_t + \vec{F}_n$$

이다.(그림 3-27)

뉴톤의 제2법칙으로부터 물체의 가속도는

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{\vec{F}_t + \vec{F}_n}{m} = \frac{\vec{F}_t}{m} + \frac{\vec{F}_n}{m}$$

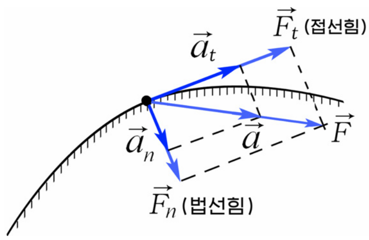


그림 3-27. 접선힘과 법선힘

여기서 $\dfrac{\vec{F}_t}{m} = \vec{a}_t$ 는 접선가속도이고 $\dfrac{\vec{F}_n}{m} = \vec{a}_n$ 은 법선가속도이다.

그러므로 접선가속도를 만드는 힘 $\vec{F}_t$ 를 **접선힘**, 법선가속도를 만드는 힘 $\vec{F}_n$ 를 **법선힘**이라고 부른다.

직선운동은 법선가속도 $a_n = 0$ 인 운동이므로

$$\vec{F}_n = 0 \qquad \text{물체가 직선운동하기 위한 조건} \tag{1}$$

법선힘이 령이라는것은 물체에 작용한 힘들이 운동방향과 평행으로만 작용하든가 아니면 수직방향의 성분힘들의 합력이 령이여서 물체에 작용하는 힘들의 합력이 접선힘과 같다는것을 의미한다. ($F = F_t$)

례를 들어 자유락하하는 물체나 기중기로 들어올리는 블로크의 운동과 같이 직선운동하는 모든 물체에 작용하는 힘들의 합력은 운동방향과 같거나 반대방향이다. (그림 3-28)

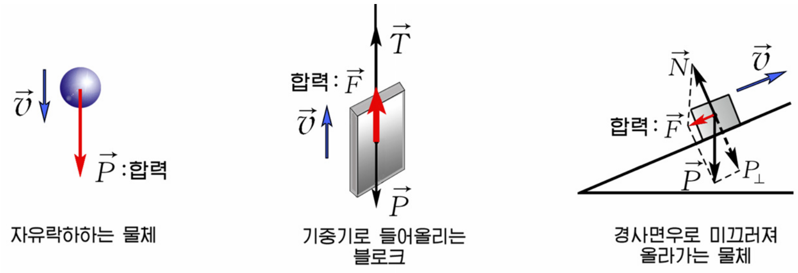


그림 3-28. 직선운동하는 물체에 작용하는 힘

직선운동하는 물체의 운동방정식

직선운동하는 물체가 어떤 운동을 하는가 하는것은 물체에 작용하는 접선힘이 어떠한가에 따라 결정된다. 그러므로 접선힘을 따져서 직선운동을 연구한다.

뉴톤의 제2법칙으로부터 직선운동하는 물체의 운동방정식은

$$\vec{F}_t = m\vec{a}_t \qquad \text{직선운동하는 물체의 운동방정식} \tag{2}$$

$\vec{F}_t = \sum \vec{F}_{it}$:물체에 작용하는 접선힘의 합력[N]

$\vec{a}_t = \vec{a}$:물체의 가속도 [m/s^2]

접선방향의 힘들가운데서 마찰력과 같은 힘은 운동방향과 수직방향의 힘을 따져야 알수 있다. 이때에는 운동방향과 수직방향으로 향하는 힘의 평형조건을 리용한다.

$$\vec{F}_n = \sum \vec{F}_{in} = 0 \tag{3}$$

물체의 직선운동은 식 2와 식 3을 리용하여 밝힐수 있다.

[례제 1] 수평면우에 있는 질량이 m 인 물체에 수평면과 α 의 각으로 힘 F 가 작용하였다. 물체의 가속도를 구하여라. 면과 물체사이의 마찰결수는 μ 이다.

풀이. 물체에 작용하는 힘은 중력 $\vec{P}$, 맞선힘 $\vec{N}$, 외부힘 $\vec{F}$, 마찰력 $\vec{F}_{마}$이다.(그림 3-29)

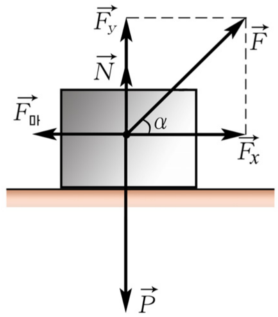


그림 3-29

운동방정식은

$$F\cdot\cos\alpha-\mu\cdot N=m\cdot a \qquad (1)$$

수직방향으로의 힘의 평형조건식은

$$P=F\cdot\sin\alpha+N \qquad (2)$$

식 2에서 $N=m\cdot g-F\cdot\sin\alpha$ (3)

※ 물체는 $N>0$ $(m\cdot g>F\cdot\sin\alpha)$일 때에만 면을 따라 직선운동을 한다.

식 3을 식 1에 넣으면

$$a=\frac{F\cdot\cos\alpha-\mu(m\cdot g-F\cdot\sin\alpha)}{m} \qquad (4)$$

만일 마찰이 없다면 $a=\dfrac{F\cdot\cos\alpha}{m}$ (5)

마찰력만 받는 경우에는 $a=-\mu\cdot g$ (6)

식 6은 수평면우에서 마찰력만을 받는 물체의 가속도공식으로서 널리 리용된다.

답. $a=\dfrac{F\cdot\cos\alpha-\mu(m\cdot g-F\cdot\sin\alpha)}{m}$

참고 운동방정식을 직선운동에 적용하는 순차

① 운동을 연구하는 대상(물체 또는 물체계)을 합리적으로 정하고 운동상태를 분석하여 직선운동임을 확인하고 어떤 직선운동을 하는가에 대하여 따진다.

② 물체 또는 물체계에 작용하는 힘들을 정확히 찾고 운동방향과 그에 수직방향의 힘으로 분해한다. 이때 외부힘만을 따지고 내부힘은 비겨 없어지므로 따지지 않는다.

③ 운동방향의 힘들로 식 1의 모양에 따르는 운동방정식을 작성하며 수직방향의 힘들로는 식 2의 모양에 따르는 평형조건식을 작성한다. 운동방정식을 작성할 때에는 보통 처음운동방향을 정의 방향으로 하고 그 방향의 힘과 가속도의 부호는 〈+〉, 반대방향의 힘과 가속도의 부호는 〈-〉로 하여 작성한다.

[례제 2] 경사각이 α인 경사면우에 질량이 m_1, m_2인 두개의 물체 A, B가 실에 련결되여 놓여있다. 물체 B를 실로 매여 경사면을 따라 우로 F의 힘으로 당긴다. 물체계의 가속도와 두 물체를 련결한 실의 장력을 구하여라.(그림 3-30) 마찰결수는 μ이다.

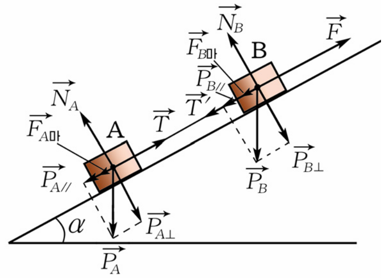


그림 3-30

풀이. 물체 A와 B는 같은 가속도를 가지고 경사면을 따라 우로 직선운동하므로 먼저 물체 A와 B로

된 물체계를 대상으로 하여 운동방정식을 세우면 계에 작용하는 운동방향의 힘들은 $P_{A//}=m_A\cdot g\cdot\sin\alpha$, $P_{B//}=m_B\cdot g\cdot\sin\alpha$,

$F_{A마}=\mu\cdot g\cdot m_A\cdot\cos\alpha$, $F_{B마}=\mu\cdot g\cdot m_B\cdot\cos\alpha$ 와 F 이므로

$$F-P_{A//}-P_{B//}-F_{A마}-F_{B마}=(m_A+m_B)\cdot a \qquad (1)$$

※ T 와 T' 는 계의 내부힘이므로 합성하면 0이 된다.

$$\therefore\ a=\frac{F-(m_A+m_B)\cdot g\cdot(\sin\alpha+\mu\cdot\cos\alpha)}{m_A+m_B}$$

$$=\frac{F}{m_A+m_B}-g\cdot(\sin\alpha+\mu\cdot\cos\alpha) \qquad (2)$$

다음으로 물체 A를 대상으로 하고 운동방정식을 세우면 물체 A에 작용한 경사면방향의 힘들이 T, $P_{A//}$, $F_{A마}$ 이므로

$$T-P_{A//}-F_{A마}=m_A\cdot a \qquad (3)$$

$$\therefore\ T=m_A\cdot g(\sin\alpha+\mu\cdot\cos\alpha)+m_A\cdot a \qquad (4)$$

식 4에 식 2를 넣으면

$$T=\frac{m_A\cdot F}{m_A+m_B}$$

답. $a=\dfrac{F}{m_A+m_B}-g\cdot(\sin\alpha+\mu\cdot\cos\alpha)$, $T=\dfrac{m_A\cdot F}{m_A+m_B}$

문 제

1. 마찰결수가 μ 인 수평면에서 물체를 속도 v_0 으로 밀다가 놓아주면 얼마만한 거리에 가서 멎겠는가?
2. 다음 문장의 빈자리에 알맞는 말을 써넣어라.
   법선힘이 ______경우 ______이 ______하면 물체는 등가속직선운동을 하고 ______이 ______하면 부등가속직선운동을 하며 ______이 ______이면 등속직선운동을 한다.
3. 짐을 실은 기구가 아래로 향하는 중력과 우로 향하는 뜰힘을 받으면서 운동한다. 총 질량이 M_1일 때 기구가 가속도 a로 내려온다면 총 질량이 얼마여야 기구가 가속도 a로 올라가겠는가?
4. 경사각이 30°인 경사면에 설치한 도르래에 줄을 걸고 줄의 두끝에 질량이 각각 m_1=0.3kg과 m_2=0.2kg인 물체들을 련결하였다. 물체들의 가속도와 줄의 장력을 구하여라. 마찰과 도르래의 질량을 무시하여라.(그림 3-31)

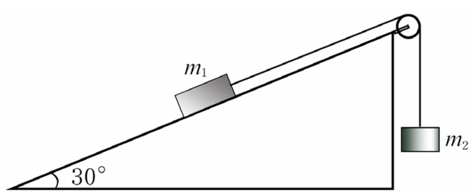


그림 3-31

5. 질량이 다같이 m인 세개의 물체 A, B, C를 줄로 잇고 도르래를 거쳐 질량이 M인 추에 련결하였다.(그림 3-32) 물체들의 가속도와

매개 물체들사이의 줄의 장력을 구하여라. 줄은 늘어나지 않으며 마찰은 없다. 도르래와 줄의 질량은 무시한다.

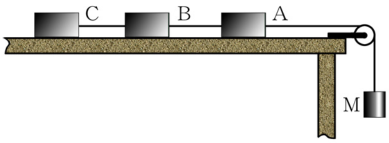


그림 3-32

제 5 절. 원운동을 일으키는 힘

향심력

돌을 맨 줄을 쥐고 돌려보아라. 줄을 당기면서 돌리면 원운동을 하고 줄을 놓으면 접선방향으로 날아가버린다. 철추를 던지는 선수는 몸을 뒤로 제끼고 큰 힘으로 줄을 당기면서 철추를 돌린다.(그림 3-33) 줄을 놓아주어 당기는 힘을 없애면 철추는 선수로부터 날아가버린다.

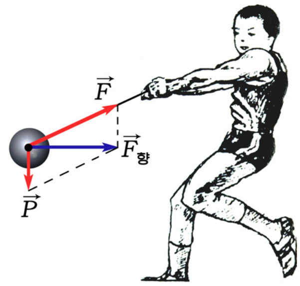


그림 3-33. 철추를 던질 때 철추에 작용하는 힘

이러한 사실은 물체를 원운동시키려면 물체에 원의 중심쪽으로 향하는 힘을 주어야 한다는것을 보여준다.

원의 중심으로 향하면서 물체가 원운동하게 하는 힘을 **향심력**이라고 부른다.

향심력의 크기는 무엇에 관계되는가.

실 험

○ 그림 3-34와 같이 용수철과 추를 설치하고 축둘레로 회전시킨다. 이때 늘어난 용수철의 튐힘이 추에 작용하는 향심력이다.

○ 회전속도를 점차 크게 하면서 용수철이 늘어난 길이를 재여 회전속도에 따르는 향심력의 크기를 알아본다.

○ 회전속도를 고정시키고 용수철에 매단 물체의 질량을 큰것과 작은것으로 바꾸면서 용수철의 늘어난 길이를 비교하여 질량에 따르는 향심력의 크기를 알아본다.

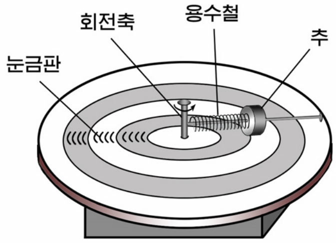


그림 3-34. 향심력의 크기는 무엇에 관계되는가

실험결과는 향심력의 방향이 언제나 원의 중심쪽으로 향하며 향심력의 크기는 회전속도가 클수록, 물체의 질량이 클수록 크다는것을 보여준다.

이에 대하여 뉴톤의 제2법칙을 리용하여 구체적으로 보기로 하자.

등속원운동하는 물체의 가속도는 향심가속도이다. 이 향심가속도를 만들어주는 힘이 향심력이다. 뉴톤의 제2법칙으로부터 힘의 방향으로 가속도가 생기므로 향심

력의 방향은 향심가속도의 방향인 원의 중심쪽으로 향하며 향심력의 크기는 $F_{향} = m \cdot a_{향}$ 이다.

$$F_{향} = m \cdot \frac{v^2}{R} = m \cdot \omega^2 \cdot R \qquad \textbf{향심력}$$

향심력의 크기는 원운동하는 물체의 질량과 선속도의 두제곱(또는 각속도의 두제곱)에 비례한다.

향심력의 크기는 원운동의 반경에도 관계되는데 선속도가 일정한 경우에는 반경에 거꿀비례하고 각속도가 일정한 경우에는 반경에 비례한다.

향심력의 방향은 언제나 원의 중심쪽으로 향하며 작용점은 원운동하는 물체에 있다. 향심력의 방향이 물체의 운동방향과 수직이므로 향심력을 법선힘이라고도 한다.

향심력이라는 말은 힘의 작용효과를 놓고 붙여준 이름이다. 다시말하여 향심력이라는 힘이 따로 있는것이 아니라 어떤 힘이 향심가속도를 만들면 그 힘을 가리켜 향심력이라고 한다.

례를 들어 앞의 실험에서 추에 작용하는 향심력은 용수철의 튐힘이며 돌아가는 철추에 작용하는 향심력은 선수가 끌어당기는 힘과 중력의 합력이다.

향심력은 물체에 작용하는 힘들의 운동방향에 대한 수직성분들의 총합과 언제나 같다.

물체가 원운동(곡선운동)을 하려면 반드시 향심력이 있어야 한다.

생각하기 왜 철길의 굽인돌이에서는 바깥철길을 높여 일정한 경사를 보장해주는가?(그림 3-35)

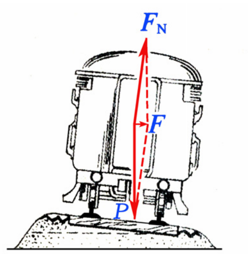


그림 3-35

힘에 따르는 여러가지 원운동

등속원운동은 접선가속도가 령이고 향심가속도의 크기가 일정한 운동이다. 그러므로 물체에 작용한 접선힘이 령이고 향심력(법선힘)의 크기가 일정하면 물체는 등속원운동을 한다.(그림 3-36)

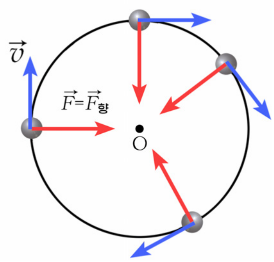


그림 3-36. 원운동방향과 수직으로 일정한 크기의 힘만 작용하면 등속원운동한다

등가속원운동은 선속도의 크기가 고르롭게 변하는 원운동이다. 즉 접선가속도가 일정하다. 그러나 원운동의 속도가 변하므로 향심가속도가 변한다.

그러므로 등가속원운동을 일으키자면 접선가속도를 만들어주는 일정한 크기의 접선힘이 작용하여야 하며 원운동의 속도가 변하는데 맞게 크기가 변

하는 향심력을 주어야 한다.(그림 3-37)

만일 필요한 향심력을 주지 못하면 물체는 반경이 다른 원자리길로 넘어간다.

물체에 작용한 접선힘과 향심력이 다같이 시간에 따라 변하는 원운동은 부등속원운동이다.

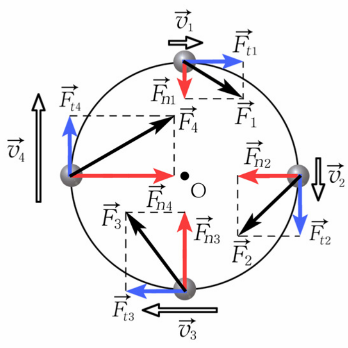


그림 3-37. 등가속원운동에서 접선힘과 향심력

[례제] 회전그네가 돌아갈 때 줄이 드림선과 이루는 각이 30°이면 각속도는 얼마인가? 줄의 길이는 6m이다.

풀이. 주어진것: $\alpha=30°$, $l=6\text{m}$

구하는것: ω?

그네에는 중력과 줄의 장력이 작용하고있다. 그네가 등속원운동을 하고있다면 그네에 작용하는 모든 힘의 합력이 향심력으로 된다.

그러므로 그림 3-38에서와 같이 장력과 중력의 합력이 향심력으로 된다. 그림에서

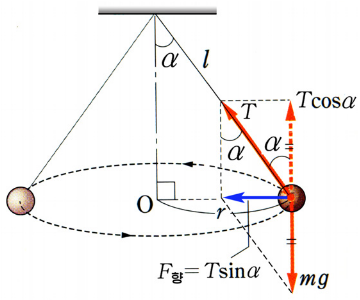


그림 3-38

$$\frac{F_{향}}{P}=\tan\alpha,\qquad F_{향}=m\omega^2 r,\qquad P=mg,\qquad r=l\cdot\sin\alpha$$

이므로

$$\frac{m\omega^2 l\sin\alpha}{mg}=\tan\alpha$$

따라서

$$\omega=\sqrt{\frac{g}{l\cdot\cos\alpha}}=\sqrt{\frac{9.8}{6\times\cos 30°}}\approx 1.37\,(\text{rad/s})$$

답. 약 1.37rad/s

문제

1. 다음의 그라프에서 등속원운동과 등가속원운동을 할수 있는 그라프쌍을 고르고 그 리유를 설명하여라.(그림 3-39)

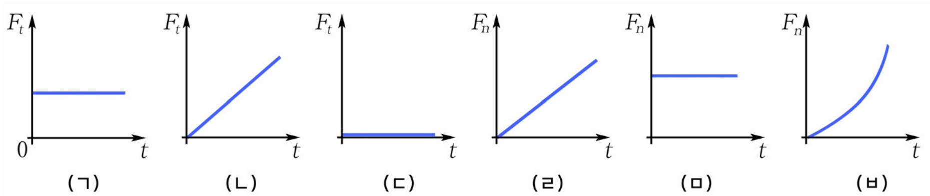


그림 3-39

2. 용수철에 매단 질량이 100g인 구가 매끈한 수평면우에서 5s^{-1}의 회전수로 돌고있다. 용수철의 처음길이는 10cm이고 튕성결수가 300N/m라면 용수철이 늘어난 길이는 얼마인가?
3. 스케트선수가 반경이 30m인 원을 따라 돌고있다. 선수가 드림선에 대하여 45°의 각도로 몸을 기울이고 돌아간다면 그의 속도는 얼마인가?

4. 반경이 100m인 원자리길을 따라 자동차가 10m/s의 속도로 달리게 하려면 바퀴와 길사이의 마찰결수를 적어도 얼마로 하여야 하는가?

제 6 절. 수평으로 던진 물체의 운동

운동의 독립성

한 물체가 두가지 운동을 동시에 할 때 한 운동이 다른 운동에 영향을 주는가를 알아보자.

실 험

○ 그림 3-40과 같은 실험장치에서 망치 K로 수직대를 때려 구 B는 자유락하시키고 구 A는 수평으로 던져지게 한다.

○ 두 구가 땅에 떨어지는 시간을 관찰한다. 떨어지는 시간이 꼭같다.

○ 망치로 대를 더 세게 때려 구 A의 속도를 크게 하면서 같은 실험을 반복한다. 역시 구 A와 B가 떨어지는 시간이 꼭같다.

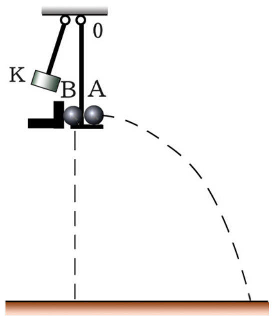


그림 3-40. 운동의 독립성

실험에서 두 구는 언제나 바닥에 동시에 떨어진다. 이것을 더 구체적으로 보기 위하여 두 구의 운동을 스트로보사진을 찍어 관찰한다.(그림 3-41)

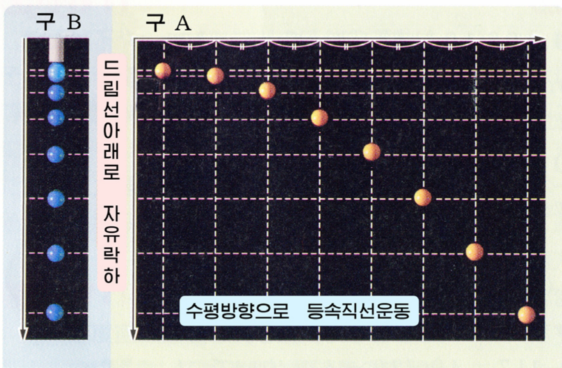


그림 3-41. 수평으로 던진 물체의 스트로보사진

구 A는 중력을 받지 않는다면 수평방향으로의 등속직선운동을 할것이며 처음속도가 없었다면 드림선아래로 자유락하운동을 할것이다. 실지로 구 A는 이 두가지 운동을 동시에 한다.

드림선방향으로는 수평방향의 속도에 관계없이 구 B와 꼭같이 자유락하운동을 하였으며 수평방향으로는 처음속도와 같은 속도를 가지고 매 시간 같은 거리를 갔다.

이것은 드림선방향으로의 자유락하운동과 수평방향으로의 등속직선운동이 서로 영향을 주지 않는다는것을 의미한다.

한 물체가 두가지 운동을 동시에 할 때 매개의 운동은 서로 다른 운동에 아무런 영향을 주지 않는다. 운동의 이러한 성질을 **운동의 독립성**이라고 부른다.

운동의 독립성은 힘작용의 독립성의 원리에 기초하고있다.

물체의 운동상태의 변화는 물체에 작용한 힘에 의하여 일어난다. 힘작용의 독립성의 원리로부터 한 물체에 여러 힘이 작용하여도 매 힘은 다른 힘의 작용에 관계없이 홀로 작용했을 때와 같은 작용효과를 나타낸다. 그러므로 주어진 방향의 운동은 다른 방향의 힘이 어떠한가에는 관계없고 오직 그 방향의 성분힘에만 의존된다.

수평으로 던진 물체는 운동하는 전기간 드림선아래로 향하는 중력만을 받는다.

따라서 물체는 드림선방향으로는 자유락하운동을 하고 수평방향으로는 작용하는 힘이 없으므로 등속직선운동을 하는것이다.

운동의 독립성은 곡선운동을 자리표축방향별로 분해하고 그 매개의 운동을 독립적으로 연구할수 있는 길을 열어준다. 즉 곡선운동을 직선운동들의 합운동으로 고찰할수 있게 함으로써 직선운동을 다룰수 있으면 곡선운동도 다룰수 있게 한다.

※ 운동을 분해할 때 자리표축방향은 임의의 방향으로 정할수 있다.

수평으로 던진 물체의 운동

던진 점을 자리표원점으로 하고 던진 방향을 x축, 드림선아래방향을 y축으로 하는 자리표계를 도입하고 수평으로 던진 물체의 운동을 따져보자.

공기의 저항을 무시하는 경우 물체에 작용하는 힘은 중력뿐이다.

그러므로 물체는 x축방향으로 등속운동을 하고 y축방향으로는 g의 가속도를 가지고 자유락하운동을 한다.(그림 3-42)

또한 수평으로 던진 물체의 운동은 운동하는 전기간 가속도의 크기와 방향이 변하지 않는 등가속운동이다.

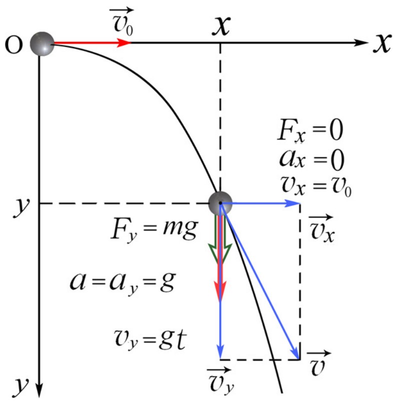


그림 3-42. 수평으로 던진 물체의 힘과 가속도

수평으로 던진 물체의 처음속도를 v_0이라고 하면 자리표축방향의 처음속도가 $v_{0x}=v_0$, $v_{0y}=0$이므로 던진 때로부터 t시간후의 속도는 다음과 같다.

$$v=\sqrt{v_x{}^2+v_y{}^2}=\sqrt{v_0^2+(gt)^2} \quad \text{속도의 크기} \qquad (1)$$

$$\tan\alpha=\frac{v_y}{v_x}=\frac{g\cdot t}{v_0} \quad \text{속도의 방향} \qquad (2)$$

α : x축방향과 운동방향사이각

속도의 크기는 시간에 따라 점차 커지며 속도의 방향은 점차 드림선쪽으로 기울어진다.(그림 3-43)

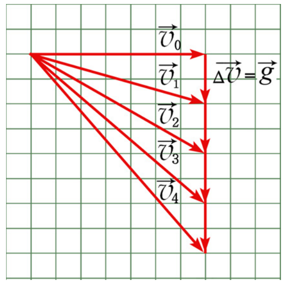


그림 3-43. 수평으로 던진 물체의 속도

생각하기 그림 3-43에서 속도화살로 이루어진 도형은 무엇을 의미하는가?

t 시간후에 물체의 자리(변위)는 다음 식으로 결정된다.

$$x = v_0 \cdot t \quad x\text{축방향의 자리} \tag{3}$$

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \quad y\text{축방향의 자리} \tag{4}$$

식 3과 식 4에서 시간 t를 없애면 수평으로 던진 물체의 자리길방정식이 얻어진다.

$$y = \frac{g}{2v_0^2}x^2 \quad \text{수평으로 던진 물체의 자리길방정식} \tag{5}$$

v_0이 주어지면 $\frac{g}{2v_0^2}$가 상수이므로 물체의 운동자리길은 포물선으로 된다.(그림 3-44)

수평으로 던진 물체가 운동하는 전체시간 t_1는 물체를 던진 곳으로부터 바닥까지의 높이가 h라면 식 4로부터

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \tag{6}$$

그러므로 수평으로 간 최대거리 L는 식 3과 식 6으로부터

$$L = v_0 \cdot t_1 = v_0\sqrt{\frac{2h}{g}} \tag{7}$$

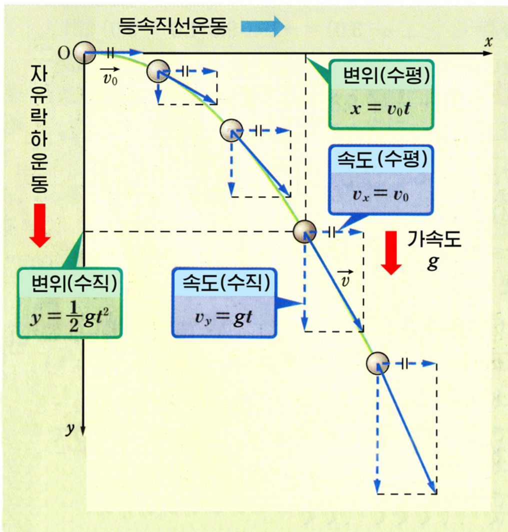


그림 3-44. 수평으로 던진 물체의 운동

식 7로부터 던진 속도가 클수록, 높은 곳에서 던질수록 더 멀리 가서 떨어진다는것을 알수 있다.

[례제] 스키선수가 스키도약대에서 수평방향으로 10m/s의 속도로 날기 시작하였다. 스키선수가 날아간 수평거리가 도약대의 높이와 같다면 도약대의 높이는 얼마인가? 스키선수가 바닥에 닿을 때 속도의 크기와 방향은 얼마인가? 공기저항은

무시한다.

풀이. 주어진것: $v_0 = 10\,m/s$

$h = L$

구하는것: h?, v?, $\tan\alpha$?

수평방향을 x축, 드림선아래방향을 y축으로 하면

$x = L$이 되는 순간에 $y = h$가 되므로

$$L = v_0 \cdot t, \qquad h = \frac{1}{2}gt^2$$

조건으로부터 $v_0 \cdot t = \frac{1}{2}gt^2$

그러므로 스키선수가 운동한 시간은 $t = \frac{2 \cdot v_0}{g} = \frac{2 \times 10}{9.8} \approx 2\,(s)$

따라서 $h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2} \times 9.8 \times 2^2 = 19.6\,(m)$

바닥에 닿는 순간 선수의 속도는

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2} = \sqrt{10^2 + (9.8 \times 2)^2} \approx 22\,(m/s)$$

$$\tan\alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{g \cdot \frac{2v_0}{g}}{v_0} = \frac{19.6}{9.8} = 2$$

답. 19.6m, 약 22m/s, $\tan\alpha = 2$

문제

1. 360km/h의 속도로 수평비행하던 비행기가 수평거리 1 500m앞에 있는 목표물을 폭파해버렸다. 비행기는 얼마만한 높이에서 날았는가?
2. 높이 80m인 점에서 수평방향으로 각각 10m/s와 20m/s의 속도로 동시에 두 물체를 던졌다. 두 물체가 운동한 시간은 각각 얼마인가? 땅에 떨어질 때 두 물체사이의 거리는 얼마인가?
3. 바닥으로부터 1m 높이에서 수평으로 던진 물체가 수평거리로 2m 가서 바닥에 떨어졌다. 처음속도와 바닥에 닿는 순간의 속도를 구하여라.
4. 바다물면으로부터 높이가 44.1m인 벼랑우에서 수평방향으로 30m/s의 속도로 돌을 던졌다. 바다물면에 떨어질 때까지의 시간과 돌이 운동한 수평거리는 얼마인가? 돌을 던진 때로부터 몇s만에 돌이 물면에 떨어지는 소리가 들리겠는가? 소리의 속도는 330m/s이고 공기의 저항은 무시한다.

제 7 절. 각을 지어 던진 물체의 운동

공중으로 날아가는 배구공이나 축구공의 운동, 수류탄이나 포알의 운동 등은 다 각을 지어 던진 물체의 운동이다.

중력만을 받는 경우에 각을 지어 던진 물체의 운동을 살펴보자.

각을 지어 던진 물체의 속도와 자리

각을 지어 던진 물체는 드림면에서 곡선운동을 한다. 그러므로 수평방향의 운동과 드림선방향의 운동으로 분해하여 고찰할수 있다.

물체에는 운동하는 전기간 드림선방향으로 중력만 작용하므로 수평방향으로는 등속직선운동을 하며 드림선방향으로는 드림선우로 던진 물체의 운동을 한다.(그림 3-45)

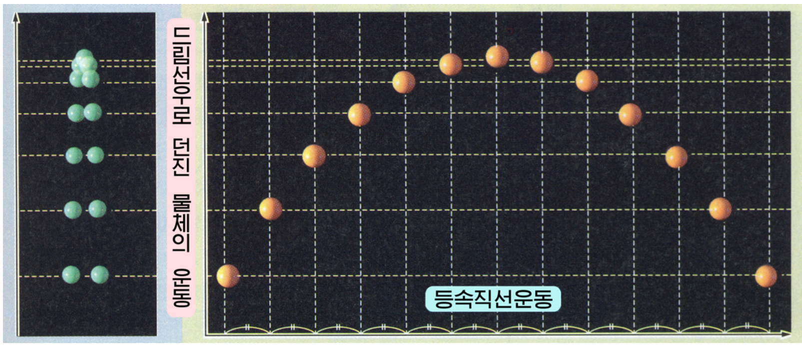


그림 3-45. 각을 지어 던진 물체의 스트로보사진

물체를 수평면과 α의 각을 지어 v_0의 속도로 던졌다고 하자.

수평방향을 x축, 드림선웃방향을 y축, 던진 점을 자리표원점으로 하면 $a_x = 0$, $a_y = -g$이고 $v_{x0} = v_0 \cos\alpha$, $v_{y0} = v_0 \sin\alpha$이다. 그러므로 t시각 물체의 속도와 자리의 x, y축 방향성분값은 다음과 같이 표시된다.

$v_x = v_{x0} = v_0 \cdot \cos\alpha$	x축방향의 속도	(1)
$v_y = v_0 \cdot \sin\alpha - gt$	y축방향의 속도	(2)
$x = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t$	x축방향의 자리	(3)
$y = v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$	y축방향의 자리	(4)

⚠ 자리표계를 정할 때 자리표원점과 자리표축을 운동을 고찰하는데 편리하게 정한다. 자리표계가 설정된 다음에는 자리표축에 따르는 힘을 따져 그 방향의 가속도를 알아내며 그에 기초하여 속도와 자리를 결정한다. 그때 힘과 운동을 나타내는 식들에서 부호를 자리표축의 정의 방향은 〈+〉, 반대방향은 〈-〉로 하여야 한다.

식 1과 식 2로부터 각을 지어 던진 물체의 t시각에 속도의 크기와 방향은 다음

식으로 표시된다.

$$v=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{(v_0\cos\alpha)^2+(v_0\sin\alpha-gt)^2} \quad \text{속도의 크기} \qquad (5)$$

$$\tan\theta=\frac{v_0\cdot\sin\alpha-gt}{v_0\cdot\cos\alpha} \quad \text{속도의 방향} \qquad (6)$$

α: 물체를 던진 각, θ: 주어진 순간 x축과 속도벡토르사이의 각

식 5와 6은 각을 지어 던진 물체의 속도가 시간에 따라 그의 크기와 방향이 변한다는것을 보여준다.

생각하기 각을 지어 던진 물체의 속도가 시간에 따라 어떻게 변하는가? 속도가 최소인 자리와 그 자리에서 속도의 크기와 방향을 지적하여라.

주어진 t시각 물체의 자리는 식 3과 식 4에 의하여 계산되는 x, y자리표값에 의하여 결정된다. y자리표값은 〈−〉값을 가질수도 있는데 이때에는 물체의 자리가 던진 점보다 더 낮은 자리에 있다는것을 의미한다.

⚠ 자리표원점을 던진 점으로 하지 않고 $y_0=h$인 점으로 하면 물체의 y축방향의 자리는 다음과 같다.

$$y=h+v_0\cdot\sin\alpha\cdot t-\frac{1}{2}gt^2$$

식 3과 식 4로부터 자리길방정식이 얻어진다.

$$y=x\cdot\tan\alpha-\frac{g}{2v_0^2\cos^2\alpha}\cdot x^2 \quad \text{자리길방정식} \qquad (7)$$

식 7을 통하여 알수 있는것처럼 수평면에 대하여 각을 지어 던진 물체의 운동자리길은 포물선이다.

각을 지어 던진 물체의 운동을 종합적으로 보면 그림 3-46과 같다.

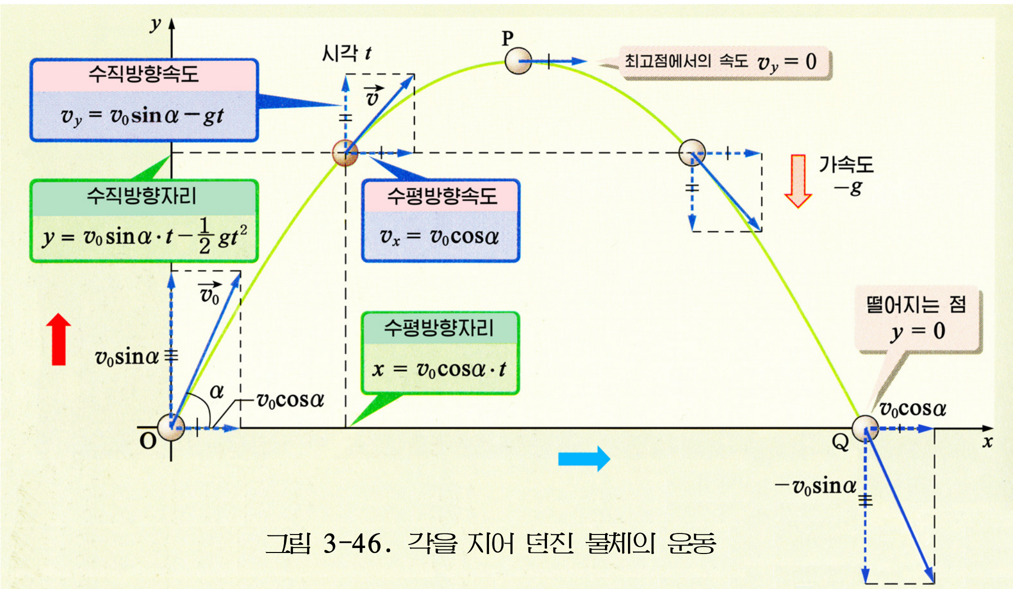


그림 3-46. 각을 지어 던진 물체의 운동

최고높이와 최대수평거리

물체가 제일 높이 오르는 최고점의 자리를 구하여보자.

최고점에서 $v_y = 0$ 이므로 최고점까지 오르는 시간 t_1는 식 2로부터

$$t_1 = \frac{v_0 \cdot \sin\alpha}{g} \quad \text{최고점까지 오르는 시간} \tag{8}$$

최고점의 높이를 $h_{최}$라고 하면 식 4에서 $t = t_1$일 때 $y = h_{최}$이므로

$$h_{최} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g} \quad \text{최고점의 높이공식} \tag{9}$$

최고점의 높이는 던진 속도와 던진 각에 관계되는데 같은 속도로 던진 경우에는 $\alpha = 90°$일 때 $h_{최} = \frac{v_0^2}{2g}$ 으로서 최대로 된다.(드림선우로 던진 물체의 운동과 같다.)

이번에는 던진 점의 높이까지 내려오는 동안 물체가 수평으로 간 거리를 구하여보자.

식 4에서 던진 시각으로부터 던진 점의 높이에 내려올 때까지 걸린 시간을 t_2이라고 하면 $y=0$이므로

$$t_2 = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} \quad \text{전체 운동시간} \tag{10}$$

⚠ 운동이 던진 점보다 낮은 자리까지 계속되는 경우에는 t_2이 전체 운동시간이 아니다.

t_2시간동안 물체가 운동한 수평거리를 L라고 하면 식 3으로부터

$$L = v_0 \cos\alpha \cdot t_2 = \frac{2v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g}$$

공식 $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$를 리용하면

$$L = \frac{v_0{}^2 \sin 2\alpha}{g} \quad \text{수평거리} \tag{11}$$

식 11에서 보는것처럼 수평거리는 처음속도와 던진 각에 관계된다. 처음속도가 같은 경우에는 $\alpha = 45°$일 때 $\sin 2\alpha = \sin 90° = 1$이므로 제일 멀리 날아간다.

$$L_{최} = \frac{v_0^2}{g} \quad \text{최대수평거리} \tag{12}$$

물체를 45°보다 작은 각으로 던지거나 큰 각으로 던지면 최대수평거리보다 가까운 거리에 가서 떨어진다.

그러므로 최대수평거리보다 가까운 거리에 있는 목표를 명중하는 방법에는 두가지가 있다. 45°보다 작은 각으로 쏘아 목표를 명중할수 있게 만든 포를 **직사포**라고 부르며 45°보다 큰 각으로 쏘아 목표를 명중할수 있게 만든 포를 **곡사포**라고 부른다.(그림 3-47)

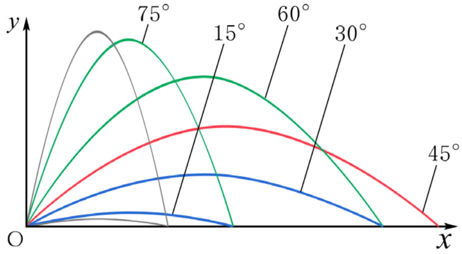


그림 3-47. 던진 각에 따르는 수평거리

지금까지는 물체에 중력만 작용하는 경우에 대하여 보았다.

실지로 던진 물체는 공기속에서 운동하면서 공기저항힘을 더 받는다. 그러므로 공기의 저항힘까지 포함하여 운동을 고찰하여야 한다.

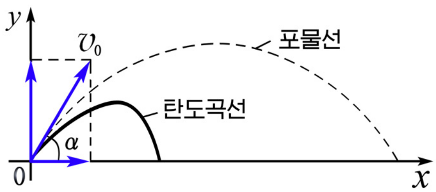


그림 3-48. 탄도곡선

공기저항힘의 크기가 속도의 크기에 관계되고 저항힘의 방향이 물체의 운동방향과 반대이므로 물체의 수평방향의 운동과 드림선방향의 운동은 다 부등가속운동으로 된다.

따라서 이때 운동자리길은 공기저항을 받지 않는 경우의 운동자리길과 현저하게 차이나게 된다. 총알이나 포탄과 같이 공기중에서 던져진 물체가 실제로 운동하는 자리길을 **탄도**라고 부른다.(그림 3-48)

탄도를 잘 알아야 총이나 대포를 옳바로 설계제작할수 있으며 사격할 때에도 겨눔을 원리적으로 하여 백발백중할수 있다.

[례제] 벼랑꼭대기에서 15m/s의 처음속도로 수평면과 60°의 각을 지어 돌을 던졌다. 돌이 벼랑높이만큼 수평거리를 날아갔다면 벼랑의 높이는 얼마인가?

풀이. 주어진것: $v_0 = 15\ \mathrm{m/s}$

$\alpha = 60°$

$h = L$

구하는것: h?

그림 3-49와 같이 자리표를 정하면 $x = L$일 때 $y = -h$이므로 자리길방정식으로부터

$$-h = L \cdot \tan\alpha - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} \cdot L^2$$

조건으로부터 $L = h$이므로

$$\frac{g}{2v_0^2 \cos^2\alpha} \cdot h = \tan\alpha + 1$$

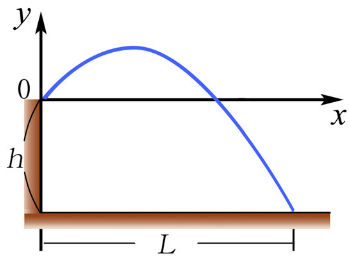


그림 3-49

따라서 $$h = \frac{2v_0^2 \cos^2\alpha(\tan\alpha + 1)}{g} = \frac{2 \times 15^2 \times \cos^2 60° \times (\tan 60° + 1)}{9.8} \approx 31.4(\mathrm{m})$$

답. 약 31.4m

문 제

1. 물체를 수평면과 30°의 각을 지어 처음속도 10m/s로 던졌다. 공기의 저항을 무시하고 다음 물음에 대답하여라.

   ㄱ) 던진 때로부터 몇s후에 다시 수평면에 도달하겠는가?

   ㄴ) 물체가 올라갈수 있는 최고높이는 얼마인가?

2. 수평면에 대하여 45°의 각을 지어 던진 물체가 최고 20m 높이까지 올라갔다. 공의 수평운동거리는 얼마인가?

3. 총을 쏘는 순간 나무에 매달렸던 원숭이가 떨어진다. 총신을 어느쪽으로 향하게 하고 쏘아야 원숭이가 맞는가? 왜 그런가?

4. 두 롱구선수가 공을 주고받는다. 한 선수로부터 다른 선수로 공이 날아가는 시간이 2s라면 공은 최대로 어떤 높이까지 올라가겠는가? 두 선수는 같은 높이에서 공을 주고받으며 공기의 저항은 없다.

5. 수평면과 어떤 각을 지어 10m/s의 속도로 던진 공의 속도가 0.5s 지나서 7m/s로 되였다. 공이 올라간 최고높이와 전체 운동시간을 구하여라.

제8절. 관성힘

지금까지 우리는 물체의 운동을 관성계에서 뉴톤의 제2법칙을 리용하여 고찰하였다. 뉴톤의 제2법칙은 관성계에서 성립하는 법칙이다.

비관성계에서는 물체의 운동을 어떻게 고찰할것인가.

병진관성힘

렬차의 매끈한 수평책상에 구가 놓여있고 당반에는 용수철에 매여있는 물체가 놓여있다. 멎어있던 렬차가 일정한 가속도를 가지고 직선운동한다면 땅에 대하여 렬차의 책상우에 있는 물체는 제자리에 멎어있고 당반우의 물체는 렬차와 같은 가속도를 가지고 운동한다.(그림 3-50)

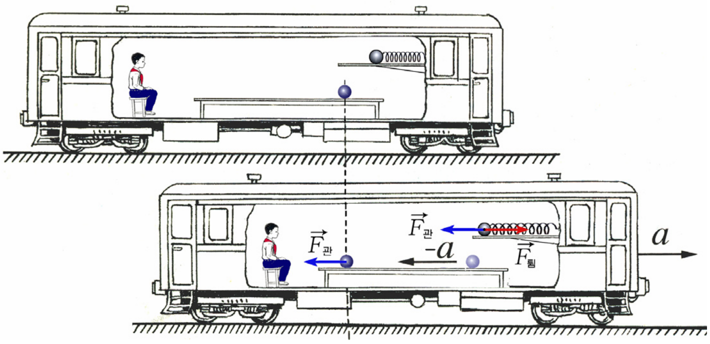


그림 3-50. 관성힘을 받아들이면 뉴톤의 제2법칙이 성립한다

관성계인 땅에 서있는 관측자는 이에 대하여 책상우에 있는 물체는 아무런 힘도 받지 않았으므로 제자리에 계속 머물러있으며 당반우의 물체는 용수철의 튕힘의 작용을 받아 렬차와 같은 가속도를 가지고 운동한다고 뉴톤의 제2법칙을 가지고 자연스럽게 설명한다.

이것을 비관성계인 렬차안의 관측자가 보면 책상우에 있는 물체는 아무런 힘도 받지 않았는데 $-\vec{a}$의 가속도를 가지고 뒤로 가속운동을 하며 당반우의 물체는 늘어난 용수철의 튕힘을 받고있으나 멎어있다. 이러한 사실이 렬차안의 관측자에게는 뉴톤의 제2법칙으로 설명되지 않는다.

그러나 책상우에 놓인 물체에는 뒤로 가속운동시키는 힘이 작용하고 당반우의 물체에는 튕힘과 비기는 힘이 뒤로 작용하였다고 보면 렬차에 정한 비관성계에서도 뉴톤의 제2법칙이 성립한다.

이처럼 가속직선운동하는 비관성계에서 뉴톤의 제2법칙이 만족되도록 하기 위하여 가상적으로 끌어들인 힘을 **병진관성힘**이라고 부른다.

일반적으로 비관성계에서 뉴톤의 제2법칙이 만족되도록 하기 위하여 가상적으로 끌어들인 힘을 **관성힘**이라고 부른다.

? 뻐스가 떠날 때에는 사람의 몸이 뒤로 쏠리고 멎을 때에는 앞으로 쏠린다. 이 현상을 통하여 무엇을 알수 있는가.

뻐스안의 관측자는 사람의 몸이 쏠리는것이 관성힘때문이며 쏠리는 방향은 관성힘의 방향이라고 본다. 뻐스가 떠날 때에는 속도가 증가하므로 가속도의 방향이 운동방향과 같다. 사람의 몸이 뒤로 쏠린다는것은 사람에게 작용하는 관성힘의 방향이 가속도의 방향과 반대라는것을 의미한다. 뻐스가 멎을 때에는 속도가 감소하므로 가속도의 방향이 뒤로 향한다. 사람이 앞으로 쏠린다는것은 사람에게 작용하는 관성힘의 방향이 이때에도 가속도의 방향과 반대라는것을 의미한다. 관성힘의 방향이 기준계의 가속도의 방향과 반대라는것은 가속운동하는 차의 천정에 매단 추가 기울어지는 방향을 보고도 알수 있다.(그림 3-51)

병진관성힘의 방향은 가속운동하는 경우에는 운동방향과 반대이고 감속운동하는 경우에는 운동방향과 같은 방향이다.

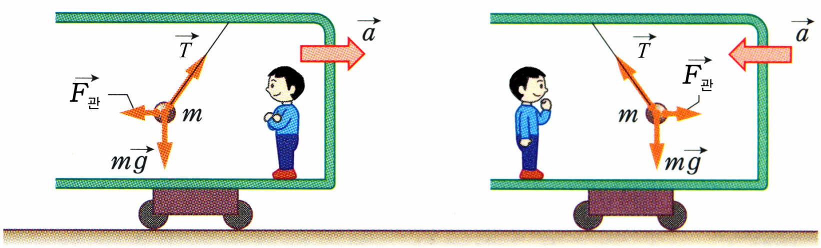


그림 3-51. 관성힘의 방향

관성힘의 작용점은 비관성계안에 있는 물체에 있으며 관성힘의 방향은 언제나 기준계의 가속도의 방향과 반대방향이다.

그림 3-50에서 당반우의 물체를 관성계(땅)에서 볼 때 물체는 용수철의 튐힘을 받아 렬차와 함께 가속운동한다. 그러므로 튐힘의 크기는 $F_{튐} = ma$ 이다.

이것을 가속직선운동하는 비관성계(렬차)에서 보면 물체가 멎어있으므로 튐힘과 같은 크기(ma)의 관성힘이 튐힘과 반대방향으로 작용한다고 생각한다.

즉 관성힘의 크기는 기준계의 가속도와 물체의 질량에 비례한다.

이상의 사실로부터 가속도 $\vec{a}$ 를 가지고 운동하는 비관성계에서 질량이 m 인 물체가 받는 관성힘은 다음과 같이 표시된다.

$$\vec{F}_{관} = -m \cdot \vec{a} \qquad \textbf{관성힘} \qquad (1)$$

식 1에서 $\vec{a}$ 는 기준계의 가속도이며 〈-〉부호는 관성힘의 방향이 기준계의 가속도의 방향과 반대라는것을 의미한다.

관성힘은 보통힘과는 다른 특성을 가지고있다.

첫째로, 관성힘은 물체들사이의 호상작용힘이 아니라 비관성계에서 뉴톤의 제2법칙을 만족시키기 위하여 끌어들인 힘이다. 그러므로 힘을 받는 물체는 있어도 힘을 주는 물체가 없으며 따라서 반작용힘이 없다. 이런 의미에서 관성힘은 가상적인 힘이다.

둘째로, 관성힘은 기준계의 선택에 따라 힘의 크기와 방향이 달라진다. 중력이나 튐힘과 같은 호상작용힘의 크기와 방향은 기준계에 무관계하다. 그러나 관성힘은 기준계의 가속도에 전적으로 관계된다.

셋째로, 관성힘은 물체의 질량(관성의 크기)에 비례한다. 이 측면에서는 중력과 류사하다.

넷째로, 관성힘은 보통힘들과 같이 작용효과를 나타낸다.

그러므로 비관성계에서는 물체에 작용한 힘을 따질 때 반드시 관성힘을 함께 따져주어야 한다.

※ 비관성계에서 관성힘의 작용효과로 설명하는 현상을 관성계에서는 물체가 관성을 가지기때문에 나타나는 효과로 설명한다.

비관성계에서 물체의 운동방정식

비관성계에서는 관성힘을 받아들여 물체의 운동을 뉴톤의 제2법칙으로 연구한다.

비관성계에서 물체의 운동방정식은 뉴톤의 제2법칙에 의하여 얻어지는 운동방정식과 모양이 같다. 비관성계에서 물체의 가속도를 $\vec{a}_{물}$ 이라고 하면

$$\vec{F} = m\vec{a}_{물}$$

관성계의 운동방정식과의 차이점은 방정식에서 힘 $\vec{F}$ 가 물체에 작용한 실제적인 힘들과 관성힘의 합력이라는것이다.

$$\vec{F}_{실} + \vec{F}_{관} = m\vec{a}_{물} \qquad \textbf{비관성계에서 운동방정식} \qquad (2)$$

실례로 그림 3-50에서 렬차안의 관측자가 책상우에 놓인 물체에 대하여 세운 운동방정식은 물체에 작용한 실제힘이 없으므로 $\vec{F}_{관} = m\vec{a}_{물}$

따라서

$$-m\vec{a} = m\vec{a}_{물}$$

이 방정식을 풀면 $\vec{a}_{물} = -\vec{a}$ 로서 물체는 렬차와 같은 크기의 가속도를 가지고 뒤로 가속운동한다는 결론이 나온다.

또한 당반우의 물체에 대하여 렬차에 정한 기준계에서 운동방정식을 세우면

$$\vec{F}_{튕} + \vec{F}_{관} = m\vec{a}_{물}$$

물체가 렬차에 대하여 멎어있으므로($\vec{a}_{물} = 0$) 운동방정식이 힘의 평형조건으로 넘어간다.

$$\vec{F}_{튕} + \vec{F}_{관} = 0$$

즉 튕힘과 관성힘이 평형을 이루어 물체가 멎어있다고 본다.

그림 3-52에서와 같이 렬차가 등감속운동하여 멎을 때 추가 앞으로 기울어져 멎어있는 현상에 대하여서도 렬차안의 관측자는 물체에 실의 장력과 중력 그리고 관성힘이 함께 작용하여 평형을 이루고있기때문이라고 생각한다.

이처럼 관성계에서 가속운동하는 물체를 그 물체와 같은 가속도로 운동하는 기준계(비관성계)에서 고찰하면 물체가 멎어있으므로 운동방정식이 힘의 평형조건으로 넘어간다. 이것은 물체의 운동을 연구하는데서 편리한 때가 많다.

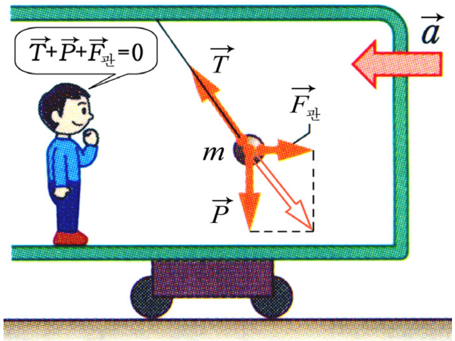


그림 3-52. 비관성계에서 물체의 평형

문 제

1. 다음 문장들의 정확성을 판단하고 리유를 밝혀라.
   ㄱ) 관성힘은 반작용힘이 없다.
   ㄴ) 관성힘의 방향은 운동방향과 반대이다.
   ㄷ) 물체의 가속도가 클수록 물체에 작용하는 관성힘이 크다.
   ㄹ) 달리던 자동차가 발동을 끈 다음에도 계속 운동하는것은 관성힘때문이다.

ㅁ) 물체가 멎어있는것으로 보이는 기준계는 관성계이다.

2. 다음 문장의 빈자리에 알맞는 말을 써넣어라.

질량이 m인 물체에 힘 $\vec{F}$가 작용한다. 이때 ______계에서 관측하면 물체는 F/m만한 ______로 운동하지만 어떤 기준계에서는 멎어있는것으로 관측된다. 이 기준계는 ______에 대하여 $\vec{F}$의 방향과 _______방향으로 a =_____를 가지고 운동하는 ______계이다. 이처럼 _____에서는 _______이 만족되지 않는다. 그러나 물체에 계의______과 ______방향으로 F =_____의 힘이 작용한다고 생각하면 ______이 만족된다.

3. 8m/s의 속도로 가던 차가 제동을 건 후 2s동안에 멎었다. 질량이 60kg인 운전수가 받는 관성힘을 구하여라.

4. 정지상태에서 무게가 490N인 짐에 바줄을 매여 2s동안에 10m 들어올렸다. 짐의 운동이 등가속운동이라고 보고 바줄의 장력을 구하여라. 기준계를 땅에 둔 경우와 물체에 둔 경우에 각각 구하여라.

5. 중력과 관성힘의 공통점과 차이점은 무엇인가?

6. 그림 3-53을 보고 알맞는 말을 찾아라.

ㄱ) 렬차는 오른쪽으로 운동한다.

ㄴ) 렬차는 왼쪽으로 운동한다.

ㄷ) 렬차는 왼쪽으로 속도가 커진다.

ㄹ) 렬차는 오른쪽으로 속도가 커진다.

ㅁ) 렬차의 가속도의 방향은 왼쪽이다.

ㅂ) 렬차의 가속도의 방향은 오른쪽이다.

ㅅ) 속도의 방향이 어느쪽인지 모른다.

ㅇ) 가속도의 방향이 어느쪽인지 모른다.

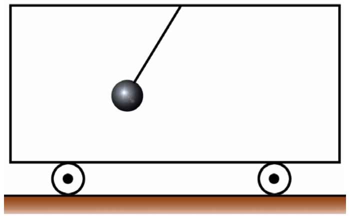


그림 3-53

제9절. 원심력

유희장에서 원운동하는 회전그네나 원심회전반을 타보면 회전중심으로부터 멀어지는 방향으로 힘을 받는다는것을 알수 있다. 이 힘이 원심력이다.(그림 3-54)

원심회전반이나 회전그네에 정한 기준계는 회전운동하는 기준계이다.

회전운동하는 기준계는 가속운동하는 계이므로 비관성계이다. 원심력은 이러한 기준계에서 나타나는 관성힘의 하나이다.



그림 3-54. 회전그네는 중심으로부터 멀어지는 힘을 받는다

원심력

그림 3-55와 같이 일정한 각속도 ω로 원운동하는 원반우에 놓인 질량이 m인 물체가 원반과 같이 회전한다. 이때 물체를 매단 용수철은 반경방향으로 늘어나있다.

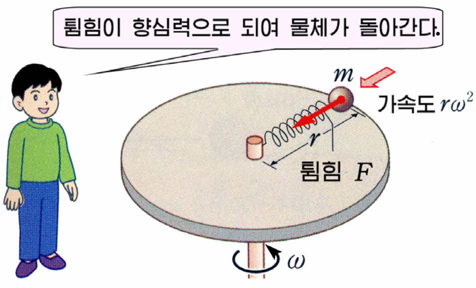


그림 3-55. 땅에서 보는 회전운동하는 물체

땅(관성계)에 있는 관측자는 물체가 원반과 함께 회전운동하려면 향심력이 있어야 하며 이 향심력을 늘어난 용수철의 튐힘이 만들어준다고 본다.

$$F_{튐} = m\omega^2 R = m\frac{v^2}{R} \qquad (1)$$

여기서 ω와 v는 물체의 각속도와 선속도이다.

이렇게 관성계에서는 나타나는 현상이 뉴톤의 제2법칙으로 자연스럽게 설명된다.

회전운동하는 원반(비관성계)우에 있는 관측자에 대하여 물체는 멎어있다.

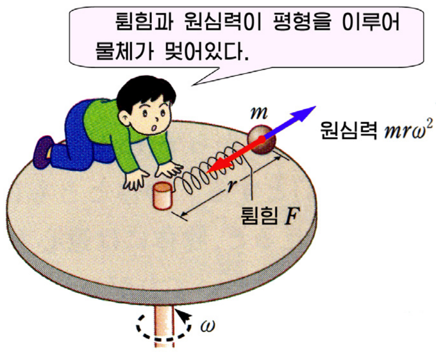


그림 3-56. 회전운동하는 비관성계에서 보는 물체의 운동

그러므로 물체에 작용한 힘이 용수철의 튐힘만이라면 운동법칙이 맞지 않는다. 왜냐하면 물체에 힘이 작용하고있는데도 물체는 계속 한자리에 멎어있기때문이다.(그림 3-56)

※ 원반우의 관측자는 원반의 회전에 대하여 전혀 느끼지 못한다.

그러나 물체에 튐힘과 크기가 같고 방향이 반대인 힘이 작용하였다고 보면 두 힘의 합력이 령이므로 물체가 멎어있는것이 뉴톤의 운동법칙으로 설명된다.

이처럼 회전운동하는 비관성계에서 나타나는 현상을 뉴톤의 제2법칙으로 설명하기 위하여 도입한 회전축에서 멀어지는 방향의 관성힘을 **원심력**이라고 부른다.

⚠ 회전운동하는 기준계에서 나타나는 관성힘을 원심력이라고 정의해서는 안된다. 왜냐하면 회전운동하는 기준계에서 나타나는 관성힘에는 코리오리힘도 있기때문이다.

원심력은 회전운동하는 기준계에서 나타나는 관성힘의 하나로서 관성힘의 특성을 다 가진다.

원심력의 크기는 기준계의 가속도가 $a = \omega^2 \cdot R$이므로 관성힘의 공식으로부터

$$F_{원} = m\omega^2 R = \frac{mv^2}{R} \qquad \textbf{원심력} \qquad (2)$$

식 2는 앞의 실례에서 원심력의 크기가 튐힘의 크기와 같다는데로부터 유도할

수도 있다. 이 경우에 식에서 ω는 물체의 회전각속도이다.

원심력의 크기는 물체의 질량과 기준계의 회전각속도의 두제곱(또는 선속도의 두제곱)에 비례하며 반경에도 관계된다.

⚠ 회전운동하는 기준계에서 멎어있는 물체의 경우에는 기준계의 회전각속도와 물체의 회전각속도가 일치한다. 그러나 운동하는 경우에는 일반적으로 일치하지 않는다. 그때에는 원심력의 크기를 정할 때 명백히 기준계의 회전각속도를 써야 한다.

원심력의 작용점은 회전운동하는(관성계에 대하여) 물체에 있으며 방향은 기준계의 가속도의 방향과 반대인 회전중심에서 멀어지는 방향이다. 그러므로 힘의 이름도 원심력이라고 하는것이다.(그림 3-57)

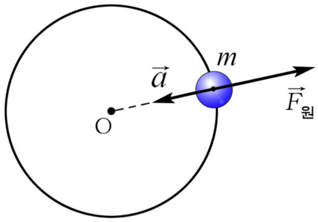


그림 3-57. 원심력

이로부터 원심력을 다음과 같이 정식화할수 있다.

원심력은 회전운동하는 비관성계에서 나타나는 관성힘으로서 크기는 $m\omega^2R$와 같고 회전중심에서 멀어지는 방향으로 향한다.

? 회전운동하는 기준계에서 물체의 운동을 어떻게 연구할것인가.

다음과 같은 문제를 실례로 들어보자.

그림 3-58과 같이 제트코스타가 드림면에서 원운동할 때 꼭대기점에서 제트코스타에 탄 사람이 떨어지지 않으려면 속도가 얼마로 되여야 하는가.

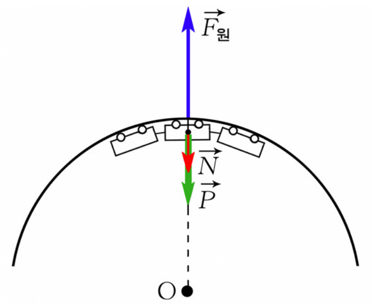


그림 3-58. 제트코스타에 작용하는 힘

이 문제를 땅에 정한 관성계에서도 풀수 있지만 제트코스타에 정한 회전비관성계에서 고찰하면 쉽게 알아낼수 있다. 제트코스타에 대하여 사람은 멎어있으므로 중력과 맞선힘의 합력과 원심력이 평형을 이룬다.

$$P+N=\frac{mv^2}{R}$$

$N=0$일 때 최소속도로 되므로

$$v=\sqrt{R\cdot g}$$

실례에서 보는바와 같이 원운동을 편리하게 연구하기 위하여 원운동하는 물체에 기준계를 정한다. 그러면 기준계의 회전각속도는 물체의 회전각속도와 같아지며 기준계에 대하여 물체가 멎어있으므로 물체에 대한 힘의 평형조건을 써서 운동을 연구할수 있다. 이때 힘의 평형조건에는 반드시 원심력을 포함시켜야 한다.

⚠ 관성계에서는 원심력을 끌어들이지 말아야 한다. 보통 땅에 있는 관측자가 원운동하는 물체에 원심력이 작용한다고 말하는데 이것은 기준을 회전운동하는 물체에 옮긴 경우를 생각하고 하는 말이다. 마찬가지로 물체와 같이 회전운동하는 기준계에서는 물체가 멎어있으므로 향심력에 대하여 말하지 말아야 한다.

원심현상

원운동하던 물체가 원운동시키는 작용(향심력)이 약해지거나 없어질 때 회전중심으로부터 멀어지는 현상을 **원심현상**이라고 부른다.

원심현상은 왜 일어나는가.

관성계에 있는 관측자는 물체를 원운동시키는 향심력이 작아지거나 없어지면 관성에 의하여 회전반경이 커지거나 운동하던 방향으로 직선운동하면서 물체가 원의 중심으로부터 점차 멀어진다고 설명한다.(그림 3-59의 ㄱ)

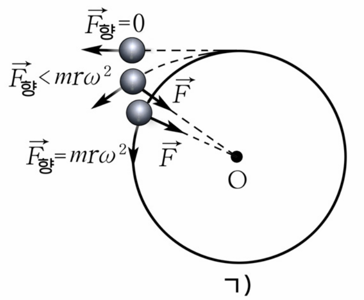
그러나 회전운동하는 기준계의 관측자는 물체를 속박하는 힘(실의 장력, 튐힘 등)이 작아지거나 없어지면 물체에 작용하는 원심력의 작용으로 물체가 회전중심으로부터 멀어진다고 설명한다.(그림 3-59의 ㄴ)

원심력을 가지고 몇가지 원심현상을 설명하여보자.

탈수기에서 빨래를 넣은 통을 회전시키면 천에 묻은 물알갱이에 원심력과 천이 끌어당기는 힘이 작용하는데 각속도가 커져 원심력이 물알갱이를 끌어당기는 힘보다 천이 물알갱이를 끌어당기는 힘이 작아지면 천에서 물알갱이가 떨어져나와 통에 있는 구멍을 통하여 밖으로 나간다.(그림 3-60)

굽인돌이를 돌아가는 승용차의 속도가 커서 승용차에 안쪽으로 작용하는 바퀴와 땅사이의 마찰력보다 원심력이 크면 자동차는 밖으로 밀려나간다.(그림 3-61)

화력발전소에서 타빈이 돌아가는 속도가 커지면 원심속도조절기의 팔에 붙어있는 구에 작용하는 원심력이 커진다. 그러면 팔을 오무라뜨리려는 힘보다 원심력이 크므로 팔이 더 벌어지면서 그와 련결된 변을 조절하여 분사구로 뿜어나오는 증기의 량을 줄여준다. 반대로 속도가 떠지면 원심력이 작아져서 팔이 오무라들면서 변을 조절하여 뿜어나오는 증기의 량을 늘여준다. 그러므로 타빈은 일정한 속도로 돌아간다.(그림 3-62)



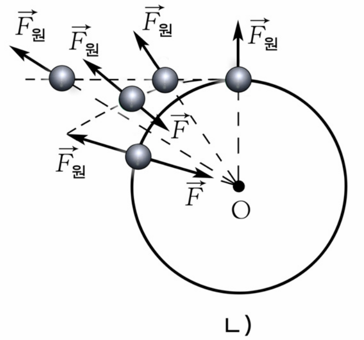


그림 3-59. 원심현상의 원인

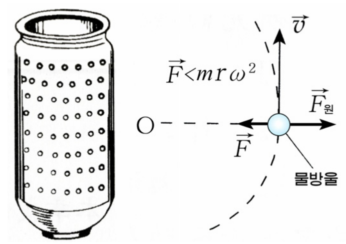


그림 3-60. 탈수기에서 원심력

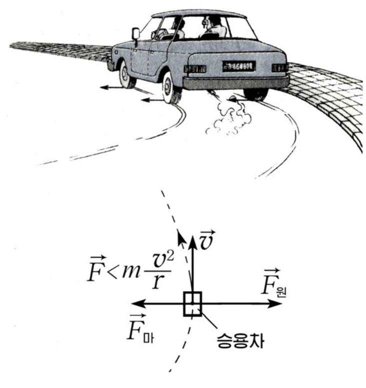


그림 3-61. 승용차에서 원심력

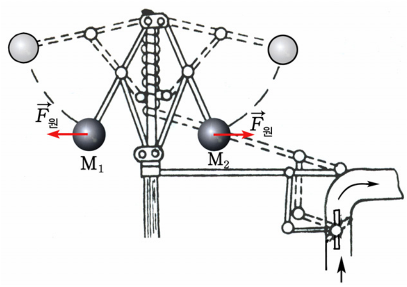


그림 3-62. 원심속도조절기

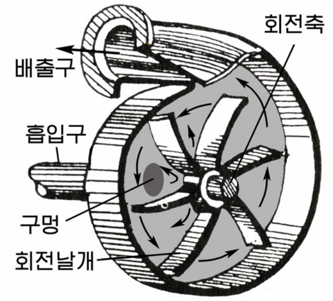


그림 3-63. 양수기

원심뽐프(양수기)에서는 흡입구로 들어온 물이 날개와 함께 돌아가면서 원심력을 받아 축으로부터 점차 멀어지다가 배출구를 통하여 밖으로 나간다. 그러면 흡입구가 있는 중심부분에 진공이 조성되면서 밖의 물이 대기압의 작용을 받아 양수기안으로 들어온다. 물은 날개바퀴의 작용을 받아 돌아가면서 원심력에 의하여 밖으로 밀리면서 또 우로 올라간다.(그림 3-63)

이외에도 원심현상은 원심분리기나 원심주조방법을 비롯하여 기술에서 널리 리용된다. 빨리 돌아가는 기계의 부분들에는 큰 원심력이 작용한다. 때문에 타빈, 압축기, 권양기와 발전기의 회전자와 회전축, 비행기의 프로펠라와 내연기관의 곡축 등 기계의 회전운동하는 부분에 대한 설계에서는 원심력을 충분히 고려하여야 한다.

[례제] 10m/s의 속도로 달리는 질량이 3t인 자동차가 곡률반경이 50m인 볼록한 다리를 지나간다. 다리의 정점에서 자동차가 다리를 누르는 힘은 얼마인가?(그림 3-64)

풀이. 주어진것: $v=10\,\text{m/s}$, $R=50\text{m}$

$m=3\text{t}=3\,000\text{kg}$

구하는것: F?

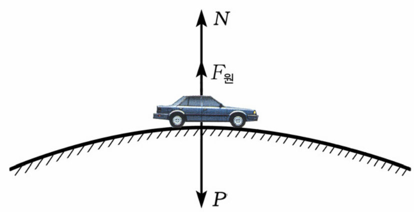


그림 3-64

자동차에 기준계를 정하면 자동차가 멎어있는 것으로 보이므로

$$N+F_{원}=P$$

$$N=P-F_{원}=mg-\frac{mv^2}{R}=$$

$$=m\left(g-\frac{v^2}{R}\right)=3\,000\times\left(9.8-\frac{10^2}{50}\right)=23\,400\,(\text{N})$$

답. 23 400N

문 제

1. 다음 문장들의 정확성을 판단하고 리유를 밝혀라.
   ㄱ) 원심력은 향심력의 반작용힘이다.
   ㄴ) 원심력은 회전반경에 비례한다.
   ㄷ) 원운동하는 물체에는 반드시 향심력과 원심력이 작용한다.

ㄹ) 원심력을 받는 물체는 있어도 주는 물체는 없다.

ㅁ) 원심력은 질량에 비례하는 힘이다.

2. 원심력은 향심력과 어떤 차이점이 있는가?
3. 바께쯔에 물을 담고 드림면우에서 빨리 회전시키면 바께쯔가 거꾸로 선 순간에도 물이 쏟아지지 않는다. 왜 그런가?
4. 기차가 반경이 200m인 굽인돌이를 따라 10m/s의 속도로 달리고있다. 기차안에 앉아있는 질량이 60kg인 사람이 받는 원심력을 구하여라.
5. 그림 3-65를 보고 원심분리기에서 밀도가 큰 액체를 갈라내는 원리를 설명하여라.

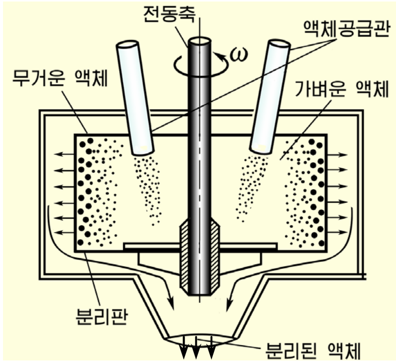


그림 3-65

제 10 절. 만유인력법칙

만유인력

달에 아무런 힘도 작용하지 않으면 달은 관성에 의하여 등속직선운동을 할것이다. 실지 달은 지구둘레로 원운동에 가까운 운동을 하고있다. 이것은 달에 어떤 힘이 지구쪽으로 작용하고있다는것을 의미한다.

어떤 힘이 달에 작용하겠는가.

뉴톤은 이에 대한 대답을 자유락하하는 물체를 관찰하면서 얻었다.

정원에서 사과나무가지에 달려있던 사과가 땅으로 떨어지는것을 보고 뉴톤은 깊은 사색을 하였다. 사과가 떨어지면 그 자리에 떠있던가 우로 또는 옆으로 가지 않고 왜 반드시 땅으로 떨어지는가.(그림 3-66)

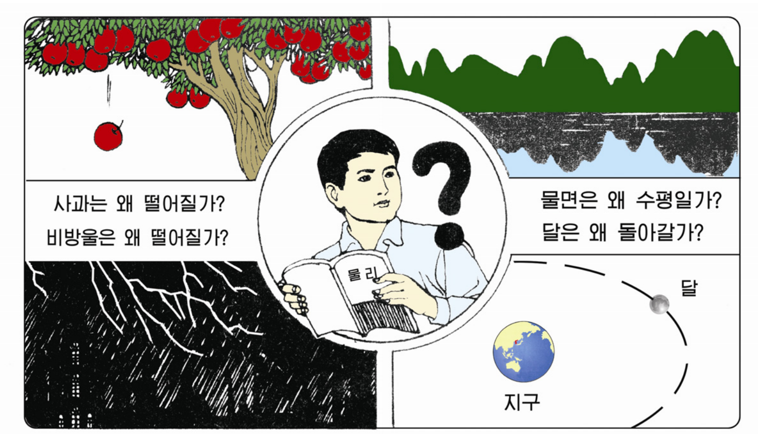


그림 3-66. 만유인력의 작용

사과가 떨어지는것처럼 비방울도 떨어지고 던진 돌도 떨어진다. 이것은 지구가 그것들을 끌어당기기때문이 아닌가. 그렇다면 달도 지구가 끌어당기는 힘에 의하여 지구둘레로 원운동을 하게 된다.

이렇게 하여 뉴톤은 일반적으로 물체들사이에 서로 끌어당기는 힘인 만유인력이 있다는것을 찾아내였다.

모든 물체들사이에 서로 끌어당기는 힘을 **만유인력**이라고 부른다.

만유인력법칙

만유인력의 크기가 무엇에 관계되겠는가.

뉴톤은 지구가 자유락하하는 물체를 끌어당기는 힘과 달을 끌어당기는 힘이 다 같이 만유인력으로서 같은 법칙으로 표시될것이라고 생각하고 먼저 달의 가속도를 측정하여 지구겉면에서 물체의 중력가속도와 비교하였다. 달의 가속도는 지구겉면에서 중력가속도의 1/3 600 밖에 안되였다. 이것은 지구가 물체를 끄는 힘이 지구에서 멀어짐에 따라 작아지며 지구에서 달까지의 거리가 지구반경의 약 60배라는것을 고려하면 거리의 두제곱에 거꿀비례한다는것을 의미하였다. 뉴톤은 이미 밝혀진 행성운동법칙(케플레르의 제1, 2, 3법칙)을 리용하여 태양과 행성사이에 작용하는 만유인력도 그들사이의 거리의 두제곱에 거꿀비례한다는것을 알아내였다. 이리하여 뉴톤은 1687년에 만유인력의 크기가 무엇에 관계되는가를 밝힌 만유인력법칙을 세상에 내놓게 되였다.

두 질점사이에 작용하는 만유인력의 크기는 질점들의 질량의 적에 비례하고 질점들사이의 거리의 두제곱에 거꿀비례한다. 이것을 **만유인력법칙**이라고 부른다.

$$F = G\frac{m_1 m_2}{R^2} \qquad \textbf{만유인력법칙} \qquad (1)$$

여기서 G는 만유인력상수이다. 만유인력상수는 질량이 각각 1kg인 두 질점이 1m 거리에 떨어져있을 때 작용하는 만유인력의 크기와 같다.

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \mathrm{N \cdot m^2/kg^2}$$

만유인력상수가 매우 작으므로 사람과 사람사이, 건물과 사람사이와 같이 질량이 작은 물체들사이의 만유인력은 알리지 않고 지구와 물체사이, 지구와 달사이와 같이 질량이 매우 큰 천체들사이에서 잘 나타난다.

- 만유인력법칙은 질점들사이의 호상작용법칙이므로 물체들의 크기가 그 사이거리에 비하여 매우 작을 때를 비롯하여 물체들을 질점으로 볼수 있을 때 성립하는 법칙이다. 그러므로 식에서 R는 질점으로 볼수 있는 두 물체의 질량중심사이의 거리이다.
- 두 물체가 구모양이고 밀도가 고르로운 경우에는 그들사이의 거리가 가까와도 두 물체를 그 질량이 중심에 모인 질점들로 보고 만유인력법칙을 적용할수 있다.

생각하기 질점으로 볼수 없는 물체들사이의 만유인력은 어떻게 구하겠는가?

자료 만유인력상수의 측정

만유인력상수는 뉴톤이 만유인력법칙을 발견한 때로부터 100년후인 1789년에 영국의 학자 캐벤디슈(1731-1810)에 의해 처음으로 비교적 정확히 측정되였다. 그는 만유인력이 매우 작으므로 예민한 측력계인 꼬임저울을 리용하였다. 꼬임저울의 중요부분은 석영실(꼬임줄)의 아래끝에 매단 가볍고 든든한 ⊥자형의 틀이다.(그림 3-67)

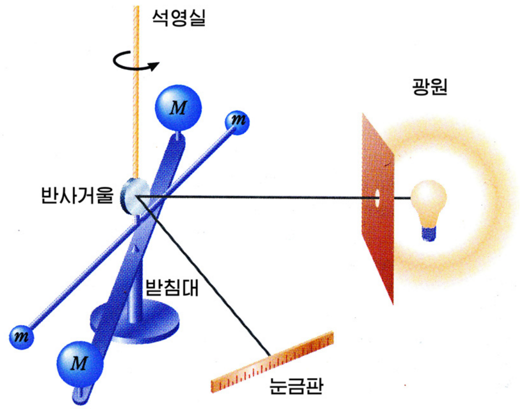


그림 3-67. 만유인력상수측정

⊥자형틀의 수평막대기의 량끝에는 연으로 만든 두개의 동일한 작은 구를 고정하였다. 받침대우에 올려놓은 다른 막대기의 량끝에는 작은 구와 같은 높이에 연으로 만든 두개의 무거운 큰 구를 고정하였다.

큰 구를 설치한 막대기를 돌려 큰 구와 작은 구사이의 거리를 가까이하면 작은 구와 큰 구사이의 만유인력에 의하여 작은 구가 고정된 ⊥자형의 틀이 돌아가면서 석영실이 꼬이게 된다. 큰 구와 작은 구사이의 거리를 주어진 거리만큼 일정하게 유지하면서 작은 구가 평형을 이루었을 때 꼬임각을 잰다. 꼬임각은 ⊥자형틀에 설치된 거울에서 반사되는 빛이 비쳐주는 눈금을 망원경으로 보고 잰다.

이때 석영실이 꼬이는것으로 하여 생기는 튀힘의 모멘트와 만유인력의 모멘트가 평형을 이루고있으므로 석영실의 꼬임각으로 만유인력을 측정하고 만유인력상수를 계산한다. 이런 방법으로 측정한 만유인력상수는 다음과 같다.

$$G=6.754\times10^{-11}\mathrm{N\cdot m^2/kg^2}$$

높이에 따르는 중력가속도의 변화

물체에 작용하는 중력은 본질에 있어서 지구와 물체사이의 만유인력이다.

질량이 m인 물체가 지구겉면으로부터 높이 h인 곳에 있을 때 질량이 M인 지구가 그것을 끌어당기는 만유인력은

$$F=G\frac{M\cdot m}{(R+h)^2}$$

여기서 R는 지구의 반경이다. F는 높이 h에서의 중력이므로 중력가속도는 다음과 같다.

$$g_h=\frac{F}{m}=G\cdot\frac{M}{(R+h)^2}$$ **높이에 따르는 중력가속도** (2)

식 2에서 보는것처럼 중력가속도는 높이 올라갈수록 작아진다.(그림 3-68) 례를 들어 $h=R$만 한 높이에서는 1/4로, $h=2R$ 만 한 높이에서는 1/9로 작아진다.

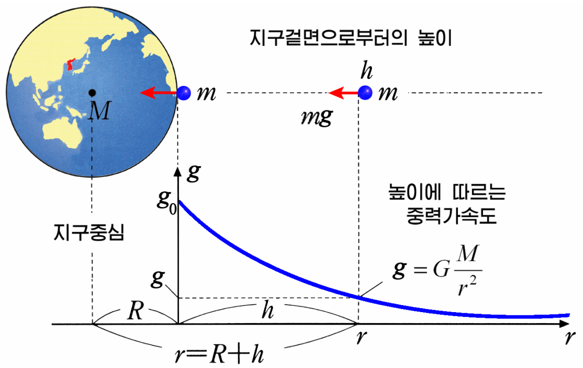


그림 3-68. 높이에 따르는 중력가속도

물체가 그리 높지 않은 곳에 있을 때에는($h\ll R$)

$$g_0=\frac{GM}{R^2}\approx 9.8\,\mathrm{m/s^2} \qquad (3)$$

이다. 우리가 흔히 말하는 중력가속도는 식 3으로 계산되는 지구겉면가까이에서의 중력가속도이다.

식 3을 리용하여 지구질량을 계산할수 있다.

$$M=\frac{g_0\cdot R^2}{G}=6\times10^{24}\mathrm{kg}$$

참고 지구중력마당

지구의 중력이 작용하는 공간을 **지구중력마당**이라고 부른다.

지구중력마당이 얼마나 센가 하는 정도를 중력가속도로 알아볼수 있다. 중력가속도의 크기는 높이 올라갈수록 작아지고 그의 방향은 자리에 따라 다르므로 중력마당은 불균일한 마당이다. 그러나 지구겉면가까이의 제한된 구역에서만 고찰할 때에는 중력가속도의 크기와 방향이 같다고 볼수 있으므로 이러한 경우에는 지구의 중력마당을 균일한 마당으로 본다.

[례제] 지구의 공전반경과 주기를 알고 태양의 질량을 구하여라.

풀이. 주어진것: $R=1.5\times10^{11}\mathrm{m}$

$T=365.24\mathrm{d}$

구하는것: $M_{태}$?

지구는 태양으로부터 받는 만유인력을 향심력으로 하여 회전운동한다.

$$G\frac{M_{태}\cdot m_{지}}{R^2}=\frac{m_{지}\cdot v^2}{R}$$

따라서 $$M_{태} = \frac{Rv^2}{G}$$

$v = \frac{2\pi R}{T}$ 임을 고려하면

$$M_{태} = \frac{4\pi^2 R^3}{GT^2} = \frac{4\times 3.14^2 \times (1.5\times 10^{11})^3}{6.67\times 10^{-11}\times(365.24\times 86\,400)^2} = 2\times 10^{30}(\text{kg})$$

답. 2×10^{30}kg

문제

1. 지구와 달의 반경의 비는 11:3, 질량의 비는 81:1이다. 지구와 달에서 중력가속도의 비는 얼마인가?
2. 어떤 별의 겉면에서 물체의 무게가 지구겉면에서 같은 물체의 무게의 4배이다. 이 별의 밀도와 지구의 밀도가 같다면 별의 질량은 지구질량의 몇배인가?
3. 다음의 판단에서 잘못된것을 지적하여라.
   만유인력법칙에 의하면 만유인력의 크기가 물체들사이의 거리의 두제곱에 거꿀비례한다. 사람이 의자에 앉으면 사람과 의자사이의 거리가 0이다. 따라서 만유인력이 무한히 커서 사람은 일어서지 못할것이다.

참고 케플레르의 법칙(행성운동의 법칙)

○ **케플레르의 제1법칙:** 행성들은 태양을 한 초점으로 하는 타원자리길을 따라 운동한다.(그림 3-69)

○ **케플레르의 제2법칙:** 태양으로부터 행성까지 그은 직선은 같은 시간동안에 같은 면적을 쓸고지나간다. 케플레르의 제2법칙을 면적속도일정의 법칙이라고도 부른다.

○ **케플레르의 제3법칙:** 행성의 공전주기의 두제곱은 그의 타원자리길의 긴 반경의 3제곱에 비례한다.

$$\frac{T^2}{a^3} = k \text{ (일정)}$$

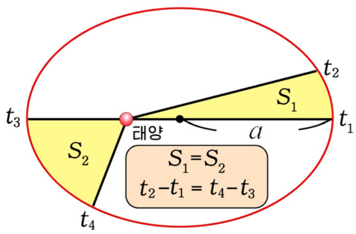


그림 3-69. 행성의 운동

제 11 절. 중력과 무게

중력과 무게라는 말은 실천에서 널리 쓰이는 말이다. 흔히 중력과 무게를 구별하지 않고 같은 힘처럼 말하고있는것을 볼수 있는데 중력과 무게는 같은 힘이 아니다.

중 력

물체에 작용하는 중력은 $P = mg$ 로 계산된다. 그러므로 중력가속도 g 가 일정하다면 중력은 질량에만 관계된다. 그런데 이미 앞절에서 학습한것처럼 중력가속도 g 는 높이에 관계된다. 그러므로 질량이 같은 물체에 작용하는 중력도 높이 올라갈수록 작아진다.

? 그러면 물체에 작용하는 중력이 높이에만 관계되겠는가.

중력은 물체에 작용하는 지구의 만유인력과 지구의 자전으로 인하여 물체에 작용하는 원심력의 합력이다. (그림 3-70)

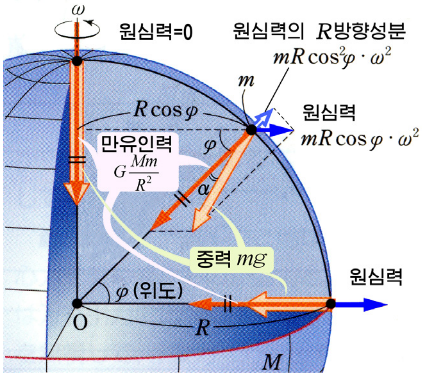


그림 3-70. 위도에 따르는 중력

위도가 φ만 한 곳에 질량이 m 인 물체가 놓여있다고 하자. 지구의 회전각속도를 ω 라고 하면 이 물체에는 만유인력과 함께 원심력 $F_{원} = m\omega^2 R\cos\varphi$ 가 작용한다. 그러므로 이 지점에서 물체의 중력 mg 는 원심력을 받지 않는 극지방에서의 중력 mg_0 보다 원심력의 반경방향성분만큼 작아진다.

$$mg = mg_0 - m\omega^2 R\cos^2\varphi \qquad (1)$$

지구의 극에서 적도로 가면서 지구의 반경은 점차 커지고 위도는 작아지므로 물체에 작용하는 중력은 지구의 극에서 적도로 이동하면서 점차 작아진다.

위도에 따라 중력이 변하므로 중력가속도도 변한다. 식 1로부터

$$g_\varphi = g_0 - R\omega^2\cos^2\varphi \qquad \textbf{위도에 따르는 중력가속도} \qquad (2)$$

g_φ :위도가 φ인 곳에서의 중력가속도[m/s²],

g_0 :극에서의 중력가속도[m/s²], ω: 지구의 자전각속도[rad/s]

R: 위도가 φ인 곳에서의 지구의 반경[m], φ:위도

식 2는 <u>중력가속도의 크기가 극(φ=90°)에서 제일 크고 적도로 가면서 점차 줄어든다</u>는것을 보여준다.

※ 극에서 $\cos\varphi = \cos 90° = 0$ 이므로 $g_\varphi = g_0$이다.

위도에 따르는 지구겉면(바다면의 높이)에서 중력가속도

φ [°]	g_φ [m/s²]	φ [°]	g_φ [m/s²]
0	9.780 5	50	9.810 8
10	9.782 0	60	9.819 2
20	9.786 5	70	9.826 1
30	9.793 4	80	9.830 6
40	9.801 8	90	9.832 2

중력가속도의 방향은 적도($\varphi=0°$)와 극($\varphi=90°$)에서는 지구중심(질량중심)쪽으로 향하며 위도가 증가함에 따라 편차각(α)이 점차 커져 위도가 45°인 곳에서 $\alpha \approx 6°$로서 최대값을 가지고 그보다 위도가 더 커지면 점차 줄어든다.

중력가속도는 같은 위도에서도 지각의 상태에 따라서도 조금씩 달라진다.(밀도가 큰 물질이 많이 묻혀있는 경우에는 커지고 밀도가 작은 물질이 많이 묻혀있는 경우에는 작아진다.)

물체에 작용하는 중력은 물체의 질량과 높이, 위도에 따라서 변하며 지각의 상태에 따라서도 달라진다.

무게와 그의 변화

물체가 그것을 매단 물체를 당기는 힘 또는 그것을 받들고있는 물체를 내려누르는 힘을 **무게**라고 부른다.

무게의 작용점은 물체에 있는것이 아니라 그 물체를 매단 물체 또는 받들고있는 물체에 있다.

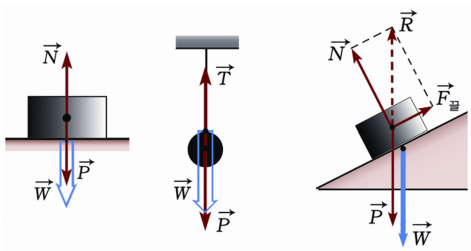


그림 3-71. 멎어있는 물체의 무게

지구에 대하여 멎어있거나 등속직선운동하는 물체의 무게는 그 물체에 작용한 중력과 크기와 방향이 일치한다.(그림 3-71)

이 경우에 물체의 무게는 중력과 작용점에서만 차이가 있으며 중력이 변하는데 따라서 변한다.

※ 물체의 무게는 한 물체가 아니라 여러 물체에 나뉘여져 작용할수도 있다.

지구에 대하여 가속운동하는 물체의 무게는 어떻게 되는가.

물체의 무게를 재려면 물체와 함께 운동하는(물체에 대하여 정지하여있는) 저울을 가지고 재야 한다. 그러므로 가속운동하는 물체의 무게는 그와 같은 가속도를 가지고 운동하는 비관성계에 설치된 저울로 재게 된다. 비관성계에서 물체의 무게를 잴 때에는 언제나 물체에 작용한 중력($\vec{P}$)과 물체에 작용한 관성힘($\vec{F}_{관}$) 그리고 저울이 물체에 주는 힘($\vec{F}$)이 평형을 이룬다.

$$\vec{P}+\vec{F}_{관}+\vec{F}=0$$

물체의 무게($\vec{W}$)는 물체가 저울에 주는 힘으로서 저울이 물체에 주는 힘($\vec{F}$)과 크기가 같고 방향이 반대이다. 그러므로 물체의 무게는 다음과 같이 계산된다.

$$\vec{W}=\vec{P}+\vec{F}_{관}=m(\vec{g}-\vec{a}) \qquad \textbf{물체의 무게} \qquad (3)$$

물체의 무게는 물체가 멎어있는것으로 보이는 기준계에서 나타나는 관성힘과 중력의 합력과 크기와 방향이 같다. 이것은 물체의 무게가 물체에 작용하는 중력과 관성힘에 의하여 생긴다는것을 의미한다.

⚠ 무게의 작용점은 중력과 관성힘의 작용점과 같지 않다.

생각하기 몇가지 경우에 물체의 무게(크기, 방향, 작용점)를 다음의 그림들을 통하여 찾아보아라.(그림 3-72, 그림 3-73, 그림 3-74)

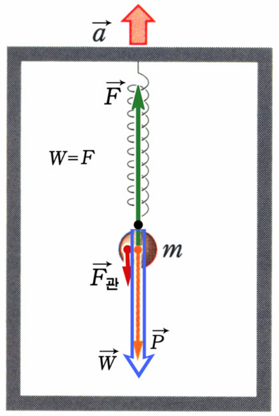


그림 3-72. 우로 가속운동하는 물체의 무게

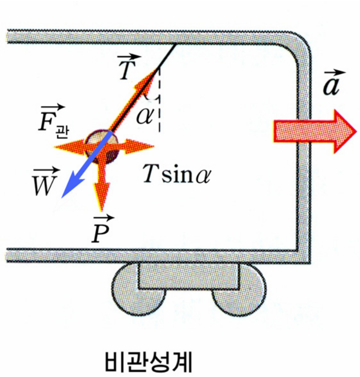


그림 3-73. 수평으로 가속운동하는 차안에서 물체의 무게

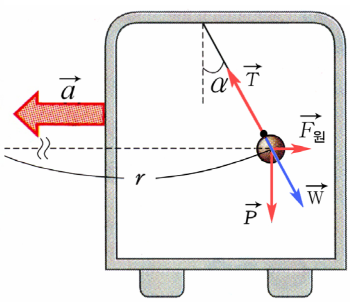


그림 3-74. 굽인돌이를 도는 차안에 있는 물체의 무게

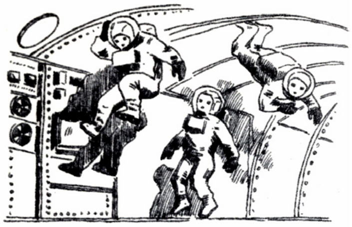
이처럼 가속운동하는 물체의 무게는 가속도의 크기와 방향에 따라서 그의 크기와 방향이 달라진다.

무중력상태와 과부하상태

아래로 가속운동하는 물체의 무게는 식 3으로부터 $W=mg-ma$이다. 이것은 무게가 감소한다는것을 의미한다.

자유락하하는 승강기나 인공위성의 가속도는 다같이 g와 같다.

그러므로 자유락하하는 승강기나 인공위성안에서 멎어있는 물체는 중력과 같은 크기의 관성힘을 중력의 방향과 반대방향으로 받는다. 따라서 물체의 무게는 령으로 된다.(그림 3-75)


그림 3-75. 무중력상태

물체의 무게가 령으로 되는 상태를 **무중력상태**라고 부른다.

무중력상태는 중력이 없어지는 상태가 아니라 무게가 0으로 되는 상태이다.

우주비행선을 발사할 때 비행선안에서 물체의 무게는 가속도의 방향이 우로 향하므로 식 3으로부터 $W = m(g+a)$ 로 된다. 그런데 가속도 a 가 매우 크므로 무게는 멎어있을 때보다 훨씬 커지게 된다. 이러한 상태를 **과부하상태**라고 부른다. 이러한 현상은 비행기가 리륙하거나 착륙할 때, 기중기가 물체를 들어올릴 때에도 발생하게 된다. 사람이 과중한 무게를 받으면 인체에 해를 주거나 지어는 생명이 위험하며 기계는 과중한 무게에 의하여 쇠바줄이 끊어지는 등 사고가 날수 있다. 때문에 기술에서는 기계를 설계, 제작 및 리용하는데서 이러한 측면들을 고려하고있다.

참고 걸보기중력과 걸보기무게

가속운동하는 물체의 무게가 멎어있을 때와 달라지는것은 물체가 관성힘을 받기때문이다. 관성힘을 받지 않는 경우에 물체의 무게와 관성힘을 받는 경우에 물체의 무게를 구분하기 위하여 관성힘을 받는 물체의 무게를 **걸보기무게**라고 부른다.

걸보기무게라고 하여 거짓무게라고 잘못 생각하지 말아야 한다. 걸보기무게는 해당한 비관성계에서 직접 재여지는 무게이다.

관성계에 대하여 정지하여있는(또는 등속운동하는) 물체의 무게를 만드는 힘이 중력이라면 비관성계에 대하여 정지하여있는 물체의 무게를 만드는 힘은 중력과 관성힘의 합력이다. 이 합력을 **걸보기중력**이라고 부른다. 무중력상태는 걸보기중력이 령이 되는 상태이다. 걸보기중력과 무게는 크기와 방향이 언제나 같다. 그러나 걸보기중력의 작용점은 물체에 있으며 걸보기무게의 작용점은 물체를 매단 물체나 받들고있는 물체에 있다. 비관성계에서 물체가 자유로운 상태에 있으면 물체는 걸보기중력의 방향으로 걸보기중력가속도를 가지고 운동하게 된다.

[례제] 경사각이 60°인 매끈한 경사면우에서 내려오는 질량이 2kg인 물체의 무게를 구하여라.

풀이. 주어진것: $\alpha = 60°$

$m = 2\text{kg}$

구하는것: W ?

마찰이 없으므로 물체가 경사면을 따라 미끄러져 내려오는 가속도가 $a = g\sin\alpha$ 이다.

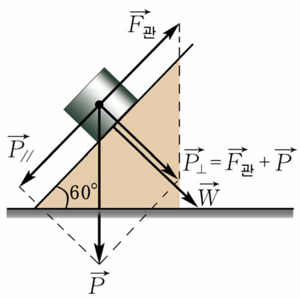


그림 3-76

따라서 물체에 정한 기준계에서 물체에 작용하는 관성힘은 중력의 경사면방향의 성분힘과 크기가 같고 방향이 반대이다. 그러므로 중력과 관성힘의 합력은 $P_{\perp} = P\cos\alpha$ 이다.(그림 3-76) 따라서 무게의 크기는 다음과 같다.

$$W = mg\cos\alpha = 2\times 9.8\times\cos 60° = 9.8\ (\text{N})$$

답. 9.8N, 방향은 경사면에 수직인 방향

문 제

1. 다음 문장들의 정확성을 판단하고 리유를 밝혀라.
   ㄱ) 떶어있는 물체에 작용하는 중력과 무게는 크기와 방향이 같다.
   ㄴ) 무게의 방향은 언제나 밑면에 수직이다.
   ㄷ) 지구에 대하여 떶어있는 물체의 무게는 어디서나 같다.
   ㄹ) 중력과 무게의 작용점은 언제나 다르다.
   ㅁ) 실에 매달린 물체의 무게가 없으면 실을 끊어도 물체는 그 자리에 있다.
2. 그림 3-77은 승강기의 속도그라프이다. 승강기의 운동상태를 분석하고 승강기안에서 질량이 50kg인 물체의 무게를 구하여라. 드림선웃방향이 정의 방향이다.

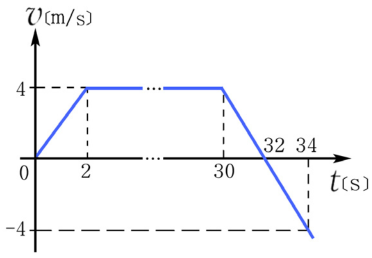


그림 3-77

3. 매끈한 경사면으로 미끄러져내리는 물그릇안에서 물면은 어떻게 놓이겠는가? 왜 그런가?
4. 30N의 힘이 작용하면 끊어지는 실로 질량이 1kg인 물체를 얼마만한 가속도로 들어올릴수 있는가?
5. 수평으로 가속운동하는 렬차안에서 물체를 살그머니 떨구면 렬차에 대하여 물체는 어떤 운동을 하겠는가?

제 12 절. 인공위성과 우주속도

인공위성

우주에 있는 태양과 같은 천체들은 **항성**이라고 하고 항성둘레를 도는 천체들은 **행성**, 행성둘레를 도는 천체들은 **위성**이라고 한다. 태양둘레를 도는 지구나 금성, 수성, 화성, 목성과 같은 천체들은 태양의 행성들이고 달은 지구의 위성이다.(그림 3-78)

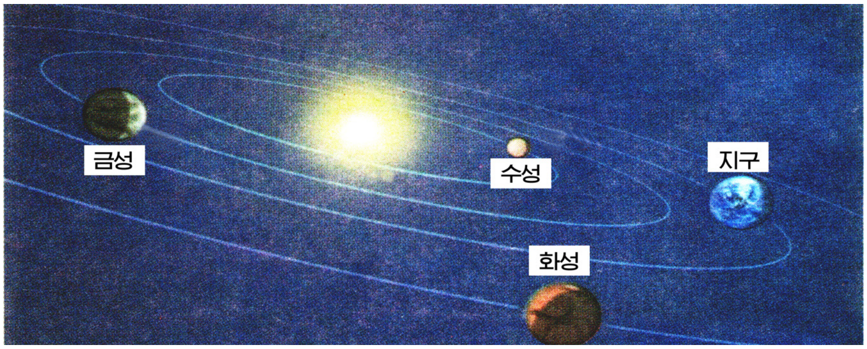


그림 3-78. 태양계의 행성들

사람의 힘으로 지구둘레를 돌아갈수 있게 띄워놓은 인공천체들을 **인공지구위성** 또는 간단히 **인공위성**이라고 부른다.

인공위성은 왜 만들어 띄우는가.

지구가 우주공간에 있는 무수히 많은 천체들중의 하나인것만큼 지구를 둘러싼 우주세계에 대한 연구는 사람들의 생활과 밀접히 결부되여있다. 땅우에서만 우주세계에 대하여 연구하여서는 우주세계의 진면모를 잘 알수 없고 우주를 정복하여 인간의 생활에 적극적으로 리용하는데서도 지장을 받는다.

우주에 대한 정복의 첫 걸음으로 발을 내디딘 인공위성의 발사는 우주세계의 많은 비밀을 밝혀냈고 인간생활의 여러 측면에서 새로운 국면을 마련하여주었다.

기상위성은 지구대기에 대한 기상사진을 찍어 지구에 보내준다. 이 사진을 보고 지구대기의 변화를 한눈으로 알아보고 기상예측을 하고있다.

통신위성은 라지오, TV, 전신, 전화, 전송사진을 중계하여주어 지구의 그 어디에서나 통신을 질적으로 할수 있게 하여주고있다.

지구자원탐사위성은 지역별 농경지면적, 농작물의 작황과 농업생산량을 알아내고 산림자원의 면적과 수량, 나무의 나이와 성장상태를 식별하며 물자원의 분포상태나 석탄매장지탐색 등을 진행하고있다.

군사위성은 군사대상물의 배치와 병력의 이동상태를 정찰하며 대륙간탄도미싸일탐지 및 원격미싸일의 유도, 핵시험탐지, 폭격위성 등으로 리용하고있다.

이와 같이 인공위성은 그 리용의 폭과 심도가 대단히 크다.(그림 3-79)

우리 나라에서는 이미 주체87(1998)년 8월 31일에 인공위성《광명성1호》를 쏘아올리는데 성공하여 우주강국의 대렬에 당당히 들어서게 되였다.

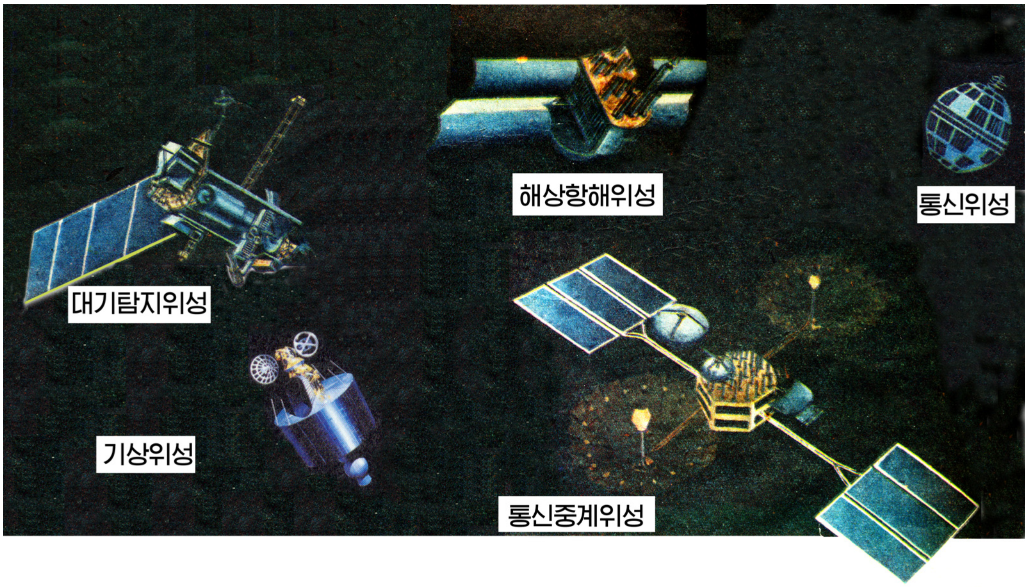


그림 3-79. 여러가지 인공위성들

인공위성은 왜 지구에 떨어지지 않고 지구둘레를 계속 도는가.

지구에서 던진 물체는 얼마간 날아가다가 떨어진다. 던지는 속도를 크게 할수록 점점 멀리 날아가 떨어지며 어떤 값을 넘으면 지구에 떨어지지 않고 계속 돌아

간다.(그림 3-80)

지구에서 보면 위성은 운동방향으로 관성에 의한 등속직선운동과 중력(만유인력)에 의하여 지구중심쪽으로 떨어지는 두가지 운동을 함께 한다. 등속직선운동에 의하여 지구중심으로부터 멀어진것만큼 중력에 의하여 떨어진것으로 보면 위성은 지구에서 멀어지지도 않고 가까와지지도 않는 상태에서 원운동을 한다고 볼수 있다.

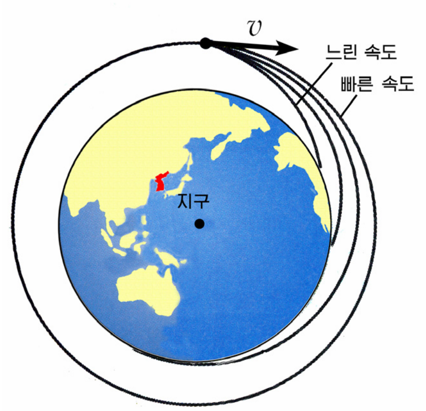


그림 3-80. 큰 속도로 던질수록 더 멀리에 가서 떨어진다

인공위성으로 되자면 던지는 처음속도가 매우 커야 한다. 그러므로 인공위성은 운반로케트에 실어서 쏴올린다. 위성을 실은 로케트는 먼저 지구겉면과 수직에 가까운 각도로 발사되여 공기저항이 큰 대기층을 벗어난다. 그다음 예정된 자리길방향으로 날면서 위성으로 되기 위한 속도까지 인공위성을 가속시켜 분리시킨다.

우주속도

인공위성이 되자면 위성을 어떤 속도로 쏘아올려야 하는가.

제1우주속도. 인공위성으로 되기 위한 최소한계속도를 **제1우주속도**라고 부른다.

지구에서 보면 인공위성은 중력(만유인력)을 향심력으로 하여 원운동을 하고있다.(그림 3-81)

$$m \cdot g = m \cdot \frac{v^2}{R+h} \qquad (1)$$

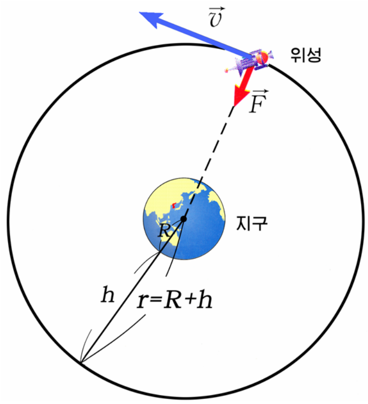


그림 3-81. 제1우주속도

여기에서 R는 지구의 반경, h는 인공위성의 높이, g는 h인 곳에서의 중력가속도이다.

※ 인공위성에 정한 회전기준계에서는 중력과 원심력이 비길 때 위성이 지구에로 다가가지도 멀어지지도 않고 떠있는다.

만일 $mg > m\frac{v^2}{R+h}$이면 원운동을 하지 못하고 회전반경이 $R+h$보다 작아지면서 지구에로 떨어지며 $mg < m\frac{v^2}{R+h}$이면 역시 원운동을 하지 못하고 회전반경이 $R+h$보다 커지면서 타원자리길운동을 한다. 그러므로 $R+h$인 곳에서 위성이 돌아가기 위한 최소한계속도는 식 1로부터 다음과 같다.

$$v = \sqrt{g(R+h)} \qquad (2)$$

만일 $R \gg h$인 경우에는 $R+h \approx R$, $g \approx g_0$으로 되므로

$$v=\sqrt{g_0 R} \quad \textbf{제1우주속도} \tag{3}$$

식 3에 지구반경과 지구겉면에서의 중력가속도값을 넣고 계산하면 제1우주속도의 값은 약 7.9km/s이다.

h를 무시하지 못하는 경우에는 식 2로부터

$$v=\sqrt{\frac{GM}{R+h}} \tag{4}$$

으로 된다. 그러므로 위성을 보다 높은 곳에서 자리길에 진입시킬수록 진입속도가 작아도 된다.

※ 진입속도는 위성이 자기의 기본자리길로 들어가는 속도이다. 높은 곳에 위성을 띄울수록 진입속도는 작지만 기본자리길까지 운반하는 운반로케트의 능력은 커야 한다.

제2우주속도. 인공위성의 속도가 제1우주속도보다 더 크면 인공위성은 타원자리길운동을 하며 속도가 커질수록 타원의 긴 반경이 커지면서 지구로부터 더 멀리까지 날아갔다가 돌아온다. 그러나 어떤 한계속도값보다 속도가 더 커지면 위성은 지구의 끌힘을 이기고 지구에서 벗어나 태양둘레를 도는 인공행성이 된다.(그림 3-82)

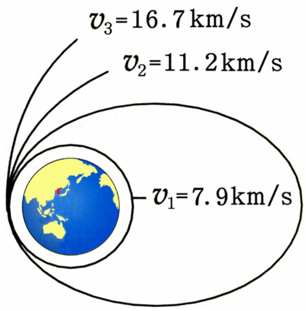


그림 3-82. 우주속도

인공행성으로 되기 위한 최소한계속도를 **제2우주속도**라고 부른다.

제2우주속도는 약 11.2km/s이다.

제3우주속도. 태양의 끌힘을 이기고 태양계에서 벗어나 우주공간으로 나가기 위한 최소한계속도를 **제3우주속도**라고 부른다.

제3우주속도는 약 16.7km/s이다.

※ 제2우주속도와 제3우주속도는 에네르기보존의 법칙을 배우면 쉽게 계산할수 있다.

[례제] 지구겉면으로부터 700km 높이에서 원자리길을 따라 운동하는 인공지구위성의 속도의 크기와 주기를 구하여라.

풀이. 주어진것: h=700km=7×10^5m

R=6.4×10^6m

g=9.8m/s^2

구하는것: v?, T?

인공위성의 높이를 무시하지 못하는 경우에는

$$v=\sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

한편 $GM=gR^2$ 이므로

$$v=R\sqrt{\frac{g}{R+h}}=6.4\times10^6\times\sqrt{\frac{9.8}{6.4\times10^6+7\times10^5}}\approx7.5\times10^3(\mathrm{m/s})$$

주기는 $T=\frac{2\pi(R+h)}{v}=\frac{2\times3.14\times(6.4\times10^6+7\times10^5)}{7.5\times10^3}\approx6\,000\,(\mathrm{s})\approx1.67(\mathrm{h})$

답. 약 7.5×10^3m/s, 약 1.67h

문 제

1. 달에서의 제1우주속도를 구하여라. 달의 중력가속도는 1.18m/s^2, 달의 반경은 1.7×10^6m이다.
2. 인공위성안에서는 왜 무중력상태가 되는가?
3. TV중계나 기상예보에 쓰이는 정지위성은 지구와 같은 각속도로 돌아가므로 지구겉면에서 보면 멎어있는것과 같이 보인다. 이 정지위성은 지구로부터 얼마만한 높이에 있는가?

자료 우리의 인공지구위성

주체87(1998)년 8월 31일 12h 07min에 우리의 과학자, 기술자들은 운반로케트를 86°의 각으로 발사하여 12h 11min 53s에 첫 인공지구위성인 《광명성1호》를 자기 궤도에 정확히 진입시켰다.(그림 3-83)

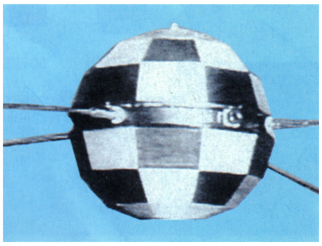


그림 3-83. 《광명성1호》

또한 주체98(2009)년 4월 5일 11h 20min에 인공지구위성인 《광명성2호》를 발사하여 9min 2s만인 11h 29min 2s에 자기 궤도에 정확히 진입시켰다.

《광명성2호》의 궤도경사각은 40.6°이고 타원궤도에서 지구로부터 제일 가까운 거리는 490km, 제일 먼 거리는 1 426km이며 주기는 104min 12s이다.

시험통신위성인 《광명성2호》에는 필요한 측정기재와 통신기재들이 설치되여 있다.

위성은 우주의 평화적리용을 위한 과학연구사업을 추진하며 앞으로 실용위성발사를 위한 과학기술적문제들을 해결하는데서 결정적인 의의를 가진다.

100% 우리의 지혜와 기술로서 단 한번의 발사로 인공위성을 궤도에 정확히 진입시킨것은 위대한 령도자 **김정일**장군님의 현명한 령도밑에 우리 나라가 과학기술발전에서 선진국가대렬에 당당히 들어섰다는것을 온 세상에 과시한것으로 된다.

탐구

문제: 회전그네의 운동을 운동법칙으로 설명하여라.

방향: · 땅(관성계)에서 회전그네의 운동(떠나서 멎을 때까지)을 관찰하고 그러한 운동을 하는 원인을 분석하여라.

· 회전그네(비관성계)를 타고 함께 탄 다른 사람들의 운동을 관찰하고 그 원인을 분석하여라.

· 회전그네의 바줄을 얼마나 든든한것으로 해야 하는가에 대한 계산을 해보아라.

복습문제

1. 등속직선운동하는 기차의 천정에 구가 매달려 멎어있다. 이 구의 운동을 보고 기차의 운동변화를 따져보아라.
   ㄱ) 구가 기차의 운동방향으로 기울어질 때
   ㄴ) 구가 기차의 운동방향과 반대로 기울어질 때
   ㄷ) 구가 기차의 운동방향에서 왼쪽으로 기울어질 때
2. 달리는 자전거의 앞바퀴에 제동을 걸면 어떻게 되는가? 어느 바퀴에 제동을 걸어야 하겠는가?
3. 수평길에서 질량 M=30kg인 밀차를 50N의 힘으로 수평으로 끈다. 밀차우에는 질량 m=15kg인 나무상자가 놓여있다. 밀차가 굴러갈 때 받는 굴음마찰력은 $F_{굴}$=8N이다. 나무상자가 밀차우에서 미끌지 않는다면 나무상자가 받는 정지마찰력은 얼마인가? (**답**. 14N)
4. 질량이 500g인 물체를 측력계에 걸어 드림선을 따라 끌어올린다. 측력계가 6N을 가리킨다면 물체의 가속도는 얼마인가?
   (**답**. 2.2m/s^2)
5. 질량이 8kg인 물체에 수평면과 30°의 각을 이루는 방향으로 크기가 20N인 힘이 작용한다. 미끄럼마찰결수가 0.2이면 힘이 작용하기 시작하여 10s 지나서 물체의 속도는 얼마인가? 물체의 처음속도는 0이다.
   (**답**. 약 4.5m/s)
6. 뜨락또르가 련결차를 힘 F로 끌면 뉴톤의 제3법칙에 의하여 련결차도 뜨락또르를 같은 크기의 힘으로 반대방향으로 당긴다. 그런데도 뜨락또르는 앞으로 운동한다. 이것을 어떻게 설명하겠는가?

7. 한 밀차우에 서있는 학생이 바줄로 다른 밀차를 100N 의 힘으로 당긴다. 학생이 서있는 밀차의 총 질량은 100kg, 다른 밀차의 질량은 80kg이다. 밀차들이 운동하기 시작하여 2s만에 그것들의 속도는 얼마로 되겠는가? 마찰은 없고 두 밀차는 한 수평면우에 있다.

(답. 2m/s, 2.5m/s)

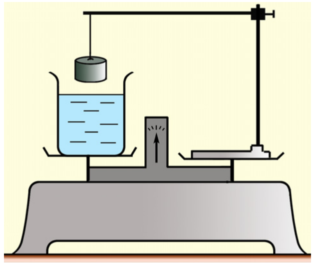


그림 3-84

8. 약저울의 한쪽 접시에 물이 든 그릇을 놓고 다른쪽 접시에 질량이 54g인 알루미니움추를 달아맨 실험대를 세웠다. 이때 저울은 평형상태에 있다. 줄의 길이를 늘여 추를 물에 완전히 잠그었을 때에도 평형이 이루어지게 하려면 오른쪽접시에 몇g짜리 분동을 올려놓아야 하는가?(그림 3-84) 물과 알루미니움의 밀도는 각각 1 000kg/m^3, 2 700kg/m^{3}이다.

(답. 40g)

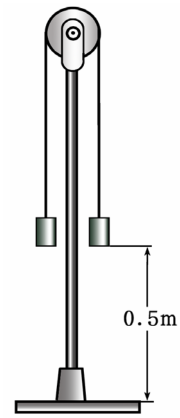


그림 3-85

9. 그림 3-85에서 두 추의 질량이 모두 250g인 경우에 한쪽 추우에 5g짜리 보조짐을 더 올려놓으면 몇s후에 그 추가 바닥에 닿겠는가? 도르래와 줄의 질량 및 마찰은 무시하며 줄은 늘어나지 않는다고 보아라.

(답. 약 3.21s)

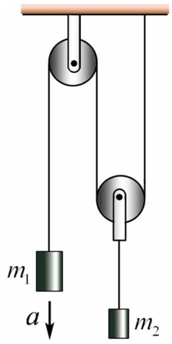


그림 3-86

10. 그림 3-86에서 추 m_1가 내려가는 경우에 그것의 가속도는 어떻게 되는가? 그리고 이 추가 내려가기 위한 조건은 무엇인가? 도르래와 줄의 질량 및 마찰은 무시하며 줄은 늘어나지 않는다고 보아라.

(답. $a = \dfrac{2\times(2m_1 - m_2)}{4m_1 + m_2}g$, $2m_1 > m_2$)

11. 경사각이 α인 경사면에서 스키를 타는 사람이 L만 한 거리를 지나는 동안 속도가 처음보다 3배 커졌다면 경사면과 스키사이의 마찰결수는 얼마인가?

(답. $\mu = \tan\alpha - \dfrac{4v_0^{\ 2}}{gL\cos\alpha}$)

12. 고정도르래에 걸려있는 실에 질량이 2kg인 3개의 같은 물체가 그림 3-87과 같이 걸려있다. 다음의 값들을 구하여라.

ㄱ) 계의 가속도

ㄴ) 실의 매 부분에서의 장력

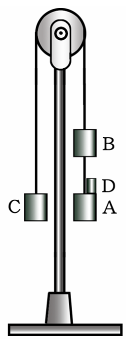


그림 3-87

ㄷ) 물체 A우에 1kg의 짐 D를 올려놓았을 때 계의 가속도와 물체 D가 물체 A를 누르는 힘

(**답.** ㄱ) 약 3.27m/s^2 ㄴ) 26.14N, 13.1N
ㄷ) 4.2m/s^2, 5.6N)

13. 질량이 250kg인 기구가 땅우에 있는 14kg의 물체를 매달고 우로 오르고있다. 다음의 값들을 구하여라.

ㄱ) 물체의 가속도가 0.7m/s^2이라면 물체를 매단 줄의 장력

ㄴ) 100m 높이에서 줄이 끊어졌다면 물체가 땅에 닿을 때의 속도

ㄷ) 줄이 끊어진 경우 기구의 가속도

(**답.** ㄱ) 147N ㄴ) 약 45.8m/s ㄷ) 약 1.29m/s^2)

14. 실에 련결한 구를 미끄러운 수평면우에서 등속원운동시킨다. 어떤 힘들이 구에 작용하는가? 각속도가 ω이고 실을 매단 점의 높이가 h이면 구가 면을 누르는 힘은 얼마인가?(그림 3-88)

(**답.** $m(g-\omega^2 h)$)

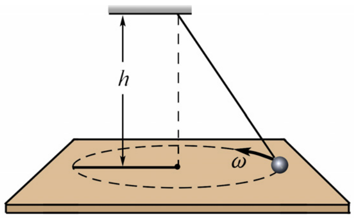


그림 3-88

15. 반경 R인 고리가 드림면에 놓여있다. 이 고리에 마찰이 없이 움직이는 작은 물체가 끼워있다. 고리의 중심을 지나는 드림축둘레로 고리를 어떤 각속도로 돌리면 물체가 고리의 밑점으로부터 h만큼 높은 곳에 놓이게 된다. 고리의 각속도를 구하여라.(그림 3-89)

(**답.** $\omega=\sqrt{\dfrac{g}{R-h}}$)

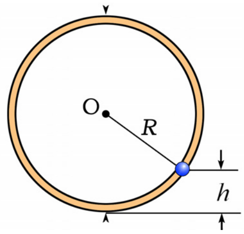


그림 3-89

16. 철길의 구부러진 구간에서 렬차가 안전하게 달리기 위하여 렬차가 철길면에 주는 힘이 철길면에 수직이 되도록 바깥레루를 안쪽보다 약간 높인다. 곡률반경이 R인 구간에서 기차가 속도 v로 달리게 하려면 바깥레루를 안쪽보다 얼마만한 각도로 높여야 하는가?

(**답.** $\tan\alpha=\dfrac{v^2}{gR}$)

17. 질량이 10kg인 어떤 물체에 매 순간 그의 운동방향에 대하여 30°의 각을 지어 10N의 힘이 작용한다. 다음의 값들을 구하여라.

ㄱ) 물체에 작용하는 향심힘의 크기

ㄴ) 처음속도가 5m/s라면 10s후의 속도

ㄷ) 10s인 순간에 물체가 운동하는 자리길의 곡률반경

(**답.** ㄱ) 5N ㄴ) 약 13.7m/s ㄷ) 약 375.4m)

18. 평면우의 점 B로부터 20m 높이에 있는 점 A에서 한 물체를 수평방향으로 던지는 동시에 다른 물체를 B점에서 밀었다. A점에서 던진 물체가 C점에 가닿는 순간에 B점에서 밀어준 물체도 C점에 가서 멎었다. B점에서 밀어준 물체와 면사이 마찰결수는 0.2이다. 공기저항이 없다면 두 물체의 처음속도는 얼마인가?(그림 3-90)

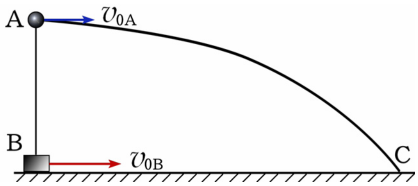


그림 3-90

(답. 약 1.98m/s, 약 3.96m/s)

19. 같은 높이에 있는 두 지점 A, B사이 수평거리는 S이고 높이는 h이다. 지점 A에서 물체를 지점 B쪽으로 속도 v로 던지는 순간 지점 B에서 다른 물체를 자유락하시킨다. 두 물체가 땅에 떨어지기 전에 부딪치자면

ㄱ) 지점 A에서 물체를 어떤 방향으로 던져야 하는가?

ㄴ) 던진 속도의 크기는 어떤 값을 가져야 하는가?

(답. ㄱ) 수평방향으로 던져야 한다. ㄴ) $v > S\sqrt{\frac{g}{2h}}$)

20. 적진지에 박격포를 쏜다. 포탄이 t_1=3s후에 전방 산고지를 스쳐지났고 그로부터 t_2=4s후에 목표를 명중하였다. 고지까지의 수평거리가 x_1=600m일 때 고지의 높이, 목표사이거리는 얼마인가? 포진지와 목표는 같은 높이에 있다.

(답. 1 400m, 58.8m)

21. 경사각이 30°인 경사면우의 한 점에서 처음속도 10m/s로 돌을 경사면에 수직되게 던졌다. 돌은 던진 점으로부터 얼마만한 거리에 떨어지겠는가? 경사면은 충분히 길며 공기저항은 없다. (답. 13.6m)

22. 높이가 h=2m인 점에서 수평면에 대하여 30°의 각을 지어 돌을 던졌더니 L=30m 거리에 가서 땅바닥에 떨어졌다. 돌의 처음속도는 얼마인가? 공기저항은 없다. (답. 17.5m/s)

23. 수평면에 대하여 α=60°의 각으로 v_0=20m/s로 물체를 던졌다. 얼마만한 시간이 지나야 그것이 수평면에 대하여 β=45°로 운동하겠는가?

(답. 0.75s)

24. 렬차의 천정에 드리운 추가 렬차가 떠나면서 30°로 기울어져 그 상태를 유지하고 5s동안 지나갔다. 그동안 렬차가 간 거리는 얼마인가? (답. 70.8m)

25. 수평면과 30°의 각을 이루는 마찰이 없는 경사면에 물체를 놓고 그 경사면을 0.2m/s^{2}의 가속도로 들어올린다. 경사면에 대한 물체의 가속도는 얼마인가?

(답. 5m/s^2)

26. 지구에 대하여 0.3m/s^{2}의 가속도로 드림선우로 올라가는 승강기에 탄 사람이 돌을 떨구었다. 0.3s후에 승강기에 대하여 돌이 떨어진 높이는 얼마인가?

(답. 약 0.45m)

27. 비행사가 드림면에서 반경이 800m인 원자리길을 따라 공중회전한다. 비행기의

속도가 100m/s이고 비행사의 질량이 80kg이라면 원자리길의 맨 아래점과 웃점에서 의자를 누르는 힘은 얼마인가?

(답. 1784N, 216N)

28. 자전거바퀴와 도로사이의 마찰결수가 0.3이라면 자전거를 탄 사람이 반경이 50m인 도로의 굽인돌이를 최대한 얼마의 속도로 달릴수 있겠는가? 이 경우에 자전거를 드림선에 대하여 얼마나 기울여야 하는가?

(답. 12.1m/s, $\tan\alpha=0.3$)

29. 지구중심과 달중심사이거리 R는 지구반경 r의 60배이고 달의 질량은 지구질량의 1/81이다. 지구의 중심과 달의 중심을 련결하는 직선우에서 꼭같은 힘으로 지구와 달에 끌리우는 평형자리를 구하여라. (답. $54r$)

30. 자전주기가 10h인 구모양으로 생긴 행성이 있다. 이 행성의 적도에서 물체의 무게가 령이면 행성의 밀도는 얼마인가?

(답. 108.97kg/m^3)

31. 저울판을 오목하게 만들고 판을 따라 쇠알을 굴리면 저울바늘이 쇠알을 굴리지 않고 그대로 올려놓았을 때보다 더 돌아가는가, 덜 돌아가는가? 왜 그런가?

32. 승강기가 떠나는 순간의 가속도는 0.3m/s^{2}이다. 우로 올라갈 때와 아래로 내려올 때 그것을 타고있는 사람의 무게는 얼마인가? 사람의 질량은 60kg이다.

(답. 606N, 570N)

33. 멎어있던 기차가 수평길을 따라 등가속직선운동하여 20s동안에 속도가 72km/h로 되였다. 기차안에 있는 질량이 3kg인 물체의 무게의 크기와 방향은 어떻게 되는가? 이때 철구를 떨어뜨리면 렬차에 대하여 어떻게 운동하겠는가?

(답. 크기 29.6N, 방향 $\tan\alpha=0.102\,04$, 무게의 방향으로 직선운동을 하면서 떨어진다.)

34. 행성의 질량이 지구질량의 3배이고 그의 반경이 지구반경의 1/3이다. 이 행성에서 제1우주속도는 얼마인가?

(답. 23.7km/s)

제 4 장. 보존법칙

위대한 령도자 **김정일**원수님께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《…에네르기를 효과적으로 리용하고 절약하기 위한 과학기술적문제들을 풀어야 하며 태양에네르기, 풍력에네르기를 비롯한 새로운 에네르기를 개발하기 위한 연구에 힘을 넣어 그 리용전망을 확고히 열어놓아야 합니다.》

경애하는 장군님의 원대한 강성대국건설구상을 실현하는데서 나서는 중요한 문제의 하나는 에네르기를 효과적으로 리용하고 절약하기 위한 과학기술적문제들을 해결하는것이다.

그러자면 에네르기에 대한 기초지식과 그 응용에 대한 학습을 강화하여 에네르기원천들을 적극 찾아내고 그 리용률을 높여야 한다.

이 장에서는 자연계에서 가장 보편적인 법칙들인 력학적에네르기보존법칙과 운동량보존법칙에 대하여 배우게 된다.



제 1 절. 일과 일능률

일의 크기

기관차는 짐을 끌고가는 일을 하며 기중기는 짐을 들어올리는 일을 한다. 이와 같이 물체에 힘이 작용하여 힘의 방향으로의 이동이 있을 때 물체에 작용한 힘이 일을 하였다고 말한다.

물체에 일정한 힘 F 가 작용하여 힘의 방향으로 S 만큼 옮겨갔을 때 힘이 하는 일의 크기는 다음과 같다.

$$A = F \cdot S$$

이 식은 힘의 방향과 옮겨간 변위방향이 일치할 때 얻은 식이다.

그러면 물체가 힘의 방향과 각을 지어 옮겨갈 때 일의 크기는 어떻게 되는가.

물체에 작용한 힘을 운동방향의 성분 F_S 와 그에 수직인 방향의 성분 F_n 으로 분해하자.(그림 4-1) 이때 물체는 F_S 방향(수평방향)으로만 움직이고 F_n 방향(수직방향)으로는 움직이지 않는다.

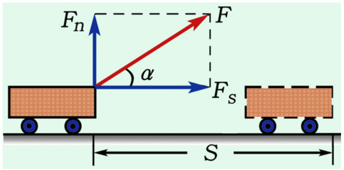


그림 4-1. 힘과 운동방향이 다를 때 일의 계산

결국 힘의 운동방향의 성분 F_S 만이 물체를 옮기는 일을 하고 운동방향에 수직인 성분 F_n 은 일을 하지 않는다. 그러므로 물체를 S 만큼 옮기는데 수행한 일의 크기는 다음과 같다.

$$A = F_s \cdot S = F\cos\alpha \cdot S = F \cdot S\cos\alpha \qquad \text{일의 크기} \qquad (1)$$

일의 크기는 물체에 작용한 힘과 이 힘을 받으며 물체가 옮겨간 거리 및 힘과 운동방향사이의 각의 코시누스를 곱한것과 같다.

일의 단위는 1J이다. 1J은 1N의 힘이 물체에 작용하여 그 힘의 방향으로 1m 옮겨갔을 때의 일의 크기이다.

일은 크기만을 가지는 스칼라량이다.

일의 크기는 물체에 작용한 힘과 운동방향사이의 각에 따라 달라진다.(그림 4-2)

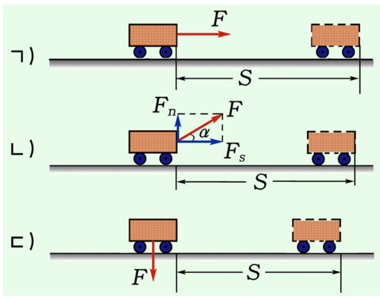


그림 4-2. 각에 따르는 일의 크기

$\alpha = 0°$ 인 경우 $\cos\alpha = 1$ 이므로 $A = F \cdot S$ 이다. 즉 힘의 방향으로 물체를 옮길 때 일의 크기가 제일 크다.(그림 4-2의 ㄱ)

$0° < \alpha < 90°$ 인 경우 $0 < \cos\alpha < 1$ 이므로 $A = F \cdot S\cos\alpha < F \cdot S$ 이다. 즉 힘을 물체의 이동방향과 90°보다 작은 각으로 줄 때 힘이 하는 일의 크기는 물체의 이동방향으로 힘을 줄 때보다 작다.(그림 4-2의 ㄴ)

$\alpha = 90°$ 인 경우 $\cos\alpha = 0$ 이므로 $A = 0$ 이다. 즉 물체가 움직이는 방향에 수직으로 작용하는 힘은 일을 하지 않는다.(그림 4-2의 ㄷ)

$90^\circ < \alpha \le 180^\circ$인 경우 $\cos\alpha < 0$이므로 이때 힘이 한 일의 크기는 $A<0$ 즉 부(-)의 값을 가진다.

이와 같이 힘의 방향으로 물체가 옮겨갈 때 그 힘은 정(+)의 일($A>0$)을 하고 힘의 방향과 반대로 옮겨갈 때 부(-)의 일($A<0$)을 한다. 그러므로 힘이 한 일을 고찰할 때에는 언제나 일의 부호를 따져야 한다.

실례로 거치른 수평면우로 물체를 끌고갈 때 끄는 힘이 하는 일은 $A_{끄}>0$, 중력이 하는 일은 $A_{중}=0$, 마찰력이 하는 일은 $A_{마}<0$이다.(그림 4-3)

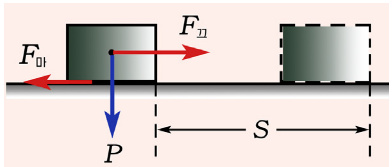


그림 4-3. 물체에 작용하는 힘들의 방향

힘-거리그라프($F-S$ 그라프)

일의 크기는 $F-S$ 그라프를 리용하여 계산할수도 있다. 물체에 작용한 힘의 이동방향성분과 이동한 거리사이관계를 보여주는 그라프를 **힘-거리그라프** 또는 **$F-S$ 그라프**라고 부른다. $F-S$ 그라프는 가로축에 운동한 거리 S를, 세로축에는 힘 F를 택하고 운동방향의 성분힘 F_S와 이동한 거리 S사이의 관계를 보여준다.

물체에 작용하는 힘 F가 일정한 경우에 그라프는 S축에 평행인 직선으로 된다.(그림 4-4) 이때 일 $A=F_s \cdot S$는 그라프밑의 직4각형의 면적과 같다.

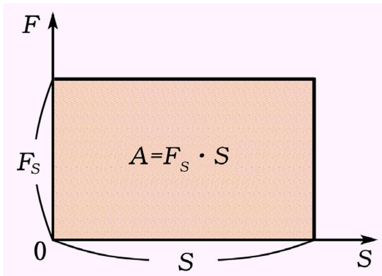


그림 4-4. F가 일정할 때 일의 그라프

물체에 작용하는 힘 F가 변하는 경우에 그라프는 일반적으로 곡선모양으로 된다.(그림 4-5) 이때에는 힘이 변하므로 일의 크기공식 $A=F\cdot S\cos\alpha$를 그대로 쓸수 없다.

어떻게 하면 되는가.

먼저 거리 S를 작은 구간 ΔS_1, ΔS_2, ΔS_3, …, ΔS_n들로 나누자.

이 구간들에서는 힘이 일정하다고 하자. 그러면 매 구간에서 일은 $\Delta A_i = F_i \cdot \Delta S_i$로서 작은 직4각형의 면적으로 표시된다. 전체 일은 매 구간에서의 일들의 합 즉 $A=\Delta A_1+\Delta A_2+\cdots+\Delta A_n=\sum_{i=1}^{n}\Delta A_i$이므로 결국 힘이 변하는 경우에 전체 일 A는 $F-S$ 그라프에서 곡선밑의 면적으로 계산된다.

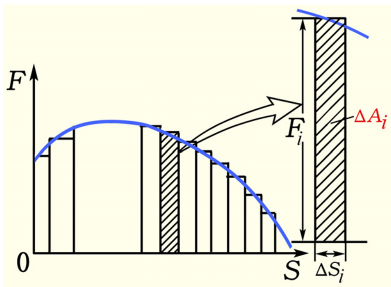


그림 4-5. $F-S$ 그라프(F가 일정하지 않는 경우)에 의한 일계산

일능률

짐을 나르는 일을 할 때 사람이 나르는것보다 자동차로 나르면 짧은 시간동안에 일을 끝낼수 있다. 우리는 일상생활에서 일을 할 때 누가 더 빨리 일하는가를 평가할 때가 자주 있게 된다.

일을 얼마나 빨리 하는가를 일능률로써 평가한다.

단위시간동안에 하는 일과 같은 값을 가지는 량을 **일능률**이라고 부른다. t시간동안에 A만 한 일을 하면 일능률은 다음과 같다.

$$N = \frac{A}{t} \qquad \text{일능률} \qquad (2)$$

일능률의 단위는 1W이다. 1W는 1s동안에 1J의 일을 할 때의 일능률이다.

일능률은 일과 마찬가지로 크기만을 가지는 스칼라량이다.

식 2에서 $A = F \cdot S$이고 물체가 등속운동을 한다면 $v = \frac{S}{t}$이므로

$$N = \frac{A}{t} = \frac{F \cdot S}{t} = F \cdot v$$

$$N = F \cdot v \qquad \text{일능률과 힘, 속도사이관계} \qquad (3)$$

이 식을 통하여 무엇을 알수 있는가.

일능률이 주어졌을 때 끄는 힘과 속도는 거꿀비례한다.

일반적으로 기계의 일능률은 제한되여있다. 이것은 끄는 힘 F와 속도 v를 곱한 값이 일정하다는것을 의미한다.

실례로 수평길을 빠른 속도로 달리던 자동차가 언덕길을 오를 때에는 속도를 늦추어 끄는 힘을 크게 한다.

일능률공식 $N = \frac{A}{t}$는 기계가 한 전체 일을 그 시간으로 나눈 값이므로 평균적인 일능률을 나타내며 $N = F \cdot v$는 매 순간 끄는 힘과 속도를 곱한 값으로서 그 순간의 일능률을 나타낸다.

일능률의 단위로는 1HP(마력)을 쓰기도 한다.

1HP=735W

몇가지 기계의 최대일능률

기계이름	kW	HP
《붉은기》호전기기관차	5 148	7 004
《자주64》화물자동차	177	241
《승리58나》화물자동차	55	75
《만경》호불도젤	220	299
굴착기	100	136
우주비행선발동기	1.5×10^7	2×10^4

[례제] 짐실은 자동차가 40kW의 일정한 일능률로 언덕길을 올라갈 때 이동거리 S와 속도 v사이의 관계가 그림 4-6과 같은 그라프로 주어졌다. 자동차가 200m만큼 가는 동안에 한 일을 구하여라.

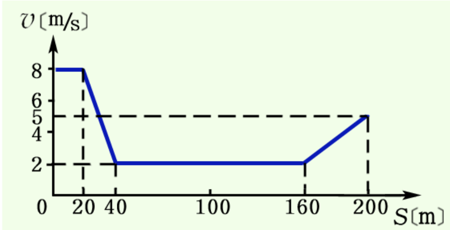


그림 4-6

풀이. 주어진것: N=40kW=4×10^4W

S=200m

구하는것: A?

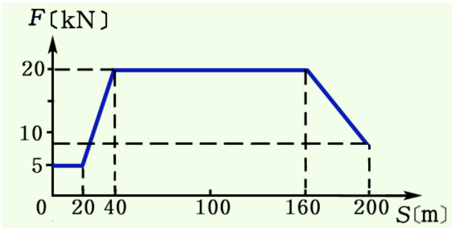


그림 4-7

공식 $F=\dfrac{N}{v}$ 을 리용하여 S가 S_1=20m, S_2=40m, S_3=160m, S_4=200m일 때 끄는 힘을 각각 구하면 $F_1=5\times10^3$N, $F_2=20\times10^3$N, $F_3=8\times10^3$N이다. 이 값들을 써서 $F-S$ 그라프를 그리면 그라프밑의 면적이 일과 같다.(그림 4-7)

$$A=A_1+A_2+A_3+A_4=$$

$$=F_1\cdot S_1+\frac{(F_1+F_2)}{2}\cdot(S_2-S_1)+F_2\cdot(S_3-S_2)+\frac{(F_2+F_3)}{2}\cdot(S_4-S_3)=$$

$$=5\,000\times20+\frac{(5\,000+20\,000)}{2}\times(40-20)+20\,000\times(160-40)+\frac{(20\,000+8\,000)}{2}\times$$

$$\times(200-160)=3\,310\,000(\text{J})$$

답. 3 310kJ

문 제

1. 물체를 1m 들어올릴 때와 그것을 거치른 수평면우로 1m 끌고갈 때 어느쪽이 더 많은 일을 하는가?
2. 50N의 힘으로 밀차를 20m 옮겨갔다. 힘이 밀차의 운동방향과 다음과 같은 각을 이룰 때 수행된 일을 구하여라.

   ㄱ) α=0° ㄴ) α=30° ㄷ) α=60° ㄹ) α=90°
3. 질량이 50kg인 물체를 마찰결수가 0.05이고 경사각이 30° 인 경사면을 따라 등속으로 끌고올라간다. 1min동안에 80m 올라갔다면 일능률은 얼마인가?

제 2 절. 운동에네르기

에네르기

화력발전소에서는 빠른 속도로 내뿜는 수증기의 힘에 의하여 증기타빈을 돌리는 일을 하고 수력발전소에서는 높은 곳에 있던 물이 아래로 떨어지면서 수력타빈을

돌리는 일을 한다.

또한 세찬 바람은 풍차를 돌리는 일을 하고 줄어든 용수철은 늘어나면서 물체를 미는 일을 한다.(그림 4-8)


그림 4-8. 풍력발전기

일이 수행된 다음에는 물체의 속도나 자리가 변한다.

이처럼 물체는 상태가 변하면서 일을 할수 있는데 이때 물체는 에네르기를 가지고있다고 말한다. 물체가 일을 할수 있는 능력을 **에네르기**라고 부른다.

에네르기는 그자체가 곧 일은 아니다. 에네르기를 가진 물체의 상태(속도, 자리, 모양 등)가 변하면 에네르기가 변화된다. 이때 에네르기변화량이 일의 크기와 같다.

에네르기의 단위는 일의 단위와 같이 1J이다.

운동에네르기

흐르는 물이나 세차게 내뿜는 수증기, 날아가는 총알 등은 다른 물체를 밀거나 뚫으면서 일을 할수 있다. 즉 운동하는 물체는 에네르기를 가진다.

물체가 운동하기때문에 가지는 에네르기를 **운동에네르기**라고 부른다.

운동에네르기의 크기는 무엇에 관계되는가.

물체의 운동에네르기크기는 그것이 멎을 때까지 하는 일과 같다.

실험

○ 그림 4-9와 같은 실험대우에서 손으로 구를 빠르거나 느리게 굴리여 구가 나무토막에 부딪쳐 그것이 움직여간 거리를 측정한다. 구를 빠르게 굴리였을 때가 느리게 굴리였을 때보다 나무토막이 더 많이 움직여간다.

○ 다음 처음 구보다 질량이 더 큰 구를 가지고 앞에서와 마찬가지로 실험을 반복하여 나무토막이 움직인 거리를 측정한다. 질량이 큰 경우에 더 많은 거리를 움직여간다.

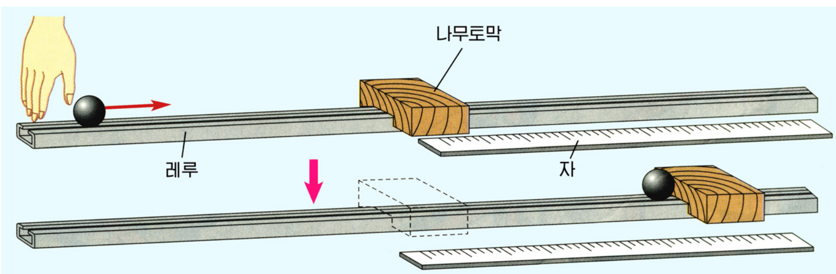


그림 4-9. 운동에네르기

실험은 속도가 빠를수록, 질량이 클수록 물체가 멎을 때까지 하는 일이 더 크다는것을 보여준다.

이것을 통하여 물체의 운동에네르기는 질량이 클수록, 속도가 빠를수록 크다는것을 알수 있다.

❓ 운동에네르기의 크기는 질량과 속도에 어떻게 관계되는가.

질량이 m인 밀차가 속도 v로 운동하다가 다른 물체를 밀면서 멎을 때까지 힘이 하는 일의 크기를 구해보자.(그림 4-10)

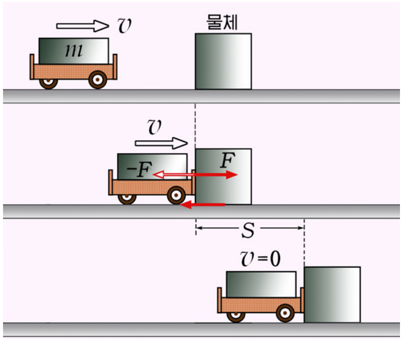


그림 4-10. 운동하는 물체는 일을 할수 있다

밀차가 물체에 부딪쳐 일정한 힘 F로 물체를 S만큼 밀고가서 멎었다고 하자. 이때 밀차가 물체에 준 힘 F가 한 일은 $A=F\cdot S$이다.

한편 뉴톤의 제3법칙에 의하여 밀차는 물체로부터 $-F$만 한 힘을 받기때문에 $a=-F/m$만 한 가속도로 등감속운동하다가 나중에는 멎는다. 그러므로 속도, 가속도 및 거리사이관계에 의하여

$$0^2-v^2=2aS=2\left(-\frac{F}{m}\right)S$$

따라서 $$F\cdot S=\frac{1}{2}mv^2$$

이로부터 밀차가 멎을 때까지 힘 F가 한 일의 크기는 다음과 같다.

$$A=F\cdot S=\frac{1}{2}mv^2$$

밀차가 물체를 미는 힘이 일정하지 않는 경우에도 멎을 때까지 수행한 일은 역시 이와 같이 표시된다. 이것은 속도 v로 운동하고있는 물체는 멎을 때까지 $mv^2/2$만 한 일을 하므로 이만한 에네르기를 가지고있다는것을 의미한다.

물체의 운동에네르기의 크기는 그 물체가 멎을 때까지 하는 일과 같다.

따라서 운동에네르기는

$$K=\frac{1}{2}mv^2 \qquad \text{운동에네르기}$$

운동에네르기는 물체의 질량과 속도의 두제곱을 곱한 값의 절반과 같다. 운동에네르기의 크기는 물체의 속도가 클수록, 질량이 클수록 크다.(그림 4-11)

운동에네르기의 단위는 1J이다.

물체의 운동에네르기는 부(-)로 될수 없다. 즉 $K>0$이다.

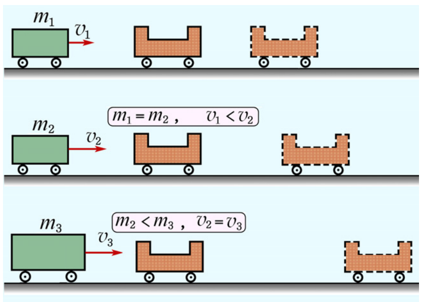


그림 4-11. 운동하는 물체의 속도가 크고 질량이 클수록 운동에네르기가 더 크고 더 많은 일을 할수 있다

운동에네르기는 속도에 관계되는데 속도는 기준계의 선택에 따라 달라지므로 운동에네르기도 기준계의 선택에 관계되는 상대적인 량이다.

일과 운동에네르기의 변화

물체에 외부힘이 작용하여 일을 하면 그의 운동에네르기는 어떻게 변하는가.

만일 질량이 m인 밀차에 힘 F가 작용하여 S만큼 밀고나가면서 속도가 v_1로부터 v_2로 커졌다고 하자. 그러면

$$v_2{}^2 - v_1{}^2 = 2aS = 2\frac{F}{m}S$$

이므로 이때 힘이 수행한 일은

$$A = F \cdot S = \frac{1}{2}mv_2{}^2 - \frac{1}{2}mv_1{}^2 = K_2 - K_1$$

$A = K_2 - K_1 = \Delta K$	**운동에네르기변화와 일사이 관계**

이 식을 통하여 무엇을 알수 있는가.

힘이 물체에 일을 하면 그만큼 운동에네르기는 변한다.

즉 힘이 정(+)의 일을 하면 그만큼 운동에네르기는 커지고 부(-)의 일을 하면 그만큼 운동에네르기는 작아진다.

실례로 속도 v로 운동하고있는 물체에 그 운동방향으로 일정한 힘을 주어 일을 하면 물체의 속도는 점점 커지는데 이때 운동에네르기의 증가량은 힘이 한 일과 같다.

※ 보통 외부힘이 물체에 정의 일을 하면 물체가 밖에서 일을 받았다고 말하고 부의 일을 하면 밖에 일을 해주었다고 말한다.

그러나 엄밀하게 일은 주고받는 량이 아니다.



총알이 목표판을 뚫을 때 운동에네르기변화와 일사이관계를 따져보아라.

[례제] 질량이 1.2t인 건설부재를 기중기로 끌어올릴 때 바줄의 장력이 13kN이라면 땅으로부터 5m 올라간 자리에서 부재의 속도는 얼마인가?

풀이. 주어진것: m=1.2t=1 200kg

T=13kN=13 000N

h=5m

구하는것: v?

외부힘이 한 일만큼 운동에네르기가 증가한다.

$$(T - mg)h = \frac{1}{2}mv^2 - 0$$

$$v = \sqrt{(T - mg)\frac{2h}{m}} = \sqrt{(13\,000 - 1\,200 \times 9.8) \times \frac{2 \times 5}{1\,200}} \approx 3.2(\text{m/s})$$

답. 약 3.2m/s

자료

새롭게 출현한 기계돛배

증기기관이 배에 도입됨으로써 자취를 감추게 되였던 돛배가 최근에 와서 기계동력장치와 콤퓨터를 장비하고 나타나게 되였다. 배에 돛을 다는것은 바람의 힘을 합리적으로 리용하여 연료를 절약하고 선박동력장치의 효률을 합리화하자는데 그 목적이 있다.

콤퓨터에 의해 자동조종할수 있는 기계돛배는 항행할 때 바람이 배의 운동방향과 같은 방향으로 불 때에는 돛만을 리용하고 바람이 없거나 맞바람이 불 때에는 기관을 리용한다. 경우에 따라 기관과 돛을 함께 리용하여 배의 속도를 훨씬 높일수 있다.

기계돛배는 배에 돛을 더 다는것만큼 그것을 뭇는데 투자를 더해야 하지만 연유절약으로 오는 리득이 그보다 훨씬 크다.



문제

1. 다음 문장들의 정확성을 판단하고 리유를 밝혀라.
   ㄱ) 질량이 큰 물체일수록 운동에네르기가 더 크다.
   ㄴ) 속도가 큰 물체는 속도가 작은 물체보다 언제나 운동에네르기가 더 크다.
   ㄷ) 운동에네르기는 질량과 속도에 비례한다.
   ㄹ) 운동에네르기는 질량과 속도의 두제곱에 비례한다.
2. 질량이 10g인 총알이 총구를 벗어나는 순간의 속도가 860m/s이다. 총신강의 길이가 50cm라면 총알을 가속시키는 평균힘은 얼마인가?
3. 축구선수가 질량이 400g인 공을 수평면에 대하여 30°의 각으로 찼더니 수평거리 50m 가서 떨어졌다. 공을 찰 때 한 일은 얼마인가? 공기의 저항은 무시한다.
4. 질량이 10g인 총알이 700m/s의 속도로 목표물에 맞아 그것을 뚫고 속도가 300m/s로 되였다. 이 총알이 목표를 뚫으면서 한 일은 얼마인가?

제 3 절. 중력의 자리에네르기

중력이 하는 일

우리가 이미 학습한바와 같이 힘은 일을 한다.

중력은 어떤 일을 하는가.

높은 곳에 있는 물은 아래로 떨어지면서 수차를 돌리는 일을 하고 무거운 철덩이는 아래로 떨어지면서 말뚝을 박는 일을 한다.(그림 4-12, 그림 4-13)

또한 중력밀차는 도르래에 매단 추가 아래로 내려오면서 밀차를 이동시키는 일을 한다.(그림 4-14)



그림 4-12. 수력발전소



그림 4-13. 말뚝박기

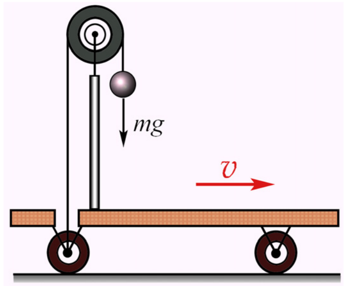


그림 4-14. 중력밀차

중력이 하는 일은 무엇에 관계되는가.

실험

○ 그림 4-15와 같이 서로 다른 높이에서 굴러내려온 구가 나무토막을 밀고나간 거리를 잰다. 높은 곳에서 굴러내린 구가 나무토막을 더 멀리 밀고나간다.

○ 같은 높이에서 질량이 서로 다른 구를 굴러내려 나무토막을 밀고나간 거리를 잰다. 질량이 클수록 나무토막이 밀려난 거리는 크다.

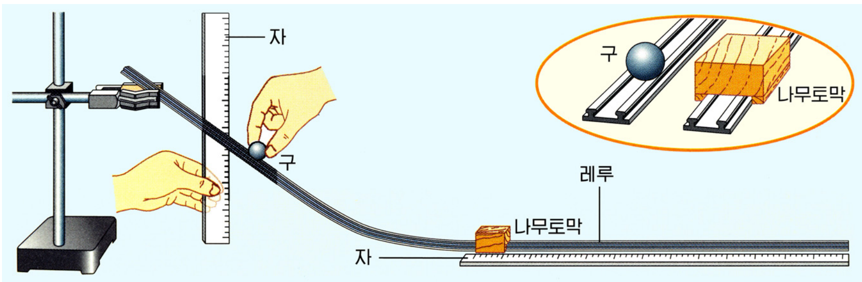


그림 4-15. 높은 곳에 있는 물체는 일을 할수 있다

실험을 통하여 무엇을 알수 있는가.

물체의 질량이 클수록, 물체의 높이가 높을수록 더 많은 일을 한다는것을 알수 있다.

중력이 하는 일의 크기는 얼마인가.

질량이 m인 물체가 중력을 받아 높이가 h_1인 점 1에서 높이가 h_2인 점 2까지 내려온다고 하자.(그림 4-16)

드림선을 따라 내려오는 경우. 물체에 작용하는 중력은 mg이므로 중력이 하는 일은 다음과 같다.

$$A = F \cdot S = mg(h_1 - h_2) \qquad (1)$$

경사길을 따라 내려오는 경우. 점 1에서 점 $2'$까지 내려오면 중력이 하는 일은 작용한 힘과 이동한 거리사이에 각을 이룰 때의 일의 크기공식에 의하여

$$A = FS\cos\alpha = mgS\cos\alpha = mg(h_1 - h_2) \qquad (2)$$

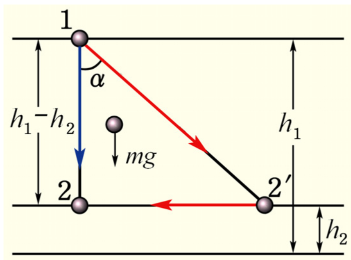


그림 4-16. 드림선과 경사길을 따라 내려올 때 중력이 하는 일

곡선길을 따라 내려오는 경우. 곡선을 매우 짧은 토막들로 나누어 고찰하자. 그러면 토막길들은 직선으로 볼수 있으므로 토막길의 끝점들의 높이차가 Δh 라면 물체가 한토막씩 내려올 때 중력이 하는 일은 $\Delta A = mg\,\Delta h$ 이다. (그림 4-17)

물체가 곡선길을 따라 점 1에서 점 2까지 이동할 때 중력이 하는 일은 매개 토막길에서 중력이 하는 일들의 합과 같다.

$$A = \Delta A_1 + \Delta A_2 + \cdots + \Delta A_n =$$
$$= mg\Delta h_1 + mg\Delta h_2 + \cdots + mg\Delta h_n = \qquad (3)$$
$$= mg(\Delta h_1 + \Delta h_2 + \cdots + \Delta h_n) = mg(h_1 - h_2)$$

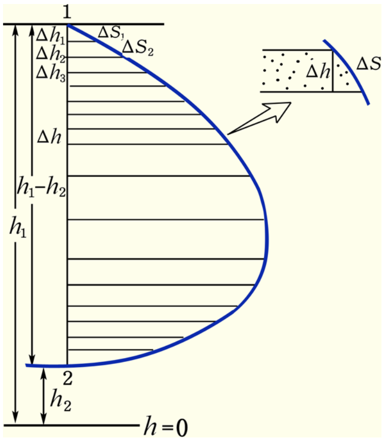


그림 4-17. 물체가 곡선길을 따라 내려올 때 중력이 하는 일

식 1과 식 2, 식 3으로부터 무엇을 알수 있는가.

중력이 하는 일은 물체가 지나간 자리길의 모양에는 관계없고 처음과 마지막자리에만 관계된다.

$$A = mg(h_1 - h_2) = mgh_1 - mgh_2$$

중력과 같이 힘이 하는 일이 물체가 지나간 자리길의 모양에는 관계없고 처음과 마지막자리에만 관계될 때 그 힘을 **보존힘**이라고 부른다. 보존힘의 실례로는 중력, 튐힘, 전기힘 등을 들수 있다.

중력의 자리에네르기

높은 곳에 있는 물체는 떨어지면서 일을 할수 있으므로 에네르기를 가진다.

중력을 받는 물체가 어떤 자리에 있는것으로 하여 가지는 에네르기를 **중력의 자리에네르기** 또는 **중력의 포텐샬에네르기**라고 부른다.

중력의 자리에네르기의 크기는 물체가 주어진 자리로부터 기준면까지 내려올 때 중력이 한 일과 같다.

중력의 자리에네르기를 U 라고 하면

$$U = mgh \qquad \text{중력의 자리에네르기}$$

중력의 자리에네르기는 그 물체에 작용하는 중력과 기준면으로부터의 높이를 곱한것과 같다.

중력의 자리에네르기의 단위도 역시 1J이다.

중력의 자리에네르기의 크기는 높이의 기준을 어디에 잡는가에 따라 값이 달라진다.

높이의 기준은 임의로 정할수 있는데 보통 땅면을 기준면으로 잡는다.

기준면보다 높은 곳에서는 중력의 자리에네르기가 정의 값($U > 0$)을 가지고 기준면보다 낮은 곳에서는 부의 값($U < 0$)을 가진다.

기준면을 어디에 잡아도 주어진 두 자리사이의 중력의 자리에네르기차는 달라지지 않는다.

수력발전소에서는 중력의 자리에네르기차를 리용하여 전기를 생산한다.

중력의 자리에네르기변화와 일사이의 관계

중력이 물체에 일을 하면 물체의 높이는 달라지며 따라서 중력의 자리에네르기도 변화된다.

❓ 중력의 자리에네르기와 일사이에는 어떤 관계가 있는가.

물체가 높이 h_1 인 점에서 중력만을 받아 h_2 인 점으로 내려올 때 중력이 하는 일은

$$A = mgh_1 - mgh_2 = U_1 - U_2$$

중력의 자리에네르기 변화량은 $\Delta U = U_2 - U_1$ 이므로

$$A = U_1 - U_2 = -(U_2 - U_1) = -\Delta U$$

이 식은 무엇을 의미하는가.

중력이 물체에 정(+)의 일을 하면 그만큼 중력의 자리에네르기는 감소하고 부(-)의 일을 하면 그만큼 중력의 자리에네르기가 증가한다.

즉 중력이 하는 일은 중력의 자리에네르기의 감소량과 같다.



그림 4-18. 력기

실례로 력기선수가 물체를 들어올릴 때 중력이 하는 일만큼 물체의 중력의 자리에네르기는 커진다.(그림 4-18)

참고 만유인력에 의한 자리에네르기

만유인력은 질량을 가진 물체들사이의 거리 r 에만 관계되는 보존힘이다. 그러므로 만유인력을 받고있는 물체도 중력이나 튐힘을 받고있는 물체와 마찬가지로 자리에네르기를 가진다.

지구겉면근방에서는 중력이 땅겉면으로부터의 높이에 따라 거의 변하지 않는다고 볼수 있으며 이때 높이 h 에서 자리에네르기 $U = mgh$ (기준점을 땅겉면에 잡은 경우)는 주어진 점에서 기준점까지 물체가 이동할 때 중력이 하는 일과 같다. 이와 마찬가지로 만유인력의 자리에네르기도 주어진 점에서 기준점까지 물체가 이동할 때 만유인력이 하는 일과 같다. 그런데 만유인력은 질량이 M 인 물체로부터 주어진 자리까지의 거리 r 의 두제곱에 거꿀비례하여 작아지며 무한히 먼 점에서는 령이다.

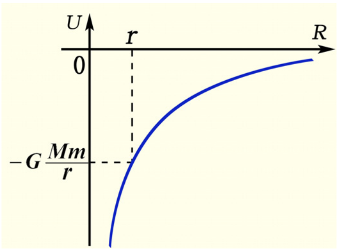


그림 4-19. 만유인력의 자리에네르기변화

이 무한원점을 흔히 자리에네르기의 기준점으로 한다.(그림 4-19)

그러면 주어진 물체로부터 r 의 거리에 있는 질량이 m 인 물체는 무한원점보다 가까이 있으므로 부의 자리에네르기를 가지며 그 값은 다음과 같다.

$$U = -G\frac{Mm}{r}$$

문 제

1. 다음 문장들의 정확성을 판단하고 리유를 밝혀라.
   ㄱ) 높은 곳에 있는 물체는 낮은 곳에 있는 물체보다 항상 더 많은 일을 한다.
   ㄴ) 중력의 자리에네르기는 부(-)의 값을 가질수 없다.
   ㄷ) 중력이 물체에 일을 하면 중력의 자리에네르기는 커진다.
   ㄹ) 질량이 큰 물체의 중력의 자리에네르기는 질량이 작은 물체의 중력의 자리에네르기보다 크다.
2. 질량이 10kg인 물체가 10m 높이에서 자유락하한다. 이 물체가 바닥에 닿는 순간의 운동에네르기를 구하여라. 10m 높이에서의 자리에네르기와 이 운동에네르기의 크기를 비교하여라.
3. 질량이 100kg인 철덩이가 5m 높이에서 떨어져 말뚝을 한번 때릴 때마다 말뚝이 5cm 들어간다면 철덩이가 말뚝을 때리는 평균힘은 얼마인가?
4. 권양기로 깊이가 45m인 수직갱속에 있는 질량이 1t인 물체를 땅면보다 12m 높은 산우에 끌어올린다. 권양기가 수행한 전체 일을 구하여라.

제 4 절. 튐성에네르기

튐힘의 자리에네르기

고무줄이나 용수철과 같은 튐성체에 힘을 주어 변형시키면 본래상태로 되돌아가려는 튐힘이 생긴다. 이 튐힘도 일을 할수 있다. 활줄을 당겼다놓으면 휘였던 활등이 펴지면서 화살을 내쏘며 장대는 휘였다펴지면서 선수를 높이 올려민다.(그림 4-20, 그림 4-21) 이처럼 변형된 튐성체는 본래상태로 돌아가면서 일을 할수 있으므로 에네르기를 가진다.

? 변형된 튐성체가 본래상태로 되돌아갈 때 튐힘이 하는 일의 크기는 얼마인가.



그림 4-20. 활줄을 당기면 활이 변한다

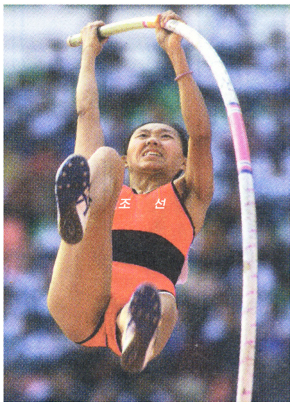


그림 4-21. 변형된 장대

퇻성결수가 k 인 용수철이 x 만큼 늘어났다가 본래상태($x=0$)로 돌아갈 때까지 퇻힘이 하는 일을 계산하자.(그림 4-22)

이때 용수철의 퇻힘은 $F=kx$ 로부터 점차적으로 줄어들어 $x=0$에서는 $F=0$이다. 그러므로 $F-x$ 그라프는 자리표원점을 지나는 그라프이며 수행한 전체 일은 그라프의 밑면적과 같다. 즉

$$A=\frac{1}{2}kx\cdot x=\frac{1}{2}kx^2$$

한편 x 만큼 줄어든 용수철이 본래상태로 되돌아갈 때까지 퇻힘이 하는 일을 계산하여도 같은 결과를 얻는다.

이로부터 x 만큼 변형된 용수철은 본래상태로 가면서 $kx^2/2$ 만 한 일을 할수 있으므로 $kx^2/2$ 만 한 에네르기를 가진다.

일반적으로 변형된 퇻성체는 변형의 크기에 의하여 결정되는 자리에네르기를 가지는데 이 에네르기를 **퇻성에네르기** 또는 **퇻힘의 자리에네르기**라고 부른다.

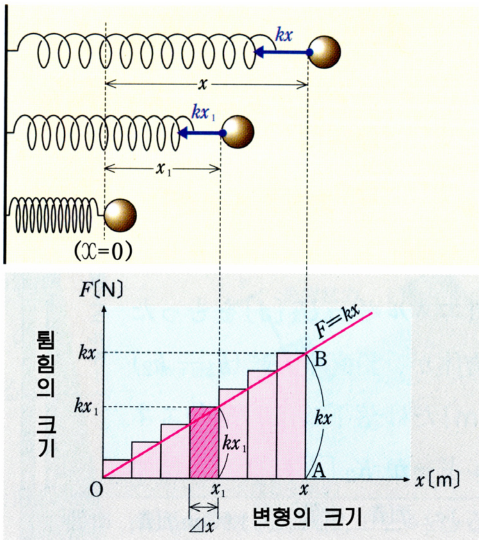


그림 4-22. 퇻힘이 하는 일

퇻성에네르기를 U 라고 하면

$$U=\frac{1}{2}kx^2 \qquad \text{퇻성에네르기}$$

퇻성에네르기는 퇻성결수 k에 변형의 크기 x의 두제곱을 곱한 값의 절반과 같다.

퇻성에네르기는 변형의 크기의 두제곱에 비례한다.

퇻성에네르기의 기준은 임의로 잡을수 있는데 보통 퇻성체가 변형되지 않은 상태($x=0$)를 퇻성에네르기의 기준($U=0$)으로 정한다.

퇻성에네르기의 단위는 1J이다.

퇻힘이 하는 일과 퇻성에네르기의 변화

퇻힘이 일을 하면 퇻성에네르기는 얼마나 변하는가.

그림 4-23과 같이 용수철이 x_1 로부터 x_2 로 변형될 때 퇻힘이 하는 일을 구해보자. 이때 평균퇻힘은 $\overline{F}_{퇻}=\frac{1}{2}k(x_1+x_2)$ 이고 물체를 옮긴 거리는 x_1-x_2 이므로

$$A=\overline{F}_{퇻}\cdot S=\frac{1}{2}k(x_1+x_2)(x_1-x_2)=\frac{1}{2}kx_1^2-\frac{1}{2}kx_2^2$$

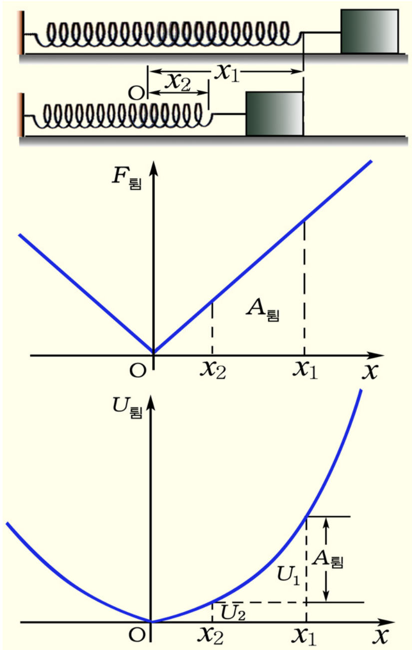


그림 4-23. 퇻힘이 한 일과 퇻성에네르기변화

이 식을 통하여 무엇을 알수 있는가.

튐힘이 하는 일은 용수철의 길이가 변하는 과정에는 관계없고 처음과 마지막자리에만 관계된다는것을 알수 있다. 이로부터 튐힘도 보존힘이다.

웃식에서 $U_1 = \frac{1}{2}kx_1^2$ 와 $U_2 = \frac{1}{2}kx_2^2$ 은 처음상태와 마지막상태에서 용수철의 튐성에네르기이다.

$$A = U_1 - U_2 = -(U_2 - U_1) = -\Delta U$$

튐힘이 정(+)의 일을 하면 그만큼 튐성에네르기는 줄어들고 튐힘이 부(-)의 일을 하면 그만큼 튐성에네르기는 늘어난다.

외부힘을 주어 용수철을 본래길이보다 줄이거나 늘굴 때 튐힘은 부의 일을 한다. 그러므로 용수철의 튐힘의 자리에네르기가 그만큼 증가한다. 외부힘이 정의 일을 하면 튐성에네르기는 증가하고 부의 일을 하면 튐성에네르기는 감소한다.

[례제] 한 학생이 10kg짜리 추를 매달 때 2cm 늘어나는 측력계를 힘껏 당겨 자기의 힘을 재여보니 500N이였다. 이 학생이 한 일은 얼마인가?

풀이. 주어진것: m=10kg, F=500N

x_0=2cm=0.02m

구하는것: A?

$F = kx$ 로부터 $k = \frac{mg}{x_0}$ 이다.

$$A = \Delta U = \frac{1}{2}kx^2 - 0 = \frac{x_0 F^2}{2mg} = \frac{0.02 \times 500^2}{2 \times 10 \times 9.8} \approx 25.5(\text{J})$$

답. 약 25.5J

문 제

1. 다음 문장들의 정확성을 판단하고 리유를 밝혀라.
   ㄱ) 튐성에네르기는 변형의 크기에 비례한다.
   ㄴ) 용수철을 직렬로 이으면 튐성결수는 더 커진다.
   ㄷ) 용수철을 병렬로 이으면 튐성결수는 더 작아진다.
   ㄹ) 고무줄의 튐성결수는 길이가 길수록 작아진다.
   ㅁ) 튐힘이 일을 하면 튐성에네르기는 그만큼 커진다.
2. 튐성결수가 k 인 꼭같은 용수철 2개를 그림 4-24와 같이 련결하고 x 만큼 늘굴 때 튐성에네르기는 얼마인가?
3. 용수철을 50N의 힘으로 눌러 5cm 줄였다가 놓아주었더니 본래길이보다 3cm 더 길게 늘어났다. 튐힘이 한 일은 얼마인가?

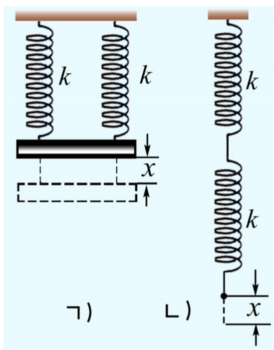


그림 4-24

제 5 절. 력학적에네르기 전환 및 보존법칙

력학적에네르기

물에 뛰여들기선수가 튐성판에 나와 서있을 때에는 자리에네르기만 가지지만 뛰여내릴 때에는 운동에네르기도 가지고 자리에네르기도 가진다.

또한 땅우의 도로로 달리는 자동차는 운동에네르기만 가지지만 하늘높이 날아가는 비행기는 운동에네르기와 자리에네르기를 함께 가진다.

이처럼 물체는 자리에네르기만 가지거나 운동에네르기만 가질수도 있으며 자리에네르기와 운동에네르기를 함께 가질수도 있다.

물체가 가지고있는 운동에네르기와 자리에네르기를 **력학적에네르기**라고 부르며 력학적에네르기는 운동에네르기와 자리에네르기의 합으로 잰다.

력학적에네르기 전환 및 보존법칙

유희장의 높은 곳에 올라간 제트코스타는 낮은 곳에 내려왔다가 다시 높은 곳으로 올라가기도 하고 원자리길을 따라 돌기도 한다.(그림 4-25)



그림 4-25. 제트코스타

그러면 제트코스타의 운동을 자세히 살펴보자. 높은 곳에서 출발한 제트코스타의 속도는 아래로 내려오면서 점점 빨라져 제일 낮은 자리에서 최대로 되며 다시 올라갈 때에는 속도가 줄어든다. 한편 용수철에 물체를 매고 일정한 길이만큼 늘구었다가 놓아주면 튐힘에 의하여 평형자리로 돌아가면서 물체의 속도는 점점 빨라지다가 평형자리에서 최대가 되며 평형자리를 벗어나면 속도는 점점 줄어든다.

이것은 운동에네르기와 자리에네르기가 서로 전환된다는것을 보여준다.

❓ 운동하는 물체의 운동에네르기와 자리에네르기가 서로 전환될 때 전체 력학적에네르기는 어떻게 되겠는가.

질량이 m 인 물체가 중력만 받으면서 점 1(높이 h_1)로부터 점 2(높이 h_2)로 어떤 자리길을 따라 옮겨간다고 하자.(그림 4-26)

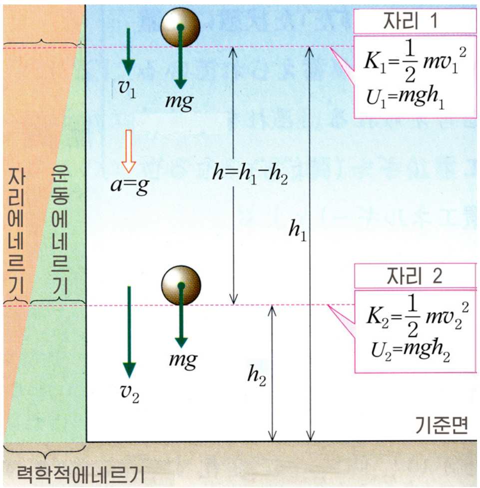


그림 4-26. 중력을 받는 물체의 력학적에네르기변화

중력의 작용밑에 물체가 옮겨가므로 중력이 물체에 일을 하면 그만큼 물체의 자리에네르기는 작아진다. 점 1과 점 2에서 중력의 자리에네르기를 각각 U_1, U_2 이라고 하면 중력이 하는 일은 자리에네르기 감소량과 같으므로 다

음과 같다.

$$A = U_1 - U_2 \qquad (1)$$

한편 힘이 물체에 일을 하면 그 물체의 운동에네르기는 그만큼 커진다. 점 1과 2에서 물체의 운동에네르기를 각각 K_1, K_2로 표시하면

$$A = K_2 - K_1 \qquad (2)$$

식 1과 2로부터 왼변은 중력이 하는 일이므로

$$U_1 - U_2 = K_2 - K_1$$
$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \qquad (3)$$

식 3으로부터 무엇을 알수 있는가.

중력만 받는 물체의 력학적에네르기는 언제나 일정하다. 즉 물체가 중력만을 받으면서 내려올 때에는 자리에네르기가 작아지고 그만큼 운동에네르기가 커지며 물체가 올라갈 때에는 운동에네르기 K가 작아지고 그만큼 자리에네르기 U가 커진다는것을 알수 있다. 중력뿐아니라 튐힘을 받는 물체인 경우에도 마찬가지이다.

$E = K + U$ =일정 **력학적에네르기보존법칙**

중력만 받을 때 $E = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$ =일정

튐힘만 받을 때 $E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2$ =일정

보존힘만 받는 물체의 력학적에네르기는 운동에네르기가 자리에네르기로, 자리에네르기가 운동에네르기로 서로 전환될수 있으나 그 합은 언제나 일정하다. 이것을 **력학적에네르기 전환 및 보존법칙**이라고 부른다.

실례로 질점흔들이(그림 4-27)와 용수철흔들이(그림 4-28)에서 매 순간 운동에네르기와 자리에네르기는 변하지만 그 합은 언제나 일정하다.

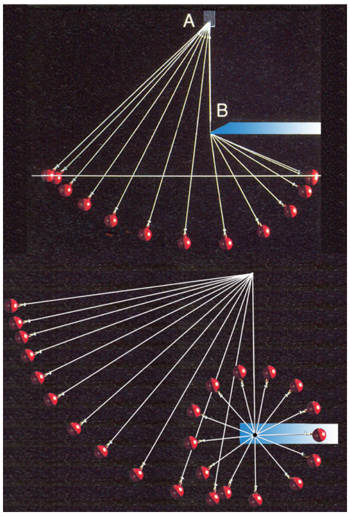


그림 4-27. 흔들이에서 력학적에네르기의 보존

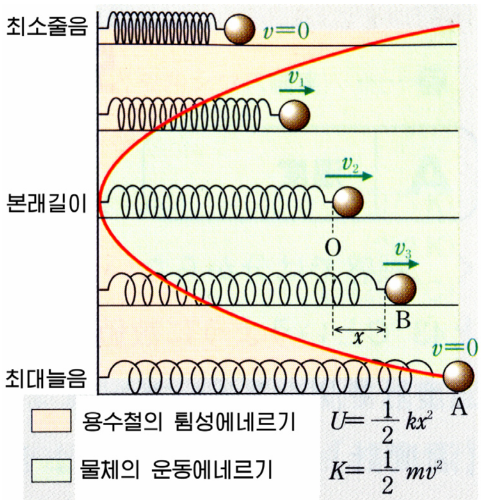


그림 4-28. 용수철흔들이에서 력학적에네르기의 보존

력학적에네르기전달

우리는 하나의 물체가 보존힘만 받는 경우에 력학적 에네르기가 보존된다는것을 알았다.

❓ 여러 물체들이 서로 작용할 때에도 력학적에네르기가 보존되겠는가.

그림 4-29와 같이 질량이 각각 m_1, $m_2(m_1>m_2)$인 추를 줄의 두끝에 매달고 줄을 가벼운 도르래에 걸쳐놓는다.

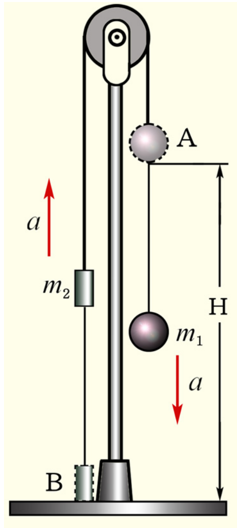


그림 4-29. 두 물체는 력학적 에네르기를 주고받는다

추 B를 맨 아래자리($h=0$)까지 내렸다가 가만히 놓아주면 추 B는 올라가고 추 A는 내려가면서 가속된다. 추 A의 처음높이는 H이다. 이때 줄의 질량과 도르래에서의 마찰을 무시하면 추들이 가속도 a로 h만큼 운동하였을 때의 속도 v는 다음과 같다.

운동방정식을 세우면

$$\left.\begin{aligned} m_1a &= m_1g - T \\ m_2a &= T - m_2g \end{aligned}\right\}$$

여기서 가속도와 속도를 각각 구하면

$$a=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}g\,,\qquad v=\sqrt{2ah}=\sqrt{\frac{2(m_1-m_2)}{m_1+m_2}gh}$$

이 식들을 써서 처음($h=0$)과 마지막(추 A가 바닥에 닿을 때 $h=H$)자리에서 두 추의 력학적에네르기들을 계산하면 다음과 같다.

추	질량	에네르기	처음상태	마지막상태
A	m_1	자리에네르기	m_1gH	0
		운동에네르기	0	$\frac{m_1(m_1-m_2)}{m_1+m_2}gH$
B	m_2	자리에네르기	0	m_2gH
		운동에네르기	0	$\frac{m_2(m_1-m_2)}{m_1+m_2}gH$
력학적에네르기 합			m_1gH	m_1gH

❓ 계산결과를 통하여 무엇을 알수 있는가.

그것은 호상작용하는 물체들사이에 력학적에네르기가 서로 넘어가며 이 과정에 전체 력학적에네르기는 변하지 않는다는것을 알수 있다.

<u>물체들이 보존힘만 받으면서 호상작용하면 물체들전체의 력학적에네르기는 보존된다.</u>

력학적에네르기보존법칙은 보존힘만 작용하는 경우에 성립한다.

[례제] 경사각이 $\alpha=30°$인 경사면우에 있는 밀차 B(질량 $m_2=1.5$kg)와 드림선을 따라 운동하는 추 A(질량 $m_1=1$kg)가 도르래에 걸쳐있는 끈으로 련결되여있다.

h=1.7m 높이에서 떠난 추 A가 바닥에 닿는 순간의 속도를 구하여라. 끈과 도르래의 질량과 마찰은 무시하여라.(그림 4-30)

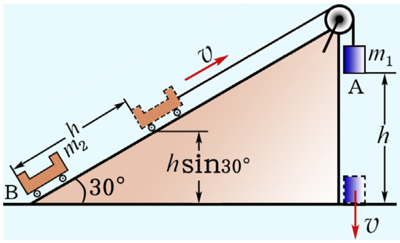


그림 4-30

풀이. 주어진것: m_1=1kg, m_2=1.5kg

α=30°, h=1.7m

구하는것: v?

력학적에네르기보존법칙에 의하여

$$m_1gh = m_2gh\sin\alpha + \frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2$$

$$v = \sqrt{2gh\frac{(m_1 - m_2\sin\alpha)}{m_1+m_2}} = \sqrt{2\times9.8\times1.7\times\frac{(1-1.5\times\sin30°)}{1+1.5}} \approx 1.83\,(\mathrm{m/s})$$

답. 약 1.83m/s

문제

1. 높이뛰기경기를 할 때 왜 달리다가 뛰여오르는가?(그림 4-31)
2. 우의 례제를 운동법칙을 써서 풀고 보존법칙을 리용하여 풀 때와 비교하여라.
3. 질량이 m인 물체를 처음속도 v_0으로 드림선우로 올려 던졌다. 공기저항이 없다면 이 물체의 력학적에네르기는 언제나 $\frac{1}{2}mv_0^2$과 같다는것을 증명하여라.



그림 4-31

제 6 절. 력학적에네르기의 변화

외부힘이 하는 일과 력학적에네르기 변화

보존힘만 작용할 때 한 물체 또는 여러 물체들의 전체 력학적에네르기가 보존된다.

? 보존힘이 아닌 외부힘이 작용할 때 물체의 력학적에네르기는 어떻게 변하는가.

질량이 m인 물체에 중력외에 일정한 외부힘 F가 우로 작용하여 물체를 끌어올린다고 하자.(그림 4-32)

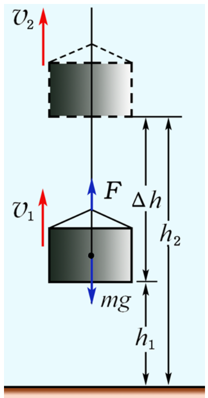


그림 4-32. 외부힘이 한 일만큼 물체의 력학적에네르기는 커진다

물체의 처음속도와 높이를 v_1, h_1, 마지막속도와 높이를 v_2, h_2로 표시하자. 물체에 작용하는 힘은 외부힘 F와 중력 mg이며 합친 힘의 크기는 $F-mg$이다. $F>mg$이면 물체에 작용하는 합친 힘은 우로 향하며 이 합친 힘이 한 일만큼 물체의 운동에네르기가 커진다. 즉

$$(F-mg)(h_2-h_1)=K_2-K_1=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$$

이 식을 정리하면

$$F(h_2-h_1)=\left(\frac{1}{2}mv_2^2+mgh_2\right)-\left(\frac{1}{2}mv_1^2+mgh_1\right)$$

이 식의 왼변은 $A=F(h_2-h_1)$ 로서 외부힘 F 가 한 일이고 오른변은 물체의 력학적에네르기변화 E_2-E_1 이다.

보존힘이 아닌 외부힘이 물체에 일을 하면 그만큼 물체의 력학적에네르기는 변한다.

$$A=E_2-E_1$$

즉 보존힘이 아닌 외부힘이 정(+)의 일을 하면 물체의 력학적에네르기는 그만큼 커지고 부(-)의 일을 하면 물체의 력학적에네르기는 그만큼 작아진다.

마찰을 받을 때 력학적에네르기 감소

높은 곳에서 떨어지는 물방울은 처음에는 속도가 커지지만 얼마쯤 내려온 다음부터는 공기의 마찰에 의하여 속도가 커지지 않고 등속으로 내려온다. 이런 현상은 락하산을 타고 내려오는 경우에도 볼수 있다. 등속도로 내려오는 구간을 고찰해보면 물체의 속도는 일정하므로 운동에네르기는 변하지 않지만 자리에네르기는 높이가 점점 낮아지므로 작아진다. 따라서 력학적에네르기 즉 운동에네르기와 자리에네르기의 합은 점점 작아지게 된다.

? 그러면 력학적에네르기는 왜 감소하였으며 감소된 력학적에네르기는 어디로 갔는가.

물체는 아래로 내려오면서 공기의 마찰을 받는다. 마찰력은 물체의 운동방향과 반대이므로 이때 마찰력이 하는 일은 부(-)의 값을 가지며 력학적에네르기변화와 같다. 즉

$$A=E_2-E_1$$

마찰력을 받으면서 운동하는 물체의 력학적에네르기의 크기는 마찰력이 한 일만큼 작아진다.

이때 줄어든 력학적에네르기는 열에네르기로 넘어간다.

마찰력이 하는 일은 물체가 이동하는 자리길에 따라 다르다. 그러므로 마찰력은 보존힘이 아니다.

[례제] 질량이 M =10kg인 모래주머니를 매단 흔들이의 길이가 ℓ =84cm이다. 질량이 m =10g 인 총알이 v_0 =500m/s 의 속도로 모래주머니속에 박히면 흔들이는 α =10° 만큼 기울어진다. 총알이 모래를 뚫을 때 한 일을 구하여라. (그림 4-33)

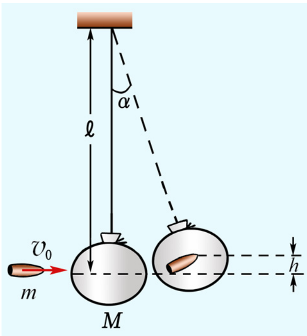


그림 4-33

풀이. 주어진것: M =10kg, ℓ =84cm
m =10g, v_0 =500 m/s
α =10°

구하는것: A?

모래주머니가 총알에 맞기 전 총알과 모래주머니의 력학적에네르기의 합은

$$E_1 = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{0.01 \times 500^2}{2} = 1\,250\ (\mathrm{J})$$

총알이 박힌 모래주머니가 뒤로 물러나 멎었을 때 력학적에네르기의 합은

$$E_2 = (m+M)gh = (m+M)g\ell(1-\cos\alpha) =$$
$$= (0.01+10) \times 9.8 \times 0.84 \times (1-\cos 10°) \approx 0.989\,(\mathrm{J})$$

력학적에네르기가 작아진것은 총알이 모래를 뚫고 들어가는데 한 일이 열로 넘어갔기때문이다. 총알이 한 일은

$$A = E_1 - E_2 = 1\,250 - 0.989 \approx 1\,249\,(\mathrm{J})$$

답. 약 1 249J

문 제

1. 다음 문장들의 정확성을 판단하고 리유를 밝혀라.

   ㄱ) 마찰력이 일을 하면 그만큼 물체의 력학적에네르기는 커진다.

   ㄴ) 중력이 일을 하면 물체의 력학적에네르기는 그만큼 커진다.

   ㄷ) 력학적에네르기는 언제나 운동에네르기보다 크다.

   ㄹ) 물체의 력학적에네르기는 늘 보존된다.

2. 물체가 50cm 높이에서 길이가 1.2m인 경사면을 따라 미끄러져내려와서 수평운동을 한다. 경사면과 수평면에서 마찰결수가 0.2라면 물체는 수평길을 얼마나 가서 멎겠는가?

3. 경사각이 30°인 경사면을 따라 질량이 0.2kg인 물체를 5N의 힘으로 1m 끌어올렸다. 마찰결수가 0.2일 때 다음것을 구하여라.

   ㄱ) 이 힘이 한 일은 얼마인가?

   ㄴ) 마찰력과 중력이 하는 일은 각각 얼마인가?

   ㄷ) 물체가 얻은 운동에네르기 및 속도는 얼마인가?

   ㄹ) 외부힘이 물체를 1m 끌어올린 순간부터 작용하지 않는다면 물체는 얼마나 더 올라가는가?

제 7 절. 운동량과 힘덩이

운동량

운동하고있는 물체를 멈추려고 할 때에는 물체의 질량이 클수록 또는 속도가 클수록 큰 힘을 오래동안 주어야 한다. 또한 물체가 충돌하는 경우 물체의 질량이 클수록, 속도가 클수록 서로 주고받는 힘도 크다. 이와 같은 문제를 고찰할 때에는 물체의 질량과 속도를 다같이 고려하여야 한다.

때문에 물체의 운동을 연구할 때에는 보통 질량 m과 속도 $\vec{v}$를 곱한 물리적량을 많이 리용한다.

물체의 질량과 속도를 곱한 벡토르량을 **운동량**이라고 부른다. 운동량을 $\vec{P}$로 표시하면

$$\vec{P} = m\vec{v} \qquad \textbf{운동량}$$

운동량은 크기와 방향을 가지는 벡토르량이다. 크기는 $P = mv$이고 방향은 속도의 방향과 같다.

운동량의 단위는 1kg·m/s이다. 1kg·m/s는 질량이 1kg인 물체가 1m/s의 속도를 가질 때의 운동량의 크기이다.

힘덩이

뉴톤의 제2법칙에 의하면 물체에 힘이 작용하면 운동상태가 변한다. 즉 물체의 속도의 크기와 방향이 변한다.

그러면 운동상태의 변화가 힘에만 관계되는가.

실험

○ 수평면우에 철구를 놓고 철구 가까이로 자석을 빨리 혹은 천천히 움직여본다. 자석을 빨리 움직일 때에는 철구가 움직이지 않지만 천천히 움직이면 철구가 자석을 따라 굴러가기 시작한다.

○ 다음 자석을 고정시켜놓고 철구를 자석 가까이로 빨리 혹은 천천히 등속직선운동을 시킨다. 철구가 빠른 속도로 자석 가까이를 지나갈 때에는 철구의 운동자리길이 크게 변화되지 않지만 철구가 자석 가까이로 천천히 지나갈 때에는 운동자리길이 심히 구부러진다.(그림 4-34의 ㄱ)

○ 종이장우에 고뿌를 놓고 종이를 천천히 또는 매우 빨리 당겨본다. 종이장을 천천히 당기면 고뿌가 종이장우에서 끌려오지만 종이장을 매우 빨리 당기면 고뿌는 여전히 그 자리에 있다.(그림 4-34의 ㄴ)

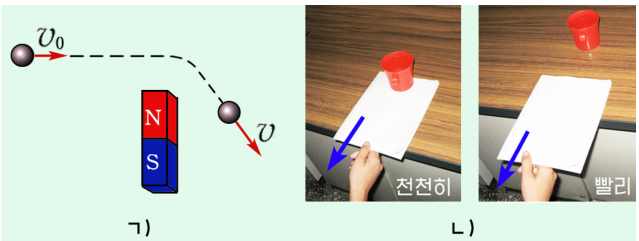


그림 4-34

실험을 통하여 무엇을 알수 있는가.

물체에 작용한 힘이 같아도 그 작용시간이 다르면 결과가 다르다는것을 알수 있다.

실험에서 물체에 작용한 자석의 힘도 같고 고뿌에 작용하는 마찰력도 같았지만 힘작용시간을 짧게 혹은 길게 하는데 따라 힘의 작용결과가 달라졌다.

그러므로 힘의 작용결과를 따질 때에는 힘뿐아니라 힘을 준 시간도 고려하여야 한다.

힘 $\vec{F}$ 와 그것이 작용한 시간 Δt 를 곱한것을 **힘덩이**라고 부른다.

$\vec{F}\cdot\Delta t$ **힘덩이**

힘이 벡토르량이므로 힘덩이도 벡토르량이다. 힘덩이의 크기는 $F\cdot\Delta t$ 와 같고 방향은 힘의 방향이다.

힘덩이의 단위는 1N·s이다. 1N·s는 1N의 힘이 1s동안 작용할 때 힘덩이의 크기이다.

운동량변화와 힘덩이사이의 관계

이제 마찰이 없는 수평면우에서 질량이 m 이고 속도가 v_0 인 물체에 운동방향으로 일정한 힘 F 가 Δt 시간동안 작용한 결과 속도가 v 로 되였다고 하자.(그림 4-35)

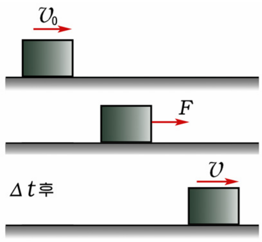


그림 4-35. 힘을 주어 운동량을 변화시킨다

이때 작용한 힘 F 가 클수록, Δt 가 클수록 물체가 얻는 속도는 크다.

Δt 시간동안에 생긴 물체의 가속도를 a 라고 하면

$$\vec{a}=\frac{\vec{v}-\vec{v}_0}{\Delta t}$$

한편 뉴톤의 제2법칙에 의하여 가속도는 $\vec{a}=\vec{F}/m$ 이므로 다음식이 얻어진다.

$$m\vec{v}-m\vec{v}_0=\vec{F}\ \Delta\ t$$

여기서 $\vec{P}=m\vec{v}$ 임을 고려하면

$$\vec{P}-\vec{P}_0=\vec{F}\cdot\Delta t \qquad (1)$$

$$\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}=\vec{F} \qquad (2)$$

운동량변화와 힘덩이사이관계

이 식들을 통하여 무엇을 알수 있는가.

마지막상태의 운동량 $\vec{P}$ 에서 처음상태의 운동량 $\vec{P}_0$ 을 던 벡토르량은 힘덩이와 같다.

운동량의 변화는 힘덩이와 같다. 단위시간동안에 생긴 운동량의 변화량은 작용한 힘과 같다.

식 2는 뉴톤의 제2법칙의 다른 표현형식이라고 볼수 있다.

같은 힘덩이를 주는 경우에는 약한 힘을 오래동안 주어도 되고 큰 힘을 짧은 시간동안 주어도 된다. 다만 힘과 그것이 작용한 시간과의 적이 같으면 운동량의 변화도 같다.

운동량과 힘덩이는 다같이 벡토르량이므로 식 1에서 알수 있는바와 같이 운동량변화의 방향은 힘덩이의 방향과 같다.(그림 4-36)

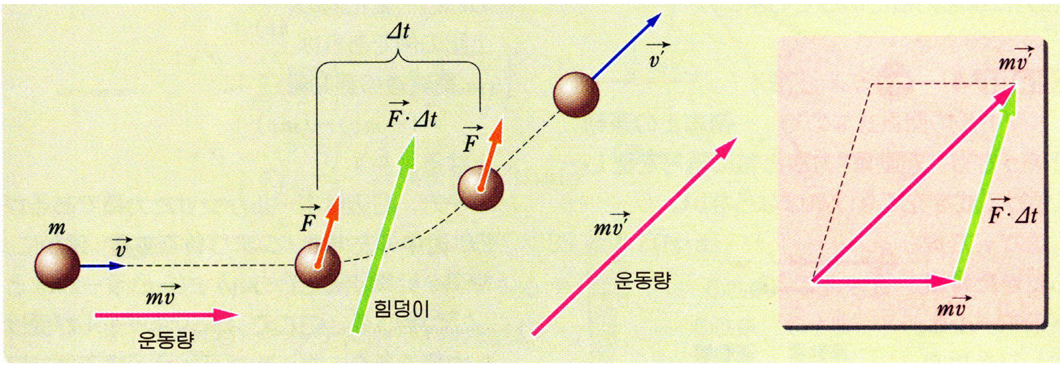


그림 4-36. 운동량변화의 방향은 힘덩이의 방향과 같다

물체의 운동방향과 다른 방향으로 힘덩이가 작용하면 운동방향도 변한다. 그림 4-36에서 알수 있는바와 같이 $m\vec{v}$, $m\vec{v}'$, $\vec{F}\Delta t$는 벡토르3각형을 이룬다. 따라서 힘덩이 혹은 운동량가운데서 어느 하나를 모를 때에는 벡토르합성 및 분해를 리용하여 이것을 구할수 있다.

충격현상과 완충현상

유리그릇을 일정한 높이에서 콩크리트바닥에 떨구면 깨지지만 같은 높이에서 솜우에 떨구면 깨지지 않는다.

그 리유는 무엇인가.

식 2에서 알수 있는바와 같이 물체에 작용하는 힘은 운동량변화뿐아니라 운동량이 변화되는 시간에도 관계된다. 유리그릇은 두 경우 다 같은 높이에서 떨어지므로 솜이나 콩크리트바닥에 닿는 순간의 속도는 같으며 마지막속도도 0으로서 같다.

즉 운동량의 변화는 같다. 그러나 운동량변화가 일어난 시간이 다르다. 콩크리트바닥과 호상작용하여 운동량변화가 일어난 시간은 매우 짧으므로 이때 주고받는 힘은 대단히 크다. 따라서 유리그릇에 순간적으로 큰 힘이 전달되여 그릇은 깨진다. 반대로 솜우에서는 운동량변화가 일어난 시간이 콩크리트바닥에 비하여 크므로 이때 작용한 힘은 작아서 유리그릇을 깰 정도의 힘으로는 되지 않는다.

물체들이 충돌할 때 순간적으로 큰 힘이 전달되는 현상을 **충격현상**이라고 부르며 작용시간을 길게 하여 보다 작은 힘이 전달되는 현상을 **완충현상**이라고 부른다.

그리고 이때에 작용한 힘을 각각 **충격힘**, **완충힘**이라고 부른다.

조선민족의 슬기로운 기상을 떨치는 우리 태권도선수들의 순간타격힘이 그처럼 센것은 충격힘을 잘 리용하기때문이다. 배구나 탁구경기를 하면서 강타를 넣는것도 마찬가지이다. 마치로 못을 때려 박을 때와 공기함마로 금속제품을 단조할 때에도 충격힘을 리용한다.

그러나 충격힘이 해로운 경우도 있다. 이때에는 완충힘을 리용하여야 한다.

자동차나 기차, 모터찌클의 바퀴부분에 용수를 설치하거나 운전수들의 안전띠, 완충용공기주머니는 완충을 리용하기 위한것이다.(그림 4-37, 그림 4-38, 그림 4-39)



그림 4-37. 자동차의 완충장치

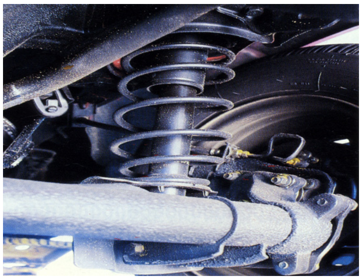


그림 4-38. 모터찌클의 완충장치



그림 4-39. 완충용공기주머니

도자기나 유리제품을 포장할 때 사이사이에 종이를 끼우는것이나 떨어지는 공이나 물건 등을 손으로 받을 때 손을 아래로 내리우면서 받아잡는것도 역시 손과 물건이 부딪치는 시간을 길게 하여 충격힘을 작게 하기 위한것이다.

[례제] 그림 4-40과 같이 마찰이 없는 수직으로 구부러진 벽을 따라 질량이 m 인 구가 일정한 속도 v로 운동할 때 구가 받는 힘덩이의 크기는 얼마인가?

풀이. 운동량변화와 힘덩이사이관계로부터

$$m\vec{v}-m\vec{v}_0=\vec{F}\cdot\Delta t \text{ (그림 4-41)}$$

즉 $(F\Delta t)^2=(mv_0)^2+(mv)^2$

$v_0=v$ 이므로

$$F\Delta t=\sqrt{2(mv)^2}=\sqrt{2}mv$$

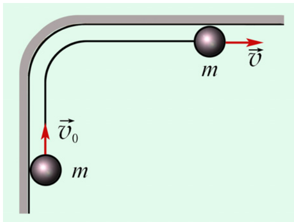


그림 4-40

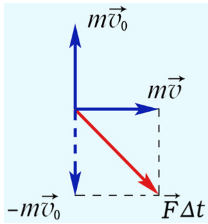


그림 4-41

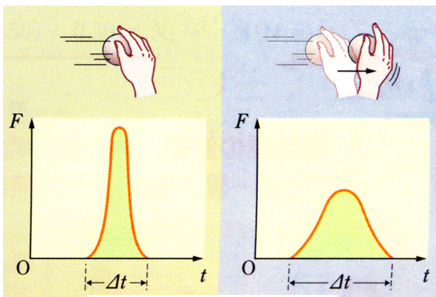
답. $\sqrt{2}mv$

참고 $F-t$ 그라프와 힘덩이

물체에 작용한 힘과 시간사이의 그라프를 리용하여 힘덩이를 계산할수 있다.

그림 4-42에서 그라프밑의 면적은 힘덩이의 크기를 나타낸다. 날아오는 공을 손으로 받을 때 운동량의 변화는 같으므로 힘덩이도 같다.

그림에서 알수 있는바와 같이 Δt 가 작을 때에는 공이 손에 주는 힘이 크지만 Δt 가 클 때에는 주는 힘이 작아진다. 그러나 그림 ㄱ와 ㄴ의 그라프밑의 면적은 같다.



ㄱ) ㄴ)

그림 4-42. $F-t$ 그라프

문제

1. 다음 문장의 정확성을 판단하고 리유를 밝혀라.

ㄱ) 운동량의 방향은 힘의 방향과 같다.

ㄴ) 운동량의 단위시간당 변화량은 힘덩이와 같다.

ㄷ) 운동량의 단위와 힘덩이의 단위는 본질상 같다.

ㄹ) 운동하고있는 물체에 힘덩이가 작용하면 반드시 물체의 운동방향이 변한다.

2. 질량이 같은 두 물체가 처음속도가 같게 운동한다. 운동방향으로 같은 크기의 힘덩이가 한 물체에는 먼저, 다른 물체에는 후에 작용했다. 어느것이 더 멀리 가겠는가?

3. 높이가 h인 곳에서 질량이 m인 구를 떨구었다. 구가 력학적에네르기의 손실이 없이 N번 튀여올랐다면 바닥이 받는 힘덩이와 평균힘은 얼마인가?

4. 단조직장에서 공기함마가 2m 높이에서 떨어지면서 모루에 놓여있는 달군 쇠덩어리를 0.2s동안에 때린다. 공기함마의 질량이 2t이라면 함마가 쇠덩어리에 주는 힘은 얼마인가? 함마의 충돌은 완전비탄성충돌이다.

제 8 절. 운동량보존법칙

운동량보존법칙

일정한 속도로 운동하던 두 물체가 서로 충돌할 때 운동량은 어떻게 변하는가.

이제 질량이 m_1이고 속도가 $\vec{v}_1$인 물체 A와 질량이 m_2이고 속도가 $\vec{v}_2$인 물체 B가 충돌하는 경우를 보자.(그림 4-43)

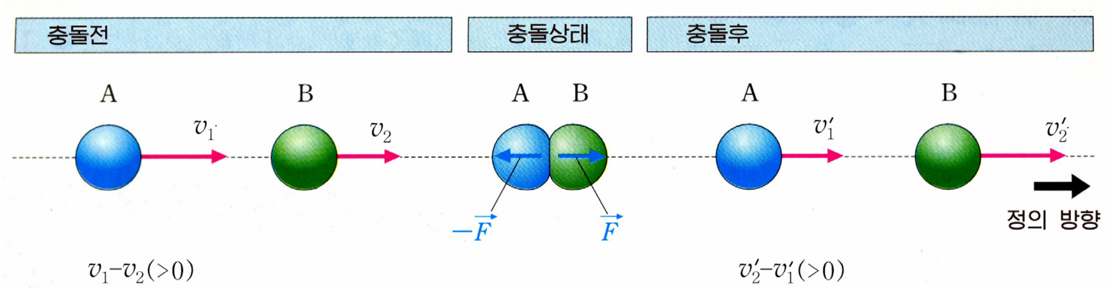


그림 4-43. 충돌전과 충돌후의 운동량이 보존된다

뉴톤의 제3법칙에 의하여 두 물체가 충돌할 때 주고받는 힘은 크기는 같고 방향은 반대이며 작용시간도 같다. 즉 주고받는 힘덩이는 크기는 같고 방향이 반대이다.

한편 물체들은 충돌전과 충돌후에도 계속 중력을 받는데 이 힘은 물체들의 충돌에 영향을 줄수 있다.

만일 물체들의 모임이 밖으로부터 아무런 작용도 받지 않는다고 볼수 있을 때 이 모임을 **닫긴계**라고 부른다.(그림 4-44)

그림 4-44에서 중력은 외부힘이지만 물체들의 충돌에 영향을 주지 않으므로 이 물체들의 모임은 닫긴계로 볼수 있다.

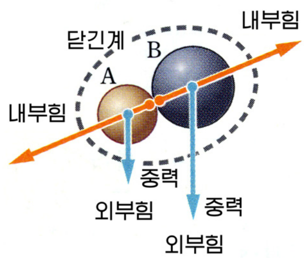


그림 4-44. 닫긴계

물체가 힘덩이를 받으면 운동량이 변한다.

충돌후 두 물체 A, B의 속도를 각각 $\vec{v}_1'$, $\vec{v}_2'$라고 하자. 운동량변화와 힘덩이사이관계로부터

$$\left.\begin{aligned} m_1\vec{v}_1' - m_1\vec{v}_1 &= -\vec{F}\cdot\Delta t \\ m_2\vec{v}_2' - m_2\vec{v}_2 &= \vec{F}\cdot\Delta t \end{aligned}\right\}$$

두 식에서 오른변이 같으므로

$$m_1\vec{v}_1' - m_1\vec{v}_1 = -(m_2\vec{v}_2' - m_2\vec{v}_2)$$

정리하면

$$m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2' = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$$
$$\vec{P}_1' + \vec{P}_2' = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$$

운동량보존법칙

이 식은 무엇을 의미하는가.

식의 오른변은 충돌전 두 물체의 운동량의 합이고 왼변은 충돌후 두 물체의 운동량의 합으로서 물체들이 호상작용하기 전과 후의 두 물체의 운동량의 합이 일정하다는것을 보여준다.

즉 닫긴계에서 힘을 주고받는 물체들의 운동량의 총합은 언제나 일정하다. 이것을 **운동량보존법칙**이라고 부른다.

운동량보존의 법칙은 두 물체뿐아니라 그 이상의 물체들사이에 호상작용할 때에도 그대로 성립한다.

운동량보존법칙의 적용

운동량보존법칙은 닫긴계에서 성립하므로 이 법칙을 리용하자면 우선 물체들에 작용하는 힘을 찾고 그 힘들이 내부힘인가, 외부힘인가를 따져야 한다.

물체들이 호상작용할 때 외부힘이 작용하면 일반적으로 물체계의 운동량은 보존되지 않는다. 그러나 외부힘들이 평형을 이룰 때에는 비록 물체들이 충돌할 때 외부힘이 작용하여도 영향을 주지 않으므로 닫긴계로 볼수 있다. 실례로 매끈한 수평면우에서 두 구의 충돌을 볼 때 중력은 외부힘이지만 충돌에 영향을 주지 않는다.

또한 마찰력이 외부힘인가, 내부힘인가를 잘 구분하여야 한다. 마찰력은 경우에 따라 외부힘으로 될수도 있고 내부힘으로 될수도 있다. 책상우에 놓인 두 물체들사이의 운동량을 생각할 때 책상과 물체사이의 마찰력은 외부힘으로 된다. 그러나 밀차우에서 물체가 움직일 때 밀차와 물체의 전체 운동량을 생각하면 이때 밀차와 물체사이의 마찰력은 두 물체사이에 서로 주고받는 힘이므로 외부힘이 아니라 내부힘이다. 따라서 이 경우에 운동량은 보존된다.

다음으로 운동량보존법칙은 방향별로 성립된다. 실례로 두 물체가 매끈한 수평면우에서 호상작용하는 경우 매 물체들의 x, y축방향의 운동량이 각각 보존된다. 즉

$$P_{x1}' + P_{x2}' = P_{x1} + P_{x2}$$

$$P_{y1}' + P_{y2}' = P_{y1} + P_{y2}$$

때문에 물체들사이의 호상작용을 연구할 때에는 운동량의 매 자리표축성분들이 보존된다는것을 리용하여야 한다.

또한 운동량보존법칙은 외부힘이 작용하는 경우에도 방향별로 적용할수 있다. 즉 외부힘이 작용하고있는 방향에서는 운동량보존법칙이 성립하지는 않지만 그와 수직방향의 자리표축성분들의 운동량은 그대로 보존된다.

다음으로 운동량보존법칙은 하나의 물체가 둘 또는 그 이상의 물체들로 분렬될 때에도 성립한다.

그림 4-45와 같이 질량이 M 인 물체가 멎어있다고 하자.

처음에 물체의 운동량은 0이다. 다음 물체가 2개로 분렬되여 하나는 질량 m 으로 바닥에 대해 $\vec{v}$ 의 속도로 날아가고 다른 하나는 질량 $M-m$ 으로 $\vec{V}$ 의 속도로 운동한다고 하자. 분렬되기 전 물체의 운동량은 0이므로 운동량보존법칙은 다음과 같이 쓸수 있다.

$$0 = m\vec{v} + (M-m)\vec{V}$$

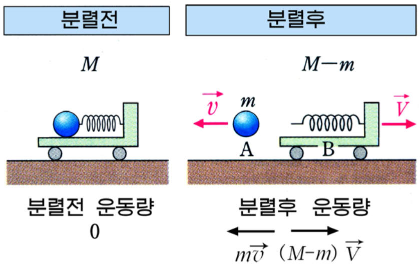


그림 4-45. 물체가 분렬할 때 운동량보존법칙

실천적으로 물체가 분렬될 때 매 물체들에는 매우 짧은 Δt 시간동안에 외부힘이 작용하지만 물체들사이의 호상작용에 비하여 매우 작기때문에 무시할수 있다. 실례로 공중에서 축포가 터질 때 중력은 외부힘으로 작용하지만 분렬직전과 분렬직후에 우의 식을 리용해도 된다.(그림 4-46)



그림 4-46. 축포

[례제] 질량이 M인 멎어있는 밀차의 한끝에서 다른 끝까지 질량이 m인 사람이 걸어간다. 이때 밀차는 얼마만큼 옮겨가는가? 밀차의 길이는 ℓ이고 밀차와 바닥사이의 마찰은 없다.(그림 4-47)

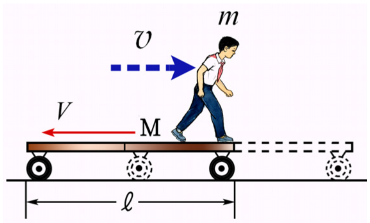


그림 4-47

풀이. 땅에 대한 사람과 밀차의 속도를 각각 v, V 라고 하고 사람이 걸어간 시간을 t 라고 하면 운동량보존의 법칙에 의하여

$$mv + MV = 0$$

$\ell = (v - V)t$ 이므로

$$x = Vt = -\frac{m}{m+M}\ell$$

답. 뒤로 $\dfrac{m}{m+M}\ell$

문제

1. 다음 문장들의 정확성을 판단하고 리유를 밝혀라.

ㄱ) 마찰력이 작용할 때 운동량보존법칙은 성립하지 않는다.

ㄴ) 두 물체가 충돌할 때 충돌전 두 물체의 운동량의 합은 충돌후 운동량의 합과 같다.

ㄷ) 외부힘이 작용하지 않으면 물체들의 운동량의 총합은 보존된다.

ㄹ) 운동량보존법칙은 서로 작용하기 전과 후의 운동량의 크기관계를 나타내는 법칙이다.

2. 작은 배우에서 5kg짜리 돌을 1m/s의 속도로 수평방향으로 던지면 배는 얼마만한 속도로 뒤로 물러나겠는가? 배의 질량은 100kg이고 사람의 질량은 50kg이다.

3. 질량이 M인 대포로 질량이 m인 포탄을 수평으로 쏘았다. 대포가 뒤로 물러나는 속도를 구하여라. 이때 대포에 대한 포탄의 속도는 v_0이고 대포가 물러날 때 마찰은 없다고 보아라.

제9절. 직 충 돌

충돌의 종류

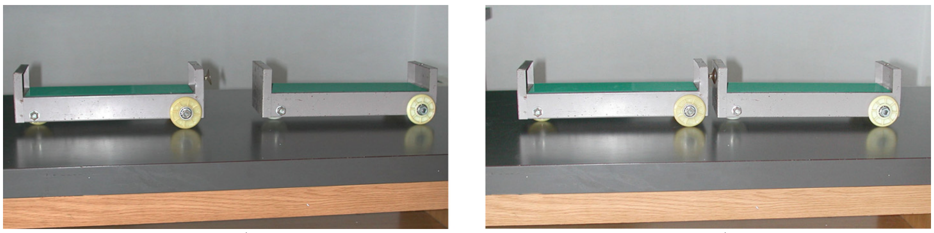
물체들이 충돌할 때 외부힘이 없으면 충돌전 물체들의 운동량의 합과 충돌후 운동량의 합은 일정하게 보존된다.

그러면 충돌할 때 력학적에네르기도 보존되겠는가.

실 험

○ 그림 4-48의 ㄱ와 같이 한 밀차에 튀개를 달고 다른 밀차와 충돌하게 한다. 물체들사이 호상작용힘이 튐힘 즉 보존힘이므로 력학적에네르기는 보존된다.

○ 다음 그림 4-48의 ㄴ와 같이 한 밀차에 튀개 대신 물림장치를 하고 충돌시킨다. 충돌후 두 밀차는 하나가 되여 운동한다. 이때 물체들의 력학적에네르기는 보존되지 않는다.



ㄱ) ㄴ)

그림 4-48. 두 밀차가 튐성충돌할 때 력학적에네르기가 보존된다

충돌할 때 내부힘이 보존힘이면 물체계의 력학적에네르기는 보존되고 마찰력과 같이 비보존힘이 작용하면 력학적에네르기는 보존되지 않는다.

이와 같이 물체들이 충돌할 때 력학적에네르기가 보존되는 충돌을 **튐성충돌**이라고 부르고 력학적에네르기가 보존되지 않는 충돌을 **비튐성충돌**이라고 부른다. 그리

고 충돌후 한 덩어리가 되여 운동하면 **완전비튐성충돌**이라고 부른다.

또한 충돌은 물체들의 운동방향에 따라 크게 두가지로 갈라볼수 있다.

한 직선우에서 일어나는 충돌을 **직충돌**이라고 부르며 물체들의 운동방향이 각을 지어 일어나는 충돌을 **빗충돌**이라고 부른다.

한 직선우에서 일어나는 충돌

튐성충돌. 질량이 m_1인 물체 A와 질량이 m_2인 물체 B가 한 직선우에서 충돌하는 경우를 보자.(그림 4-49)

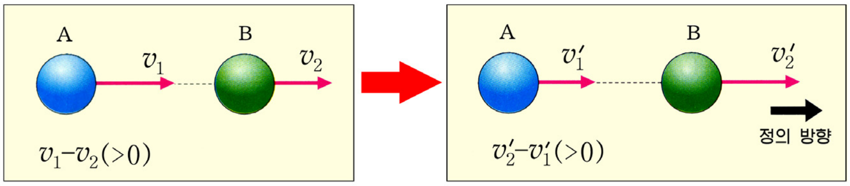


그림 4-49. 한 직선우에서 충돌

물체 A, B의 충돌전 속도를 각각 $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$라고 하고 충돌후 속도를 $\vec{v}_1'$, $\vec{v}_2'$로 하자. 운동량보존법칙에 의하여

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2' \tag{1}$$

튐성충돌이므로 력학적에네르기가 보존된다. 즉

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2 \tag{2}$$

만일 두 물체의 질량이 같으면 충돌후 속도는 서로 교환된다. 즉

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_2', \qquad \vec{v}_2 = \vec{v}_1'$$

실례로 $m_1 = m_2$이고 $\vec{v}_2 = 0$ 즉 두 물체의 질량이 같고 물체 B는 처음에 멎어있다고 하자. 이때 물체 A는 충돌후 멎고 물체 B는 A와 같은 속도를 가지고 움직인다.

완전비튐성충돌. 이때는 력학적에네르기보존의 법칙은 성립하지 않고 운동량보존법칙만 성립한다. 두 물체가 하나로 합쳐진 후의 속도를 $\vec{V}$라고 하면

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{V}$$

$$\vec{V} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

비튐성충돌. 운동량보존법칙에 의하여

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2'$$

가 성립하는데 충돌후 속도를 결정하기 어려우므로 이런 문제들을 풀기 위하여 충돌결수를 도입한다.

충돌결수(반발결수)

❓ 충돌에는 튐성충돌도 완전비튐성충돌도 아닌 비튐성충돌이 있다. 이런 충돌의 특징은 무엇으로 나타내는가.

실험

○ 그림 4-50과 같이 바닥에 고무공을 떨구고 처음 떨군 높이 h_0 과 튀여오른 높이 h_1, 그다음 튀여오른 높이 h_2 등을 잰 다음 $v_0=\sqrt{2gh_0}$, $v_1=\sqrt{2gh_1}$, $v_2=\sqrt{2gh_2}$, … 을 구하고 $\frac{v_1}{v_0}$, $\frac{v_2}{v_1}$, … 을 구해본다.

속도들의 비가 모두 같다.

○ 탁구공이나 철구를 가지고 우와 같은 실험을 반복한다.



그림 4-50. 바닥에서 튀여나는 고무공의 높이

실험을 통하여 충돌전후 속도들의 비

$$\frac{v_1}{v_0}=\frac{\sqrt{2gh_1}}{\sqrt{2gh_0}}=\sqrt{\frac{h_1}{h_0}},\qquad \frac{v_2}{v_1}=\frac{\sqrt{2gh_2}}{\sqrt{2gh_1}}=\sqrt{\frac{h_2}{h_1}},\quad \cdots$$

가 모두 같다는것을 알수 있다. 이것은 비퇸성충돌을 할 때 충돌전후 물체들의 속도비가 일정하며 충돌물질들에만 관계된다는것을 보여준다.

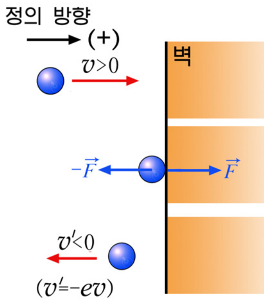


그림 4-51. 벽과의 충돌

두 물체가 직충돌할 때 충돌전 두 물체의 상대속도에 대한 충돌후 두 물체의 상대속도의 비를 **충돌결수(반발결수)**라고 부른다.

물체가 벽 또는 바닥과 수직으로 충돌할 때 충돌결수는 다음과 같다.

$$e=-\frac{v'}{v}\qquad \textbf{충돌결수}$$

여기서 〈-〉부호는 충돌전 속도 v 와 충돌후 속도 v' 의 방향이 반대이라는것을 의미한다.(그림 4-51)

충돌결수 e 는 충돌하는 두 물체의 재질에 관계되는 량으로서 크기는 $0\le e\le 1$ 사이의 값을 가진다.(그림 4-52)

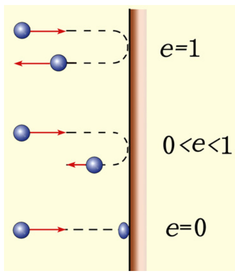


그림 4-52. 충돌결수

몇가지 물질들의 충돌결수는 다음표와 같다.

충돌결수표

물 질	충돌결수
유리구-유리구	0.94
상아구-상아구	0.81
철구-철구	0.66
연구-연구	0.20

$e=1$인 경우에는 튐성충돌로서 력학적에네르기가 보존된다.

$e=0$인 경우에는 완전비튐성충돌이며 $0<e<1$인 경우에는 비튐성충돌이다.

$0\le e<1$인 경우에는 력학적에네르기보존법칙이 성립하지 않는다.

충돌결수를 알면 충돌직후의 속도 $v'=-ev$를 알수 있으므로 운동량보존법칙에 의하여 충돌후 물체의 운동량을 구할수 있다.

[례제] 질량이 m_2인 멎어있는 구 B에 질량이 m_1인 구 A가 v_1의 속도로 직충돌한다. 충돌전과 후의 운동에네르기변화를 구하여라.(그림 4-53)

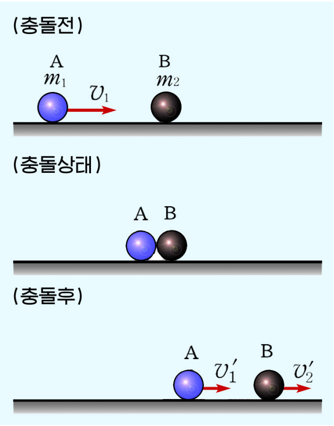


그림 4-53

풀이. 운동량보존법칙에 의하여

$$m_1v_1=m_1v_1'+m_2v_2'$$

충돌결수의 정의에 의하여

$$e=-\frac{v_1'-v_2'}{v_1}$$

이 두 식에 의하여

$$v_1'=\frac{m_1-em_2}{m_1+m_2}v_1$$

$$v_2'=\frac{m_1(1+e)}{m_1+m_2}v_1$$

한편 충돌전과 후의 운동에네르기를 각각 K, K'라고 하면

$$K=\frac{1}{2}m_1v_1^2$$

$$K'=\frac{1}{2}m_1v_1'^2+\frac{1}{2}m_2v_2'^2=\frac{1}{2}\frac{m_1(m_1+e^2m_2)}{m_1+m_2}v_1{}^2$$

따라서 운동에네르기변화는

$$K'-K=\frac{1}{2}\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}v_1{}^2(e^2-1)$$

문 제

1. 질량이 m인 두 구를 실에 매달고 한 구를 h만큼 들었다가 놓았다. 튐성 및 완전비튐성충돌을 한 다음 두 구는 얼마나 올라가겠는가?
2. 완전비튐성충돌에서 잃은 력학적에네르기는 얼마인가?
3. 충돌결수표를 보고 당구공을 어떤 물질로 만드는것이 좋겠는가를 생각해보아라.

제 10절. 빗 충 돌

튐성빗충돌

멎어있는 당구공을 다른 당구공으로 때려 빗충돌시키면 늘 서로 직각을 이루고 운동한다.(그림 4-54의 ㄱ)

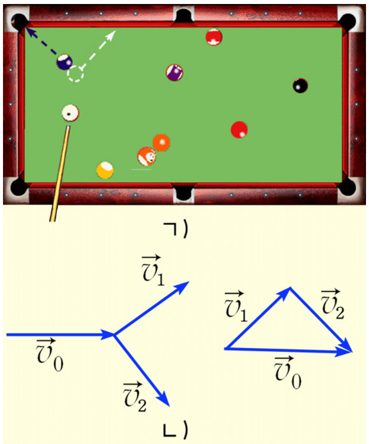


그림 4-54. 당구

왜 그런가. 당구공의 충돌은 튐성충돌이다. 멎어있는 당구공에 다른 구가 속도 $\vec{v}_0$ 으로 충돌하면 운동량보존법칙과 력학적에네르기보존법칙에 의하여

$$m\vec{v}_0 = m\vec{v}_1 + m\vec{v}_2$$

$$\frac{1}{2}mv_0^{\ 2} = \frac{1}{2}mv_1^{\ 2} + \frac{1}{2}mv_2^{\ 2}$$

이로부터 $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \vec{v}_0$, $v_1^{\ 2} + v_2^{\ 2} = v_0^{\ 2}$ 이 얻어진다.

첫 식은 속도벡토르의 합성규칙에 의하여 $\vec{v}_0$, $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$ 이 속도3각형을 이룬다는것을 보여주며 둘째 식은 피다고라스의 정리에 의하여 속도들이 직3각형을 이룬다는것을 보여준다. 결국 충돌후 두 공의 속도의 방향은 서로 수직이다.(그림 4-54의 ㄴ)

일반적으로 평면우에서 두 물체가 튐성빗충돌을 하면 어떻게 되겠는가.

그림 4-55에서 알수 있는바와 같이 충돌전 운동량의 합 $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$ 와 충돌후 운동량의 합 $m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2'$ 는 크기도 방향도 같다.

두 물체는 충돌순간에 그 물체들의 중심을 맺는 직선우에서 서로 힘을 주고받으며 운동량변화의 방향은 힘덩이의 방향과 같다.(그림 4-56)

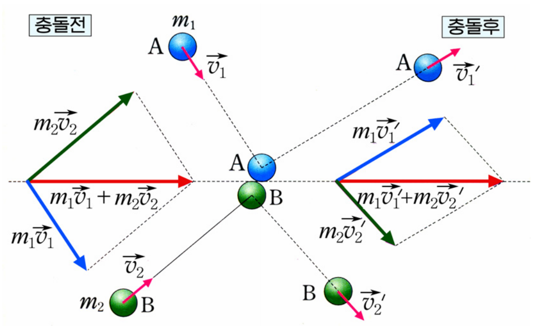


그림 4-55. 충돌전과 충돌후의 운동량은 일정하다

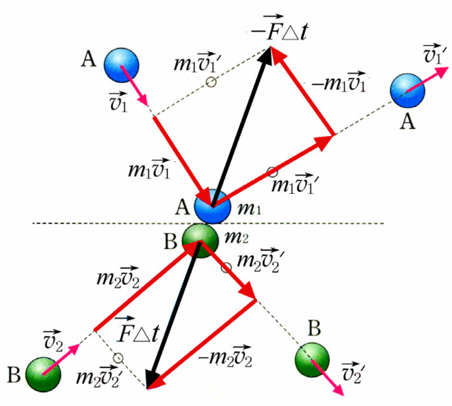


그림 4-56. 충돌순간의 힘덩이

평면에서 비튐성빗충돌

그림 4-57과 같이 질량이 m 인 구가 수평면에 각을 지어 날아와 충돌한 후 튀여난다고 하자.

충돌전 속도 $\vec{v}$ 를 면에 평행인 성분 v_x 와 수직인 성분 v_y 로, 충돌후 속도 $\vec{v}'$

를 면에 평행인 성분 v'_x와 면에 수직인 성분 v'_y로 각각 분해하여 고찰하자.

면은 미끄럽기때문에 구는 면에 평행인 방향으로 힘(마찰력)을 받지 않는다. 따라서 면에 평행인 속도성분은 충돌전과 충돌후에 변하지 않는다.

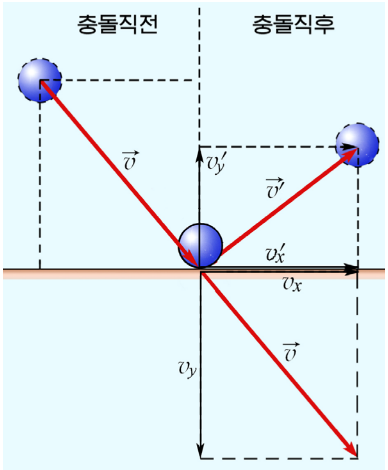


그림 4-57. 평면에서 빗충돌

한편 면에 수직인 방향에서 충돌후 속도성분과 충돌전 속도성분의 크기의 비가 충돌결수로 된다. 즉 구가 매끈한 면과의 빗충돌인 경우 다음과 같다.

면에 평행인 속도성분 $v'_x = v_x$

면에 수직인 속도성분 $v'_y = -e \cdot v_y$

물체와 바닥과의 충돌에서는 중력은 관계되지만 충돌이 순간적으로 진행되고 작용하는 힘이 중력에 비하여 매우 크므로 중력의 영향을 무시할수 있다.

다음으로 수평으로 날아오던 구가 무거운 물체의 경사면에 충돌하여 드림선우로 튀여올랐다고 하자.(그림 4-58)

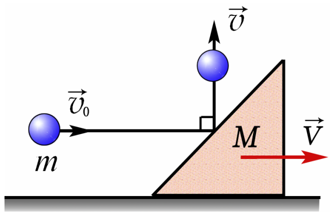


그림 4-58. 경사면과의 충돌

물체와 바닥과의 마찰은 없고 구는 경사면과 튐성충돌한다. 이때 구의 질량은 m이고 처음속도는 $\vec{v}_0$, 튀여오르는 속도는 $\vec{v}$이며 무거운 물체의 질량은 M, 충돌후 뒤로 $\vec{V}$의 속도로 밀려난다면 수평방향의 운동량은 보존되므로

$$mv_0 = MV$$

력학적에네르기보존법칙에 의하여

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2$$

따라서 튀여오르는 속도는

$$v = v_0\sqrt{\frac{M-m}{M}}$$



왜 충돌후에 처음에는 없었던 수직방향의 운동량이 생기는가?

[례제] 2m 높이에서 질량이 100g인 구를 그림 4-59와 같은 경사면을 가진 밀판에 떨구었다. 밀판과 바닥사이의 마찰결수가 0.2라면 충돌할 때 45°로 경사진 밀판이 얼마만큼 뒤로 미끄러져가겠는가? 밀판의 질량은 1kg이다. 구와 밀판사이의 충돌은 튐성충돌이다.

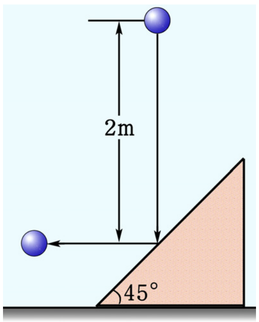


그림 4-59

풀이. 주어진것: $m = 100\text{g} = 0.1\text{kg}$

$M = 1\text{kg}$, $\mu = 0.2$, $h = 2\text{ m}$

구하는것: S?

충돌후 구가 수평으로 튀여나므로 운동량보존법칙과 력학적에네르기보존법칙에 의하여

$$mv - MV = 0$$

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2$$

$$\frac{1}{2}MV^2 = \mu MgS$$

따라서

$$S = \frac{m^2 h}{\mu M(M+m)} = \frac{0.1^2 \times 2}{0.2 \times 1 \times (1+0.1)} \approx 0.09\ (\mathrm{m}) = 9(\mathrm{cm})$$

답. 약 9cm

문 제

1. 45°경사진 물체의 경사면에 50g짜리 튐성구를 1m 높이에서 떨구었다. 물체의 질량이 3kg이고 바닥과 마찰이 없다면 물체가 어떤 속도로 운동하겠는가?
2. 높이가 1.2m인 대우에 200g짜리 사과알을 놓고 100g짜리 화살로 쏘았더니 사과가 수평으로 명중되여 화살이 꽂힌채 5m 뒤에 떨어졌다. 화살의 속도는 얼마인가?
3. 경사각이 30°인 미끄러운 경사면에 구가 드림선 아래로 떨어져서 충돌한 후 수평으로 튀여났다. 충돌전 구의 속도가 v_0 이라면 튀여날 때의 속도와 충돌결수를 구하여라.(그림 4-60)

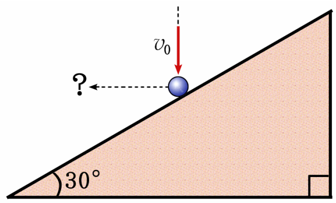


그림 4-60

4. 그림 4-61과 같이 미끄러운 수평면우에 질량이 100g인 구 A가 멎어있다. 질량이 같은 구 B가 10m/s의 속도로 날아와 구 A와 충돌한 결과 처음 운동방향에서 오른쪽으로 30°, 구 A는 왼쪽으로 45° 로 튀여났다.
   ㄱ) 충돌후 구 A와 구 B의 속도는 얼마인가?
   ㄴ) 구 A와 구 B사이에 작용하는 힘덩이의 크기는 얼마인가?

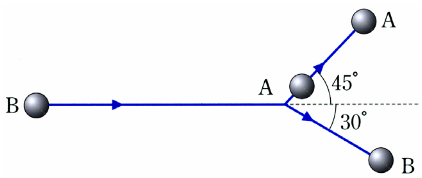


그림 4-61

제 11 절. 로케트의 운동

위대한 령도자 **김정일**원수님께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《우리는 로케트를 만들어도 다른 나라식이 아니라 조선식으로 만들어야 합니다.》

경애하는 장군님의 가르치심을 높이 받들고 우리의 과학자, 기술자들과 로동계급은 우리의 지혜와 기술, 우리의 자재로 3계단으로 된 운반로케트로 주체87(1998)년 8월 31일에 인공지구위성 《광명성1호》를, 주체98(2009)년 4월 5일에는 인공지구위성 《광명성2호》를 자기 궤도에 정확히 진입시켰다.(그림 4-62)

공기반작용기관

프로펠라식비행기로서는 소리속도보다 더 빠른 속도를 낼수 없다. 그러므로 현대식비행기에서는 반작용기관을 쓴다.(그림 4-63)

공기반작용기관에서는 어떤 리치로 미는 힘이 생기는가.

공기반작용기관은 둘레의 공기를 빨아들인 다음 연료와 혼합하여 태워서 뒤로 내뿜는다. 연료가 탈 때는 온도가 높아지므로 압력이 커져서 연소가스를 보다 세게 내뿜으므로 앞으로 미는 힘이 생긴다. 즉 빨아들이는 공기의 속도보다 뒤로 내뿜는 연소가스의 속도가 커서 운동량이 변하게 되고 따라서 앞으로 미는 힘이 생긴다.

빨아들이는 속도와 뒤로 내뿜는 속도가 각각 u_1, u_2이라면 미는 힘은 얼마인가.

빨아들인 공기의 질량에 비해서 태우는 연료의 량은 작으므로 단위시간마다 빨아들이는 공기의 질량과 뒤로 내뿜는 연소가스의 질량은 갈다고 본다. 이 질량을 J라고 하자. 비행기에 탄 사람이 보면 단위시간마다 생긴 운동량의 변화가 $Ju_2 - Ju_1$로 된다. 단위시간동안에 생긴 운동량의 변화가 힘과 같으므로 가스는 기관으로부터 이만한 힘을 받는다. 작용과 반작용법칙에 의하여 가스가 기관을 미는 힘은 크기가 같고 방향이 반대이다.(그림 4-64)



그림 4-62. 인공지구위성 발사



그림 4-63. 분사식비행기

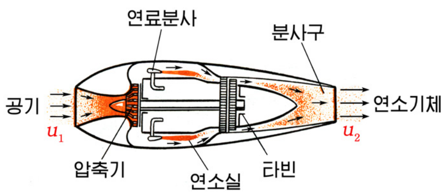


그림 4-64. 공기반작용기관

$$F = -J(u_2 - u_1)$$

<u>분사식비행기의 추진력은 빨아들인 공기와 가스분출속도의 차이가 클수록, 단</u>

위시간마다 내뿜는 기체의 량이 클수록 커진다.

로케트의 원리

공기반작용기관에서는 연료의 량이 작으므로 빨아들이는 공기의 량과 내뿜는 공기의 량이 언제나 같다고 보았지만 로케트에서는 시간의 흐름에 따라 로케트의 질량이 점점 작아지게 된다. 이런 문제를 변질량문제라고 한다.

로케트는 어떤 원리로 운동하는가.

로케트는 공기가 없는 공간에서 날아가므로 연료와 산화제를 다 싣고 다니면서 이것을 태워서 얻은 가스를 뒤로 내뿜으면서 나간다.(그림 4-65)

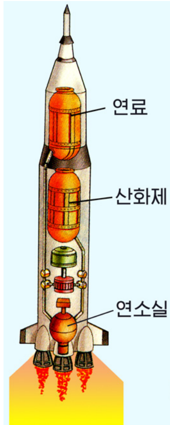


그림 4-65. 로케트의 구조

어떤 순간에 로케트의 질량과 속도를 M, v라고 하고 Δt 시간동안에 ΔM만 한 가스를 로케트에 대해 u만 한 속도로 내뿜고 속도가 Δv만큼 증가하였다고 하자.(그림 4-66) 땅에 대한 가스의 분출속도는 $v-u$이므로 운동량보존법칙에 의하여

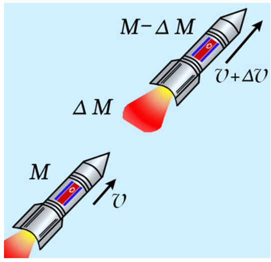


그림 4-66. 로케트의 비행

$$Mv=(M-\Delta M)(v+\Delta v)+\Delta M(v-u)$$

$$M\Delta v-\Delta Mu-\Delta M\Delta v=0$$

Δt가 매우 작으면 $\Delta M\cdot\Delta v$는 무시할수 있다.

따라서 $M\Delta v=\Delta Mu$

량변을 Δt로 나누면

$$M\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{\Delta M}{\Delta t}u$$

여기서 $a=\dfrac{\Delta v}{\Delta t}$, $J=\dfrac{\Delta M}{\Delta t}$을 고려하면 로케트의 추진력은 $F=Ma$이므로

$$F=Ju$$

즉 로케트를 미는 힘은 단위시간마다 내뿜는 가스의 질량과 로케트에 대한 가스의 속도를 곱한것과 같다.

로케트가 날아갈 때에는 내뿜는 연소가스의 질량만큼 로케트의 질량이 점점 작아진다. 먼거리를 날아가는 로케트의 경우에는 연료와 산화제를 많이 실어야 하므로 마지막에는 질량이 처음질량의 1/10정도로 작아진다.

현대과학기술수준에서는 1계단로케트를 가지고 인공위성을 발사하는데 필요한 속도(적어도 7.9km/s)에 도달할수 없다. 그래서 다계단로케트로 인공위성을 발사하게 된다.

다계단로케트는 몇개의 로케트를 묶어서 만든다. 발사할 때 먼저 제1계단로케트에 불을 붙여 동작시킨다. 연료가 다 타면 제1계단로케트의 동체는 저절로 떨어지면서 제2계단로케트가 동작하기 시작한다. 제3계단까지 다 동작하면 마지막속도가 대단히 커서 위성의 속도에 이르게 된다. 지금 다계단로케트는 일반적으로 3계

단으로 되여있다.

[례제] 1s동안에 55kg의 공기를 80m/s의 속도로 빨아들여 750m/s의 속도로 내뿜는 공기반작용기관의 미는 힘을 구하여라.

풀이. 주어진것: J =55kg/s

u_1 =80m/s, u_2 =750m/s

구하는것: F ?

$$F = J(u_2 - u_1) = 55\times(750-80)\approx 3.7\times 10^4\text{(N)}$$

답. 약 3.7×10^4N

문 제

1. 로케트를 수직우로 쏘았다. 단위시간당 내뿜는 가스의 량이 J_0M (M 은 로케트의 질량)이고 내뿜는 속도가 u 라면 t[s]후의 로케트의 속도는 얼마인가? 공기의 저항은 없다고 보아라.
2. J = 40kg/s, $u_2 - u_1$ =800m/s, M =2t인 분사식비행기가 a =12m/s^{2}의 가속도로 수평비행한다. 저항힘을 구하여라.
3. 인공위성의 운반로케트는 왜 다계단로케트를 쓰는가?

자료 21세기 우주비행선에 도입될 핵분사식발동기

화성에로의 비행에서 기본문제의 하나는 우주비행선의 속도를 해결하는것이다. 현재 우주비행선의 속도로는 화성에로 비행하는데 7개월정도 걸린다. 이런데로부터 행성에로 비행할 때 비행시간을 줄이기 위한 여러가지 안들이 제기되고있는데 그가운데서 비행속도를 근본적으로 높일 전망성있는것이 핵분사식발동기라고 한다.

최근에 제안된 새형의 핵분사식발동기를 제작하게 되면 화성에로의 비행시간을 두주일로 단축할수 있게 된다고 한다. 이 발동기는 멘델레예브원소주기표에서 95번째 원소인 아메리시움(Am)-243에 의해 기동되게 된다. 이것을 리용하면 보통크기의 우주비행기구가 지구로부터 화성에로 비행하는데 몇kg의 연료이면 충분하다고 한다. 아메리시움-243의 핵융합반응이 일어날 때 생겨나는 에네르기는 분사식발동기의 연료로 쓰일 수소를 이온화시켜 우주비행선이 80km/s의 속도(제3우주속도의 약 4.8배)를 낼수 있게 수소를 25만℃의 높은 온도로 가열시킬수 있다.

이 기술이 완성되면 화성에로의 우주비행도 가까운 앞날의 현실로 될것이다.





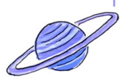
탐구

문제: 실에 매달린 두개의 강철구가 부딪친 후 올라가는 높이를 결정하여라.

방향: · 질량이 같은 두개의 강철구를 같은 길이의 실에 매달고 한 구를 기울였다 놓았을 때 두 구가 충돌한 후 올라가는 높이를 계산하고 실험적으로 확증하여보아라.

· 질량이 다른 두개의 강철구인 경우에도 우와 같이 해보아라.

· 계산값과 실험값의 차이에 대한 분석을 해보아라.



복습문제

1. 질량이 5kg인 물체가 경사각이 30°인 경사면을 따라 4m 미끄러져내려갔다. 미끄럼마찰결수가 0.2라면
   ㄱ) 중력이 하는 일은 얼마인가?
   ㄴ) 맞선힘이 하는 일은 얼마인가?
   ㄷ) 마찰력이 하는 일은 얼마인가?
   (답. 98J, 0J, -33.95J)
2. 수평면과 각을 지어 던진 물체가 포물선을 그리면서 날아가고있다. 아래의 문장에서 옳은 문장을 찾아라.
   ㄱ) 물체가 일을 한다.
   ㄴ) 중력이 일을 한다.
   ㄷ) 공기의 저항힘이 일을 한다.
   ㄹ) 사람이 일을 한다.
3. 기중기가 4t짜리 건설부재를 18m 높이에 끌어올린다. 처음 1.5s동안은 등가속으로, 그다음 9.2s동안은 등속으로 끌어올렸다. 끌어올리는 속도, 힘 및 일능률과 시간사이의 관계를 그라프로 그리고 부재를 올린 일을 구하여라.
   (답. 712kJ)
4. 자동차의 끄는 힘이 3kN이고 가속도가 0.2m/s^{2}이다. 자동차가 달리기 시작하여 5s동안에 수행한 일을 구하여라. (답. 7 500J)
5. 바다가의 바위우에서 200g의 돌을 수평으로 던진다. 30N의 힘을 0.2s동안 주었더니 돌은 50m 날아가서 물에 떨어졌다. 돌을 던질 때의 평균일능률을 구하여라.
   (답. 450W)
6. 수평거리 100m에 대하여 5m씩 높아지는 언덕길을 자동차가 일정한 일능률로 올라갈 때와 내려올 때 속도는 각각 5m/s, 15m/s이다. 자동차가 같은 일능률로 수평길을 달린다면 속도는 얼마이겠는가? (답. 7.5m/s)
7. 권양기를 써서 수평면과 30°를 이룬 경사면을 따라 질량이 500kg인 밀차를 일정한 속도 18km/h로 끌어올리고있다. 마찰결수가 0.02라면 권양기의 일능률은 얼마인가? (답. 12.67kW)
8. 비행기가 활주로에서 1 000m의 거리를 지난 후 리륙할 때의 속도가 250m/s이다. 비행기의 질량이 1t이고 땅과 바퀴사이의 마찰결수가 0.2라면 활주로를 달릴 때 비행기의 평균일능률을 구하여라. 공기의 저항은 무시한다.
   (답. 4.15×10^6W)
9. 500m/s의 속도로 나무에 맞은 총알이 25cm 깊이에 박혔다. 이 총알이 두께가 9cm인 나무판을 뚫고나갔다면 속도는 얼마로 되겠는가? 총알에 대한 나무의 저

항은 일정하다. (답. 400m/s)

10. 길이가 1m이고 추의 질량이 200g인 흔들이가 드림선과 30°의 각을 이루고 원뿔면을 그리며 돌아갈 때 추의 운동에네르기는 얼마인가?

(답. 0.283J)

11. 질량이 2.5t인 정지위성의 운동에네르기를 구하여라. 지구의 질량은 6.0×10^{24}kg, 만유인력상수는 6.67×10^{-11}N·m^2/kg^2이다. (답. 약 1.18×10^{10}J)

12. 물뽐프로 깊이가 5m인 우물의 물을 8층에 있는 탕크에 퍼올린다. 뽐프의 효률이 60%라면 1min동안에 $5m^3$의 물을 퍼올리는 뽐프의 일능률은 얼마인가? 집 한층의 높이는 2.7m이다. 8층에서 물의 속도는 0이다.

(답. 32.53kW)

13. 200m 깊이의 수직갱에 있는 1.5t짜리 짐을 권양기로 끌어올린다. 권양기의 쇠바줄 1m의 질량은 2.5kg이다. 권양기가 첫 순간 끄는 힘과 마지막 힘 그리고 전체 일을 구하여라. 물체는 등속으로 올라간다.

(답. 19 600N, 14 700N, 3 430kJ)

14. 질량이 5kg인 물체가 땅으로부터 30m 높이에서 자유락하한다.
   ㄱ) 2s후 이 물체의 운동에네르기와 자리에네르기는 각각 얼마인가?
   ㄴ) 운동에네르기와 자리에네르기가 같아지는 높이와 시간을 구하여라.

(답. ㄱ) 960.4J, 509.6J ㄴ) 15m, 1.75s)

15. 수평면과 60°의 각으로 질량이 200g인 공을 처음속도 15m/s로 던졌다. 공기의 저항이 없을 때 던진 후 1s가 되는 순간의 공의 운동에네르기와 자리에네르기를 구하여라. (답. 6.64J, 15.86J)

16. 웃끝을 고정한 용수철에 질량이 500g, 1kg인 추를 달 때 길이는 각각 20cm, 25cm이다. 용수철을 18cm로부터 28cm까지 늘이려면 일을 얼마나 하여야 하는가?

(답. 0.78J)

17. 질량이 400g인 추를 단 고무줄을 쥔 사람이 회전수 $0.5s^{-1}$로 돌아가는 원판우에 서있다. 고무줄의 튐성결수는 10N/m이고 회전축으로부터 추까지의 거리는 3.5m이다. 고무줄의 튐성에네르기를 구하여라.(그림 4-67) (답. 10.3J)

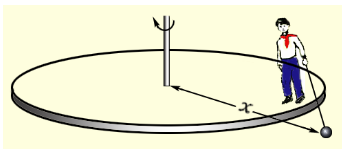


그림 4-67

18. 웃끝을 고정한 용수철에 질량이 m인 추를 달면 Δl만큼 늘어난다. 이때의 추의 자리를 기준으로 하고 추를 x만큼 아래로 더 당겼을 때 튐성에네르기와 중력의 자리에네르기의 합을 구하여라. (답. $mgx^2/2\Delta l$)

19. 웃끝을 고정시킨 용수철의 아래끝에 어떤 물체를 매달아 용수철이 드림선방향으로 드리우게 하였다. 물체를 아래로 당겨 용수철이 더 늘어나게 한 다음 그것을 가만히 놓아주어 흔들리게 하였다. 평형자리를 지나가는 순간 물체의 속도가 v_0=6m/s이라면 물체가 최대변위의 가운데점을 지나가는 순간의 속도 v는 얼마

인가? 공기의 저항은 무시한다. (답. 5.19m/s)

20. 길이가 ℓ 인 흔들이가 드리워져있을 때 추를 수평방향으로 쳐서 어떤 속도를 주면 드림평면에서 돌아갈수 있는가?

(답. $v_0 \geq \sqrt{5g\ell}$)

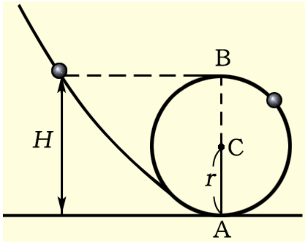


그림 4-68

21. 경사길로 내려온 구가 원을 따라 돌아간다. 마찰을 무시하고 다음의 물음에 대답하여라.(그림 4-68)

ㄱ) $H = 2r$ 인 높이에서 내려온 구는 원을 따라 돌아가다가 어떤 높이에서 원으로부터 벗어나겠는가?

ㄴ) 구가 원을 따라 완전히 돌아가게 하려면 어떤 높이 H_1에서 내려오게 해야 하는가?

ㄷ) 구가 원을 따라 돌 때 A, B점에서 원둘레를 누르는 힘은 얼마인가?

(답. ㄱ) $\frac{5}{3}r$ ㄴ) $H_1 \geq \frac{5}{2}r$ ㄷ) $F_A \geq 6mg$, $F_B \geq 0$)

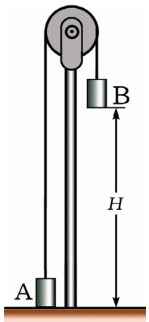


그림 4-69

22. 그림 4-69와 같이 도르래에 걸쳐놓은 줄의 두 끝에 추들이 달려있고 추 B의 질량은 A의 질량의 1.5배이다. B가 1.2m 높이에서 내려온다면 추 A는 어떤 높이까지 올라가겠는가? 마찰과 도르래의 질량은 무시한다.

(답. 1.44m)

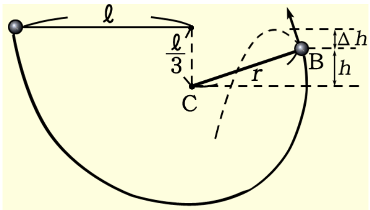


그림 4-70

23. 길이가 ℓ 인 흔들이의 실이 수평상태로 되게 하였다가 놓아주어 흔들이가 평형자리를 지나는 순간에 실의 웃끝으로부터 $\ell/3$ 되는 자리가 못 C에 걸리게 하면 추는 C로부터 어떤 높이까지 올라가겠는가?(그림 4-70) (답. 약 0.32ℓ)

24. 양수기가 1min동안에 50m^3의 물을 8m 높이에 퍼올린다. 관의 웃끝에서 물이 1m/s의 속도로 흘러나간다면 양수기의 일능률(유효일능률)은 얼마인가? (답. 65.75kW)

25. 경사각이 30°인 경사면우에 질량이 2kg인 물체를 놓고 경사면을 따라 우로 50N의 힘으로 0.1s동안 밀어주면 물체는 어떤 높이까지 올라가겠는가? 경사면과 물체사이의 마찰결수는 0.1이다. (답. 약 0.21m)

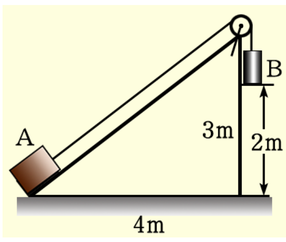


그림 4-71

26. 도르래에 걸쳐있는 줄의 두끝에 질량이 같은 물체 A, B가 달려있다. 물체 A는 경사각의 탕겐스가 3/4인 경사면우에 있고 B는 땅으로부터 2m 높이에 드리워있다.(그림 4-71)

ㄱ) 경사면과 물체 A사이의 마찰결수 μ가 어떤 값을 가질 때 물체들이 움직이겠는가?

ㄴ) μ=0이면 물체 A는 어떤 높이까지 올라가겠는가?

ㄷ) μ=0.2이면 물체 A가 어떤 높이까지 올라가겠는가?

(답. ㄱ) μ<0.5 ㄴ) 1.6m ㄷ) 약 1.4m)

27. 경사각이 30°인 경사면을 따라 어떤 물체를 올려보낸다. 첫 순간의 속도가 15m/s이고 마찰결수가 0.1이라면 물체는 얼마의 거리에서 몇s후에 멎겠는가?

(답. 19.6m, 2.61s)

28. 질량이 M인 렬차와 질량이 m인 자동차가 같은 속도 v로 수평길을 따라 같은 방향으로 운동한다. 어떤 순간에 렬차와 자동차가 발동을 끈다면 마찰에 의하여 감속운동을 한다. 만일 마찰결수가 같다면 어느것이 더 멀리 가 멎겠는가?

29. 질량이 m인 추를 매단 길이가 ℓ인 흔들이가 있다. 흔들이를 수평되게 하였다가 가만히 놓았을 때 실이 수평면과 각 θ만큼 기울어진 자리에서의 추의 속도, 가속도 및 실의 장력을 구하여라.

(답. $v=\sqrt{2g\ell\sin\theta}$, $a=g\sqrt{3\sin^2\theta+1}$, $T=3mg\sin\theta$)

30. 드림선방향으로 비가 세게 내리는 속으로 속도 v_0으로 뻐스가 수평으로 달린다. 비방울의 질량은 m이고 단위체적속에 있는 비방울의 수가 n이라면 유리가 받는 압력은 얼마인가? 유리에 맞는 비방울은 튀여나지 않고 흘러내린다.

(답. $P=nmv_0^2$)

31. 1kg짜리 진흙덩이를 실로 천정에 매달았다. 여기에 500g짜리 진흙덩이를 던졌더니 둘이 붙어 3m/s의 속도로 움직였다. 던진 진흙덩이의 속도는 얼마인가?

(답. 9m/s)

32. 질량이 M인 총에서 질량이 m인 탄알을 쏘았더니 탄알의 처음속도가 v였다. 이때 화약이 낸 에네르기는 얼마인가? 폭발할 때 생긴 이 에네르기는 모두 총과 탄알의 운동에네르기로 바뀐다고 보아라.

(답. $E=\frac{1}{2}\cdot\frac{m(M+m)v^2}{M}$)

33. 질량이 M인 포에서 질량이 m인 포탄을 수평방향으로 쏜다. 포가 자유롭게 뒤로 물러날수 있게 한 경우와 고정한 경우에 포탄의 처음속도의 비는 얼마인가?

(답. $\frac{v_{자}}{v_{고}}=\sqrt{\frac{M}{M+m}}$)

34. 질량이 M인 그릇이 수평방향으로 속도 V로 운동하고있다. 매끈한 아낙면의 가장 낮은 곳에 질량이 m인 물체를 가만히 놓으면 그릇의 아낙면을 따라 얼마나 올라가겠는가?

(답. $h=\frac{MV^2}{2(M+m)g}$)

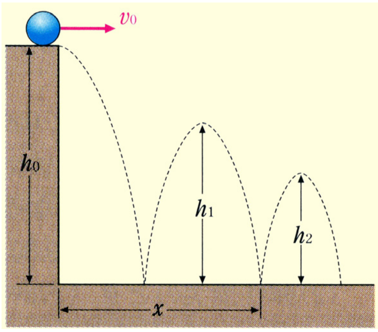


그림 4-72

35. 그림 4-72와 같이 h_0만한 높이에서 수평방향으로 v_0의 속도로 구를 던졌다. 구는 미끄러운 수평바

닥과 여러번 튀여나면서 운동한다. 다음의 물음에 대답하여라.

ㄱ) 첫 충돌후 구가 올라가는 최고높이가 h_1라면 충돌결수는 얼마인가?

ㄴ) 두번째 충돌후 구가 올라가는 최고높이 h_2을 e와 h_0을 리용하여 표시하여라.

ㄷ) 두번째 충돌할 때까지 구가 수평방향으로 움직인 거리 x를 구하여라.

(답. ㄱ) $e=\sqrt{\dfrac{h_1}{h_0}}$ ㄴ) $h_2=e^4 h_0$ ㄷ) $x=(1+2e)\,v_0\sqrt{\dfrac{2h_0}{g}}$)

36. 그림 4-73과 같은 모양을 한 멋어있는 밀차에서 작은 구가 속도 v_0으로 운동하고있다. 오른쪽끝에서 튀여날 때 구의 속도와 밀차의 속도는 얼마이겠는가?

구와 밀차의 질량은 다 m이고 마찰은 없다.

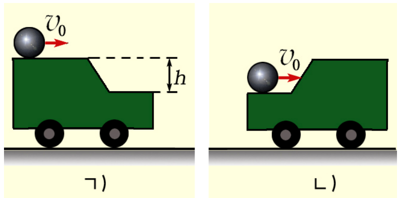


그림 4-73

(답. ㄱ) $v=\dfrac{v_0+\sqrt{v_0^2+4gh}}{2}$, $V=\dfrac{-v_0+\sqrt{v_0^2+4gh}}{2}$

ㄴ) $v=\dfrac{v_0+\sqrt{v_0^2-4gh}}{2}$, $V=\dfrac{v_0-\sqrt{v_0^2-4gh}}{2}$)

37. 수평대우에 질량이 M인 물체에 질량이 m인 물체가 속도 v로 완전비튐성충돌을 한 다음 ℓ만큼 옮겨갔다. 마찰결수는 얼마인가?

(답. $\mu=\dfrac{m^2v^2}{2g\ell(M+m)^2}$)

38. 마루바닥에 45° 기울인 평판이 고정되여있다. 구를 떨구었더니 마루바닥에서 1m 되는 높이에서 튐성충돌을 한 다음 마루바닥과 평판의 이음점에 떨어졌다. 구를 바닥으로부터 얼마만한 높이에서 떨구었겠는가?

(답. 1.25m)

39. 수평면에 질량이 M이고 경사각이 45°인 두개의 쐐기가 있다. 높이 H인 곳에서 질량이 $m\,(<M\,)$인 튐성구를 떨구면 두 경사면에서 부딪친 후 얼마만큼 튀여오르겠는가?(그림 4-74) 쐐기와 평면사이에는 마찰이 없다.

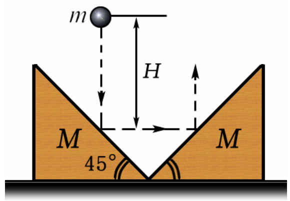


그림 4-74

(답. $h=\dfrac{M-m}{M+m}H$)

40. 그림 4-75와 같이 미끄러운 수직벽으로부터 ℓ만큼 떨어지고 바닥으로부터 h만 한 높이에 있는 점 A에서 질량이 m인 구를 수평방향으로 속도 v_0으로 던졌다. 구는 벽우의 점 B에서 튀여난 후 바닥우의 점 C에 떨어졌다. 벽과 구의 충돌결수를 e라고 하고 다음 물음에 대답하여라.

ㄱ) 벽에 충돌하기 전 구의 속도는 얼마인가?

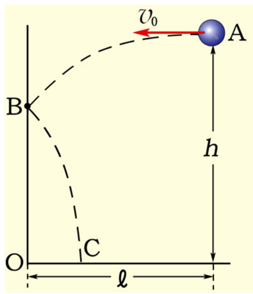


그림 4-75

ㄴ) 구가 벽에 주는 힘덩이의 크기를 구하여라.

ㄷ) 바닥에서 B점까지의 높이를 구하여라.

ㄹ) 벽으로부터 C점까지의 거리를 구하여라.

(답. ㄱ) $\sqrt{v_0^2+\frac{g^2\ell^2}{v_0^2}}$ ㄴ) $mv_0(1+e)$

ㄷ) $h-\frac{1}{2}g\frac{\ell^2}{v_0^2}$ ㄹ) $ev_0\left(\sqrt{\frac{2h}{g}}-\frac{\ell}{v_0}\right)$)

41. 그림 4-76과 같이 질량이 m 인 구 A가 속도 v 로 운동하다가 질량이 $2m$ 인 멎어있는 구 B와 충돌하였다. 충돌후 구 B는 튀여나고 구 A는 처음 운동방향과 60°의 방향으로 $v/2$의 속도로 튀여났다.

ㄱ) 충돌후 구 B의 속도 V를 구하여라.

ㄴ) 충돌할 때 A가 B로부터 받는 힘덩이 및 B가 A로부터 받는 힘덩이의 방향과 크기를 구하여라.

ㄷ) 운동에네르기는 얼마나 줄었는가?

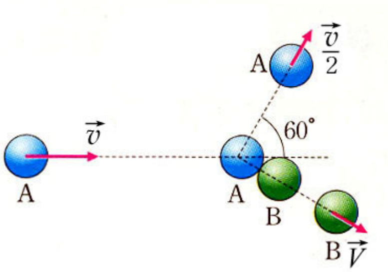


그림 4-76

(답. ㄱ) $V=\frac{\sqrt{3}}{4}v$, 30°

ㄴ) $\vec{v}$ 방향과 150° 방향, $\vec{v}$ 방향과 30° 방향, $F\Delta t=\frac{\sqrt{3}}{2}mv$

ㄷ) $\Delta K=\frac{3}{16}mv^2$)

42. 그림 4-77과 같이 $\alpha=45°$인 경사면의 한 점 O에 드림선우에서 구를 처음속도없이 떨군다. 구와 경사면은 튐성충돌을 한다. OA=h일 때 A점에서 떨구면 두번 충돌하고 Q점에 이른다. 이제 OB 거리가 h의 몇배일 때 O점에서 충돌한 후 직접 Q점에 명중하겠는가?

(답. 3배)

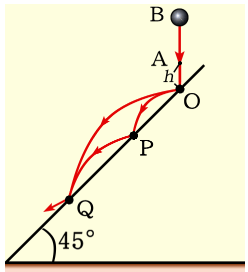


그림 4-77

43. 그림 4-78과 같이 질량이 꼭같은 3개의 구가 한 직선으로 매끈한 수평면우에 멎어있다. 구 A가 처음속도 v_0으로 B와 충돌한다. 매 구의 충돌결수가 $\frac{1}{2}$일 때 충돌후 3개 구의 마지막속도는 얼마인가?

(답. $v_A=\frac{13}{64}v_0$, $v_B=\frac{15}{64}v_0$, $v_C=\frac{9}{16}v_0$)

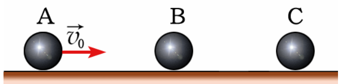


그림 4-78

제5장. 기체, 고체, 액체

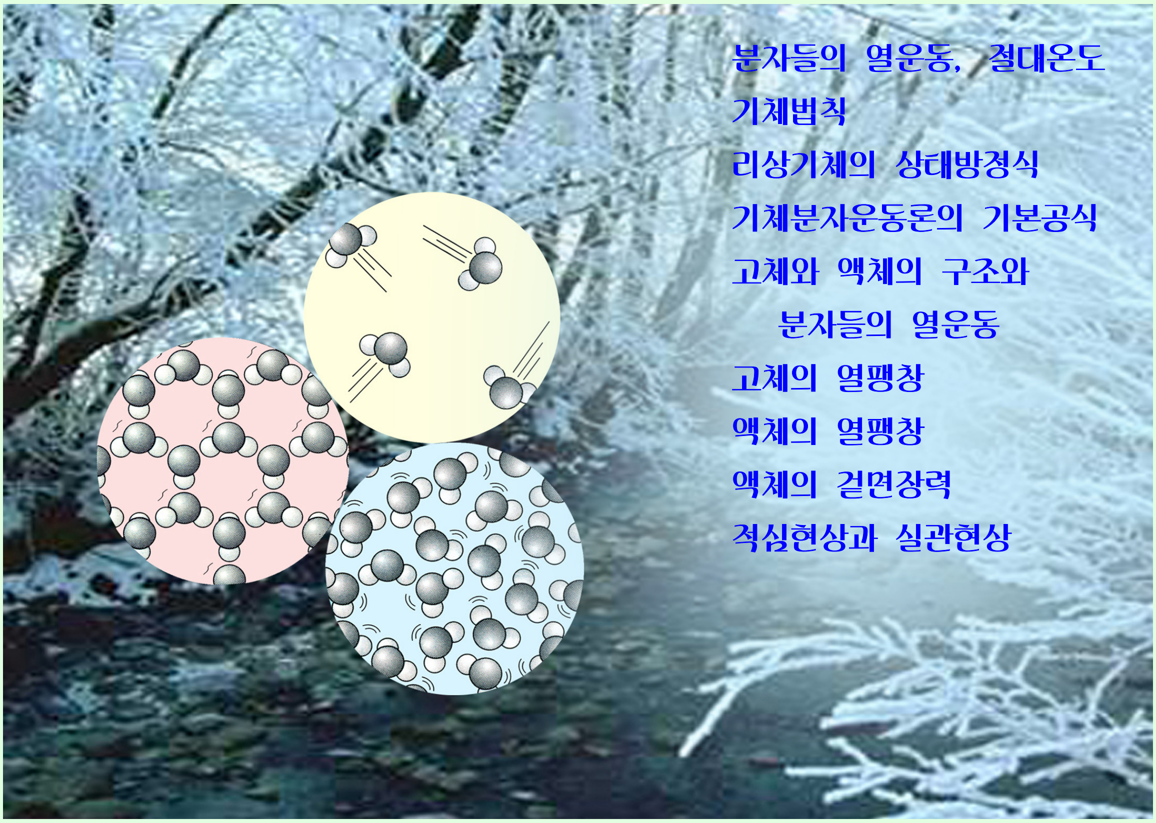
위대한 령도자 **김정일**원수님께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《원료와 연료, 동력문제를 푸는것은 오늘 우리 나라 경제발전에서 나서는 절박한 문제의 하나입니다.》

우리 나라의 원료와 연료에 기초하여 공업을 비롯한 인민경제 여러 부문을 발전시키는것은 인민경제를 현대화, 정보화하기 위한 근본요구의 하나이다.

물질의 구조와 그것을 이루는 분자, 원자들의 운동을 밝혀 물질의 성질을 알아내는것은 새로운 재료를 만들어내고 그 질을 높이는데 실제적인 도움을 주며 리론실천적으로도 중요한 의의를 가진다.

여기에서는 기체, 고체, 액체의 분자적구조와 열운동에 기초한 물질의 거시적성질들을 학습하게 된다.



제 1 절. 분자들의 열운동, 절대온도

분자들의 호상작용

분자들사이에는 끌힘과 밀힘이 작용한다.

※ 물질을 이루는 알갱이들은 분자, 원자, 이온들이지만 여기서는 간단히 분자라고 부르기로 하고 분자를 작은 구모양으로 보기로 한다.

분자들사이에 주고받는 호상작용 F는 분자들사이의 거리 r와 어떻게 관계되겠는가.

린접한 두 분자가 각각 끌힘과 밀힘이 비기는 평형자리에 놓여있을 때 두 분자사이의 거리를 **평형거리**라고 부른다. 보통 분자들사이의 평형거리는 수 10^{-10} m정도이다.

두 분자들사이의 거리가 평형거리 r_0만큼 떨어져 있을 때 분자들사이의 호상작용은 0으로 된다. 이때 분자들사이의 끌힘과 밀힘은 크기가 같다.(그림 5-1의 ㄱ)

두 분자들사이의 거리가 $r > r_0$일 때에는 호상작용이 끌힘으로 나타나고(그림 5-1의 ㄴ) $r < r_0$일 때에는 밀힘으로 나타난다.(그림 5-1의 ㄷ) 그러나 분자들사이의 거리가 수nm보다 클 때에는 호상작용이 충분히 약하므로 무시할수 있다.

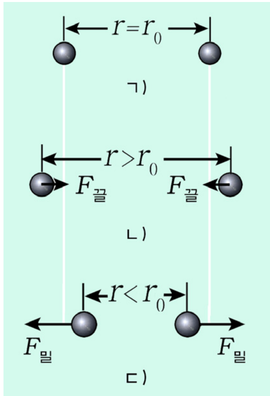


그림 5-1. 분자들사이의 호상작용

분자들사이의 호상작용의 거리에 따르는 변화를 그림 5-2와 같은 그라프로 표시할수 있다.

그라프에서 알수 있는것처럼 r가 증가함에 따라 밀힘은 급격히 감소하고 끌힘은 서서히 증가한다. 그리고 평형거리 r_0은 곧 분자의 크기를 나타낸다는것을 알수 있다.

이와 같이 <u>분자들사이의 호상작용은 분자들사이의 거리가 평형거리와 같을 때에는 령이고 평형거리보다 가까울 때에는 밀힘으로, 멀 때에는 끌힘으로 나타난다.</u>

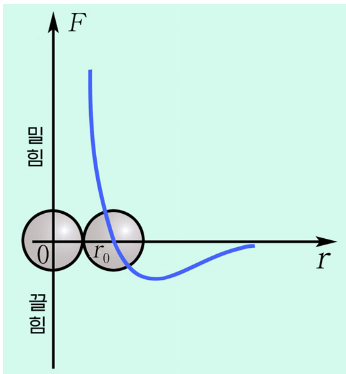


그림 5-2. 분자들사이의 거리에 따르는 호상작용곡선

생각하기 $r > r_0$일 때 r가 증가하면 끌힘과 밀힘가운데서 어느것이 더 빨리 작아지는가? 이때 호상작용은 어떻게 되겠는가?

분자들의 열운동

물체의 성질은 그것을 이루는 분자들의 운동에 관계된다. 그런데 브라운운동이나 확산현상을 통하여 알수 있는것처럼 분자들은 끊임없이 무질서하게 운동하며 온도가 높을수록 그 운동이 더 활발해진다.(그림 5-3)

이러한 분자들의 열운동을 무엇으로 나타내겠는가.

열운동속도. 물체를 이루는 알갱이들의 수는 엄청나게 많다. 그러므로 그 많은 분자들의 운동을 하나하나 따져서 물체의 성질을 결정할수 없다. 한편 물체를 이루는 매개 분자들의 운동속도는 계(분자들의 모임)의 상태를 표현하지 못한다.

때문에 대단히 많은 미시적(너무 작아서 눈에 보이지 않는)알갱이들의 모임으로서의 거시적(눈에 보이는)물체의 성질은 매개 미시적알갱이들의 운동상태가 아니라 그것들의 평균값에 의하여 나타나게 된다. 즉 매개 미시적알갱이들의 운동상태가 달라져도 평균값이 변하지 않으면 물체의 거시적상태가 변하지 않는다.

그러므로 거시적계의 성질은 미시적알갱이들의 운동의 평균값을 따져서 평가한다.

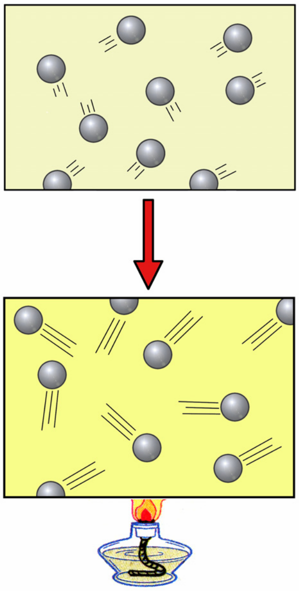


그림 5-3. 분자들의 열운동

이로부터 물체속에서 끊임없이 무질서하게 운동하는 매개 분자들의 각이한 속도의 평균값을 생각한다.

물체를 이루는 매개 분자들의 속도의 평균값을 **열운동속도**라고 부른다. 실례로 기체분자들의 열운동속도는 방안온도(20℃)에서 보통 수백m/s정도이다.

<u>분자들의 열운동속도는 온도가 높을수록 커진다.</u>

열운동에네르기. 물체를 이루는 매개 분자들의 속도가 각이하므로 그 매개 분자들의 운동에네르기도 각이하다. 그러므로 분자들의 각이한 운동에네르기도 평균값으로 나타낼수 있다.

물체를 이루는 매개 분자들의 운동에네르기의 평균값을 **평균열운동에네르기** 간단히 **열운동에네르기**라고 부른다.

참고 분자의 작용구와 작용반경

분자들사이의 호상작용은 그들사이의 거리가 조금만 멀어져도 급속히 감소하므로 10^{-9}m이상 넘으면 무시할수 있게 된다.

이로부터 어떤 한 분자를 중심으로 하여 호상작용이 미치는 최대거리를 반경으로 하는 구를 생각하면 이 구안에 중심이 있는 다른 분자들은 이 구의 중심분자에 작용을 미치지만 구밖에 중심이 있는 다른 분자들은 이 중심분자에 작용을 미치지 못한다고 볼수 있다.

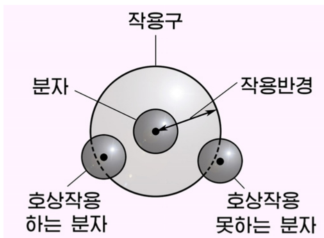


그림 5-4. 분자의 작용구와 작용반경

이러한 구를 **작용구**라고 부르며 이 작용구의 반경을 **작용반경**이라고 부른다.(그림 5-4)

질량이 m인 분자가 속도 v로 운동할 때 운동에네르기가 $mv^2/2$이므로 질량이 m인 분자들의 평균열운동에네르기는

$$\overline{\varepsilon_k} = \frac{m}{2}\overline{v^2}$$

으로 나타낸다.

분자들의 열운동에네르기는 온도가 높을수록 열운동속도가 커지므로 증가한다.

절대온도

온도는 차고 더운 정도를 나타내기 위하여 쓰이는 량이다. 온도를 표시하는 눈금에는 여러가지가 있다. 그가운데서 생활에 편리하여 오늘까지 널리 쓰이고있는것은 1741년에 스웨리예의 물리학자 셀씨우스가 제안한 셀씨우스온도눈금이다.

셀씨우스온도는 표준대기압(1.023×10^5Pa)에서 물이 어는 온도를 0℃로, 물이 끓는 온도를 100℃로 정하고 그사이를 100등분하였을 때 한 눈금값을 온도의 단위 1℃로 정하였다.

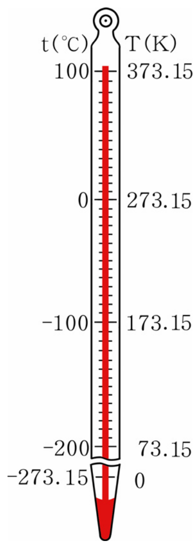


그림 5-5. 절대온도와 셀씨우스온도의 비교

기체의 온도를 계속 낮추면 어떻게 되겠는가.

분자들의 열운동은 온도가 높을수록 더욱더 활발해진다.

그러나 열운동하는 기체분자들의 온도를 계속 낮추어가면 분자들이 벽과 부딪치는 열운동이 점차 약해지다가 –273.15℃에서는 완전히 없어진다. 이로부터 온도는 분자들의 열운동정도를 나타내는 량이라는것을 알수 있다.

분자들의 열운동이 멎어버리는 온도보다 더 낮은 온도는 있을수 없다. 따라서 온도의 제일 낮은 한계는 –273.15℃이다.

※ 실지는 온도가 –273.15℃에 가까이 가면 기체가 액체나 고체로 되며 정확히 절대령도에는 도달할수 없다.

제일 낮은 온도인 –273.15℃를 령점으로 하고 온도눈금간격을 셀씨우스온도눈금과 같게 정한 온도를 **절대온도**라고 부른다.

절대온도 T와 셀씨우스온도 t사이의 관계는 다음과 같이 표시된다.(그림 5-5)

$T = t + 273.15$　　**절대온도와 셀씨우스온도사이의 관계식**

이때 $T=0$인 온도를 **절대령도**라고 부른다.

절대온도의 단위는 1K(켈빈)이다. 1K과 1℃의 온도간격은 같다.

※ 절대온도는 영국학자 켈빈이 1848년에 처음 받아들였으므로 단위의 기호는 그의 이름의 첫 글자 K로 표시하고 《켈빈》이라고 읽는다.



절대온도를 쓰면 무엇이 편리하겠는가?

문 제

1. 소금 1kg을 지구우의 전체 물에 푼 다음 1L를 그릇에 담으면 그속에 소금분자가 몇개 있겠는가? 지구우의 전체 물의 체적은 약 $1.5\times10^{18}\ m^3$이다. 소금의 몰질량은 58.5×10^{-3} kg/mol이고 소금 1mol속에는 아보가드로수만 한 소금분자가 들어있다.
2. 매우 작은 거울을 가는 줄에 매달아 가만히 놓을 때 흔들리는 운동은 공기가 성글수록 더 잘 나타난다. 왜 그런가?
3. 대기속에서 온도가 같을 때 산소분자가 빨리 운동하는가, 질소분자가 빨리 운동하는가?
4. 셀씨우스온도와 절대온도의 공통점과 차이점은 무엇인가?

제2절. 기 체 법 칙

우리가 공부하는 교실에는 공기가 차있다.

물체의 력학적운동상태를 자리와 속도로 나타낸다면 이 공기의 상태는 무엇으로 표시하겠는가.

공기를 이루는 기체분자들은 교실안의 사방으로 흩어져서 무질서하게 운동하면서 벽과 부딪친다. 그러므로 공기의 상태는 기체분자들이 운동할수 있는 공간(교실안의 크기)인 기체의 체적으로 표시할수 있다.

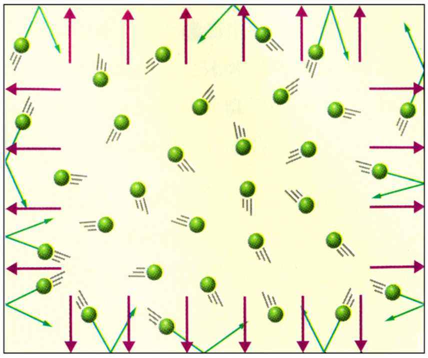


그림 5-6. 기체분자들의 충돌에 의한 압력

또한 공기분자들은 이 공간에서 무질서하게 자유로이 운동하면서 서로 부딪치기도 하고 교실의 벽에 부딪치기도 한다.(그림 5-6) 분자들이 벽에 부딪칠 때 하나하나의 분자가 벽을 때리는 힘은 비록 작고 순간적이지만 수많은 분자들이 끊임없이 부딪치기때문에 벽은 계속 큰 힘을 받는다. 이 힘들의 평균값에 의하여 기체의 압력이 나타난다.(그림 5-7)

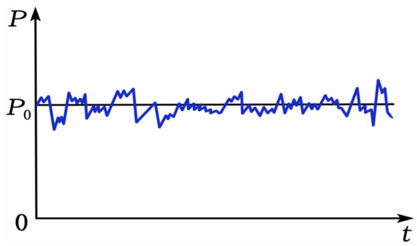


그림 5-7. 압력의 평균값

한편 공기의 상태는 기체분자들의 열운동에네르기와 관련되는 공기의 온도에 의해서도 특징지어진다.

기체의 체적과 압력, 온도를 **기체의 상태량**이라고 부른다.

기체의 상태량들가운데서 어느 하나의 량이 변하면 다른 량들도 변한다. 례를 들어 공기가 차있는 고무풍선을 더운 곳에 놓으면 그속의 공기의 온도가 높아지는 동시에 체적과 압력이 커져서 나중에는 터지게 된다.

기체의 상태는 마구 변하는것이 아니라 일정한 법칙에 따라서만 변한다. 기체의 세 상태량들의 변화를 동시에 따지는것은 복잡하므로 그가운데서 어느 하나의 량은 변하지 않는것으로 보고 다른 두개의 량이 서로 어떻게 변하는가를 따지는것이 편리하다.(그림 5-8)

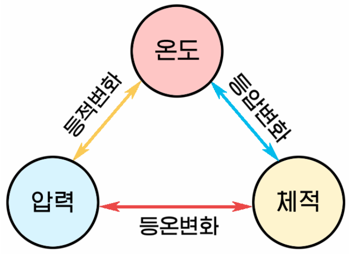
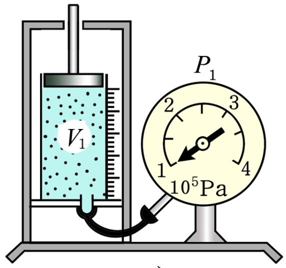


그림 5-8. 기체의 상태량과 그의 변화관계

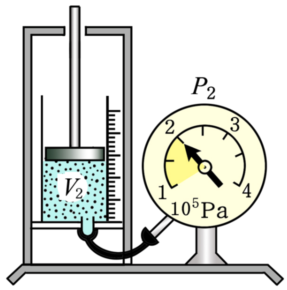
기체의 압력과 체적사이의 관계(등온변화)

기체의 온도가 일정할 때 압력과 체적사이에 어떤 관계가 있겠는가.

그림 5-9와 같이 기통에 련결된 압력계로 기통안의 기체의 압력을 재고 기통벽에 설치한 자로 기통안의 체적을 재면서 온도가 일정할 때 기체의 압력과 체적사이의 관계를 알아본다.



ㄱ)



ㄴ)

그림 5-9. 기체의 압력과 체적사이의 관계를 알아보는 실험

실험에서는 기체의 체적이 1/2, 1/3, 1/4, … 로 줄어들면 압력은 2, 3, 4,…배로 커진다는것을 보여준다.(그림 5-10) 즉 기체의 압력은 체적에 거꿀비례한다. 이 실험은 공기대신에 산소나 질소, 수소, 탄산가스 등과 같은 다른 기체로 실험하여도 같은 결과를 얻는다.

이로부터 온도가 일정할 때 기체의 압력과 체적을 곱한 값은 늘 일정하다는것을 알수 있다. 이것을 **보일-마리오트의 법칙(등온변화법칙)**이라고 부른다.

보일-마리오트의 법칙을 식으로 표시하면 다음과 같다.

$P_1V_1 = P_2V_2 =$일정　　**보일-마리오트의 법칙(등온변화법칙)**

※ 등온변화법칙은 1662년에 보일이 처음으로 발견하고 1676년에 마리오트가 독립적으로 다시 발견하였으므로 보일-마리오트의 법칙이라고 부른다.

보일-마리오트법칙을 그라프로 나타내면 그림 5-11과 같다.

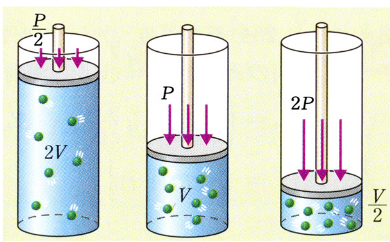


그림 5-10. 기체의 압력과 체적사이의 관계

온도가 일정할 때 기체의 체적을 줄이면 왜 압력이 커지는가.

기체분자들의 열운동속도는 온도가 변하지 않으

면 일정하다. 그러므로 분자 한개가 벽에 주는 평균 압력은 일정하다고 볼수 있다. 만일 체적이 줄면 기체분자들이 배여진다. 따라서 단위시간당 벽을 때리는 분자수가 늘어난다. 즉 압력이 커진다.

따라서 기체의 체적과 압력은 거꿀비례한다.

보일-마리오트법칙은 기체분자수밀도(단위체적당 기체분자수)가 작을 때에 잘 성립한다. 압력이 높아 기체분자수밀도가 커지면 잘 맞지 않는다. 실례로 공기의 압력이 수십MPa에 이르면 이 법칙이 정확히 성립되지 않는다.

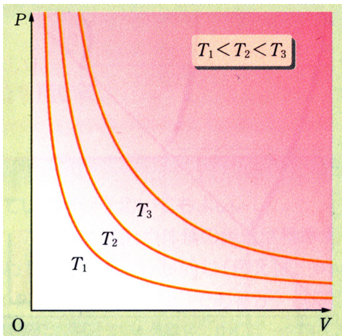


그림 5-11. 보일-마리오트법칙의 그라프표시(등온선)

기체의 체적과 온도사이의 관계(등압변화)

기체의 압력이 일정할 때 기체의 체적과 온도사이에 어떤 관계가 있겠는가.

그림 5-12와 같이 플라스크속의 기체의 온도를 온도계로 재고 기체의 체적은 플라스크의 마개에 꽂은 수평유리관속의 수은방울이 온도가 변할 때 움직이는 거리를 재여 구하는 방법으로 기체의 체적과 온도사이의 관계를 알아본다.

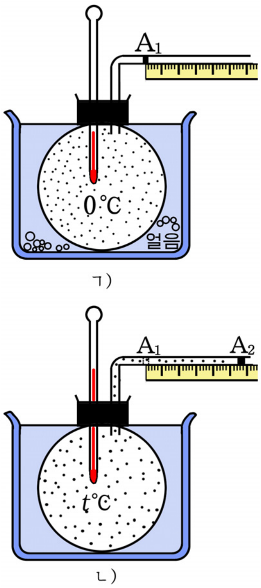


그림 5-12. 기체의 체적과 온도사이의 관계를 알아보는 실험

실험에 의하면 불어난 기체의 체적 $(V-V_0)$은 0℃때의 체적 V_0과 온도 t 에 비례한다.

즉 $$V-V_0=\alpha V_0 t$$

여기서 비례결수 α 의 값을 구하면 거의 모든 기체에 대하여 같은 값 $\alpha=\frac{1}{273}\mathrm{K}^{-1}$을 가진다. 이것을 **기체의 체적팽창결수**라고 부른다.

따라서 t℃일 때 기체의 체적은 다음과 같다.

$$V=V_0+\frac{V_0}{273}t=V_0\frac{273+t}{273}=V_0\alpha T$$

이로부터 압력이 일정할 때 기체의 체적은 절대온도에 비례한다는것을 알수 있다. 이것을 **게이 류사크의 법칙(등압변화법칙)**이라고 부른다.(그림 5-13)

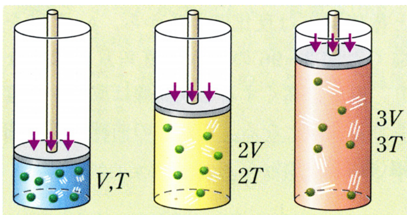


그림 5-13. 기체의 체적과 온도사이의 관계

게이 류사크의 법칙은 다음과 같이 표시할수 있다.

$$\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}$$ 게이 류사크의 법칙(등압변화법칙)

※ 등압변화법칙은 1802년에 프랑스학자 게이 류사크가 실험으로 발견하였으므로 게이 류사크의 법칙이라고 부른다.

게이 류사크의 법칙을 그라프로 나타내면 그림 5-14와 같다.

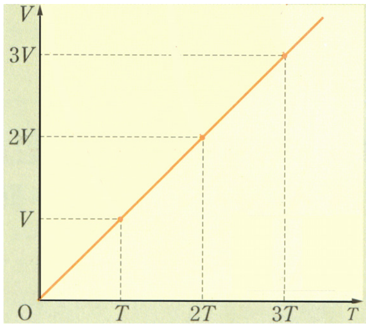


그림 5-14. 게이 류사크법칙의 그라프표시(등압선)

⚠ 게이 류사크의 법칙은 분자의 크기와 그들사이의 호상작용을 무시할수 있을 정도로 기체분자수 밀도가 작을 때 잘 성립한다.

생각하기 압력이 일정할 때 기체의 온도를 높이면 왜 체적이 커지겠는가?

기체의 압력과 온도사이의 관계(등적변화)

? 기체의 체적이 일정할 때 기체의 압력과 온도사이에 어떤 관계가 있겠는가.

그림 5-15와 같이 기체를 담은 그릇에 U자형압력계를 련결하고 물속에 잠근 다음 물을 가열하면서 체적이 일정할 때 기체의 압력과 온도사이의 관계를 알아본다.

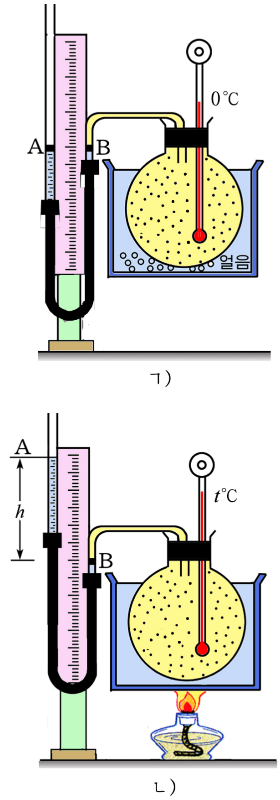


그림 5-15. 기체의 압력과 온도사이의 관계를 알아보는 실험

실험에 의하면 체적이 일정할 때 온도가 1℃ 높아지면 기체의 압력은 0℃ 때 압력의 1/273배만큼 커진다.

따라서 t ℃일 때 기체의 압력은 다음과 같다.

$$P = P_0 + \frac{P_0}{273}t = P_0\frac{273+t}{273} = P_0\alpha T$$

이로부터 체적이 일정할 때 기체의 압력은 절대온도에 비례한다는것을 알수 있다. 이것을 **샤의 법칙(등적변화법칙)**이라고 부른다.

샤의 법칙을 식으로 표시하면 다음과 같다.

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$ **샤의 법칙(등적변화법칙)**

※ 등적변화법칙은 1787년에 프랑스학자 샤이 실험으로 발견하였으므로 샤의 법칙이라고 부른다.

샤의 법칙을 그라프로 나타내면 그림 5-16과 같다.

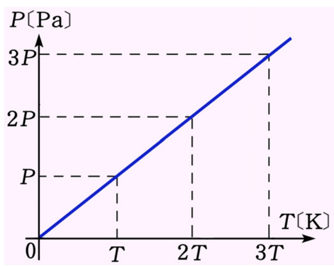


그림 5-16. 샤의 법칙의 그라프표시(등적선)

생각하기 체적이 일정할 때 기체의 온도를 높이면 왜 압력이 커지겠는가?

문 제

1. 병아구리에 깔때기를 꼭 붙인 상태로 액체를 부어넣을 때 그 병에 액체를 가득 채울수 없다. 왜 그런가?
2. 기체의 체적이 일정할 때 압력은 셀씨우스온도에 비례하는가, 절대온도에 비례하는가?
3. 웃끝이 열린 1m 길이의 유리관을 물속 10m 깊이에 거꾸로 넣었다. 물이 유리관속으로 얼마만한 높이까지 들어가겠는가?
4. 온도가 0℃인 강철통속에 압력이 10^6Pa인 산소가 들어있다. 기체의 온도가 -30℃까지 내려가면 압력이 얼마로 되겠는가?
5. 온도가 10℃인 기체의 체적이 4L이다. 압력이 일정할 때 기체의 온도를 -40℃까지 낮추면 체적은 얼마로 변하겠는가?

제 3 절. 리상기체의 상태방정식

리상기체

기체법칙들은 어떤 조건에서 잘 성립하는가.

보일-마리오트의 법칙(등온변화법칙)과 샤의 법칙(등적변화법칙)은 기체의 압력이 표준대기압에 비하여 그리 크지 않고 온도가 방안온도에 비하여 그리 낮지 않을 때 정확히 성립한다.

그러나 압력이 매우 높고 온도가 매우 낮으면 기체법칙들이 잘 맞지 않는다.

※ 실례로 질량이 일정한 헬리움기체의 압력을 1×10^5Pa로부터 500배로 높이면 체적은 1/500로 작아지는것이 아니라 1.36/500로 작아진다. 또한 압력을 1 000배로 더 높이면 체적은 1/1 000로 작아지지 않고 2.068/1 000로 작아진다.

기체법칙들이 압력이 높을 때 잘 맞지 않는것은 기체분자들이 크기를 가지고있고 또 분자들사이에 호상작용이 있기때문이다.

기체법칙들은 분자의 크기를 무시하고 그것들이 서로 부딪칠 때를 내놓고는 호상작용하지 않는다고 보아야 잘 맞는다.

분자들의 크기를 무시할수 있으며 또 그것들이 부딪치지 않으면 서로 힘을 주고받지 않는다고 볼수 있는 기체를 **리상기체**라고 부른다.

리상기체의 상태방정식

기체의 상태를 나타내는 상태량들인 압력, 체적, 온도가운데서 어느 하나의 량이 일정할 때 나머지 두 량들사이의 관계는 등온변화법칙(보일-마리오트법칙), 등압변화법칙(게이 류사크의 법칙), 등적변화법칙(샤의 법칙)에서 밝혔다.

이제 기체의 압력, 체적, 온도가 다 변할 때 이 세 상태량들사이에 어떤 관계가 있는가를 알아보자.

주어진 질량의 기체가 압력, 체적, 온도가 P_1, V_1, T_1인 첫 상태로부터 등압과정과 등온과정의 두 단계를 거쳐 P_2, V_2, T_2인 마지막상태로 변하였다고 하자.(그림 5-17)

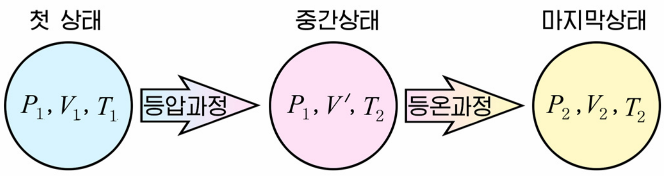


그림 5-17. 기체의 상태변화과정

기체가 첫 상태로부터 등압과정을 거쳐 중간상태로 변할 때에는 게이 류사크의 법칙이 성립한다. 즉

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V'}{T_2} \qquad (1)$$

다음 기체가 중간상태로부터 등온과정을 거쳐 마지막상태로 변할 때에는 보일-마리오트의 법칙이 성립한다. 즉

$$P_1 V' = P_2 V_2 \qquad (2)$$

식 1과 2로부터 다음과 같은 세 량들사이의 관계식을 얻는다.

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \quad \text{또는} \quad \frac{PV}{T} = C\ (\text{일정}) \qquad (3)$$

이와 같이 주어진 질량의 기체에서 압력에 체적을 곱한 값을 그 기체의 절대온도로 나눈 값은 기체의 상태가 변하여도 일정하다. 이 관계식을 **리상기체의 상태방정식**이라고 부른다.

리상기체의 상태방정식은 여러가지 기체에 대한 실험에서 검증되였다.

참고 기체분자운동론의 기본가정

기체분자운동론은 다음과 같은 기본가정에 기초하고있다.

첫째로, 기체분자들은 끊임없이 완전히 무질서한 운동을 한다.(매개 분자의 질량은 아주 작기때문에 그것들에 작용하는 중력의 영향은 무시한다.)

둘째로, 기체분자들은 서로 멀리 떨어져있으며 분자자체의 크기는 분자들사이의 거리에 비하여 무시할수 있다. 즉 분자들은 질점으로 볼수 있다.

셋째로, 분자들사이의 힘은 아주 작은 범위에서만 작용하며 따라서 분자들은 충돌할때를 제외하고는 서로 작용하지 않는다.

넷째로, 분자들사이의 충돌 및 분자와 그릇의 벽사이의 충돌은 튐성충돌이다.

이러한 가정으로 모형화한 기체가 바로 분자운동론적으로 본 리상기체이다.

※ 이 방정식은 임의의 기체에서 임의의 압력과 임의의 온도에서 어느 때나 정확히 성립하는것은 아니다. 수증기나 탄산가스처럼 액화되기 쉬운 기체물질에서는 높은 압력과 낮은 온도에서 이 방정식과 조금씩 어긋난다. 따라서 방정식 3을 리상기체의 상태방정식이라고 부르는것이다.

보통 압력과 높은 온도에서는 거의 모든 기체를 리상기체로 취급할수 있으므로 이 방정식을 적용할수 있다.

기체상수

식 3에서 C가 어떤 값을 가지는가를 살펴보자.

기체의 압력과 체적을 곱한것을 절대온도로 나눈 값은 상수이다. 1811년에 아보가드로는 표준상태(101.3kPa, 273K)에 있는 기체 1mol의 체적은 기체의 종류에 관계없이 꼭같이 22.4L/mol이라는것을 알아냈다. 이 값을 식 3에 넣으면 상수 C는 다음과 같이 된다.

$$C = R = \frac{1.013\times10^5\times22.4\times10^{-3}}{273} = 8.31\,[\mathrm{J/(mol\cdot K)}]$$

이 값을 **기체상수**라고 부른다.

따라서 모든 기체 1mol에 대한 리상기체의 상태방정식은 기체상수 R에 의하여 표시하면 다음과 같다.

$$PV_0 = RT \qquad \text{기체 1mol에 대한 리상기체의 상태방정식} \qquad (4)$$

질량이 m, 몰질량이 μ이면 체적이 $V = nV_0$으로서 물질량 $n = \frac{m}{\mu}$배만큼 크므로 이 경우 리상기체의 상태방정식은 다음과 같다.

$$PV = nRT = \frac{m}{\mu}RT \qquad \text{리상기체의 상태방정식} \qquad (5)$$

[례제] 내부체적이 450m³인 열기구를 177℃로 덥혀 띄우려고 한다. 이 열기구는 얼마만한 질량의 짐을 들수 있는가? 대기의 온도는 27℃이다.(그림 5-18)



그림 5-18

풀이방향. 열기구가 짐을 들고 뜰수 있는것은 열기구에 작용하는 뜰힘이 중력보다 큰 경우이다. 열기구안의 공기는 가열되면 압력을 대기압과 같게 유지할 때 팽창되면서 구멍을 통해 나가므로 열기구밖의 공기보다 밀도가 작아진다. 이때 열기구는 체적이 일정하다고 보면 가열하기 전과 후의 열기구속의 기체의 질량차만 한 질량의 짐을 들고 뜰수 있다.

풀이. 주어진것: $V=450\text{m}^3$, $P=1.013\times10^5\text{ Pa}$

$t_1=27^\circ\text{C}$, $T_1=300\text{K}$

$t_2=177^\circ\text{C}$, $T_2=450\text{K}$

$\mu=29\times10^{-3}\text{kg/mol}$

구하는것: Δm?

리상기체의 상태방정식으로부터 질량을 구하면

$$PV=\frac{m_1}{\mu}RT_1 \quad\rightarrow\quad m_1=\frac{PV\mu}{RT_1}$$

$$PV=\frac{m_2}{\mu}RT_2 \quad\rightarrow\quad m_2=\frac{PV\mu}{RT_2}$$

이로부터 질량차를 구하면

$$\Delta m=m_1-m_2=\frac{PV\mu}{R}\left(\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}\right)=$$

$$=\frac{1.013\times10^5\text{Pa}\times450\text{m}^3\times29\times10^{-3}\text{kg/mol}}{8.31\text{J/(mol}\cdot\text{K)}}\times\left(\frac{1}{300\text{K}}-\frac{1}{450\text{K}}\right)\approx176.7\text{kg}$$

답. 약 176.7kg

참고 기체의 질량이 변할 때의 리상기체상태방정식

기체의 질량이 변하면 물질량이 달라지므로 C의 값도 달라지게 된다. 식 5에서 질량이 m_1, m_2로 변했다면

$$P_1V_1=\frac{m_1}{\mu}RT_1, \qquad P_2V_2=\frac{m_2}{\mu}RT_2$$

두 식을 변변끼리 나누면 $\dfrac{P_1V_1}{P_2V_2}=\dfrac{m_1T_1}{m_2T_2}$

따라서 질량이 m_1로부터 m_2로 변할 때 리상기체의 상태방정식은 다음과 같이 된다.

$$\frac{P_1V_1}{m_1T_1}=\frac{P_2V_2}{m_2T_2}$$

문제

1. 다음의 공식들가운데서 어느 식이 리상기체의 상태방정식인가? 왜 그런가?

ㄱ) $\dfrac{P_1V_1}{T_1}=\dfrac{P_2V_2}{T_2}$, ㄴ) $\dfrac{P_1V_1}{t_1+273}=\dfrac{P_2V_2}{t_2+273}$, ㄷ) $\dfrac{P_1V_1}{t_1}=\dfrac{P_2V_2}{t_2}$

ㄹ) $P_1V_1=P_2V_2$ (T=일정), ㅁ) $\dfrac{V_1}{T_1}=\dfrac{V_2}{T_2}$ (P=일정), ㅂ) $\dfrac{P_1}{t_1}=\dfrac{P_2}{t_2}$ (V=일정)

2. 체적이 2m^3인 기체탕크에 1°C의 기체를 $5\times10^5\text{Pa}$로 채웠다. 압력이 $3\times10^5\text{Pa}$, 온도가 20°C로 되면 체적은 얼마로 되겠는가?

3. 15L의 체적을 가진 그릇속에 산소가 들어있다. 이 산소의 압력은 70kPa이고 온도는 20℃이다. 표준상태에서는 이 산소가 얼마만한 체적을 차지하겠는가?

제 4 절. 기체분자운동론의 기본공식

기체의 압력

기체의 압력은 수많은 분자들이 무질서한 열운동을 하면서 그릇의 벽에 충돌하기때문에 생긴다.

분자들의 열운동에 의하여 생기는 기체의 압력의 크기는 무엇에 관계되겠는가.

그림 5-19와 같이 변의 길이가 ℓ인 바른6면체속에 N개의 리상기체분자들이 들어있다고 하자. 기체분자들이 무질서하게 운동하므로 그중 한쪽 방향(x축방향)으로 운동하는 분자들의 개수는 N/3일것이다.

처음에 한개 분자가 면적이 S인 벽 A에 주는 힘덩이를 계산하자.

질량이 m이고 속도가 v_1인 분자 하나가 벽과 한번 충돌할 때 일어나는 운동량의 변화(벽에 주는 힘덩이)는 그림 5-19와 같이 분자가 벽과 튐성충돌을 한다고 보면 $mv_1-(-mv_1)=2mv_1$이다. 이때 분자가 벽과 수직으로만 충돌한다고 보았다.

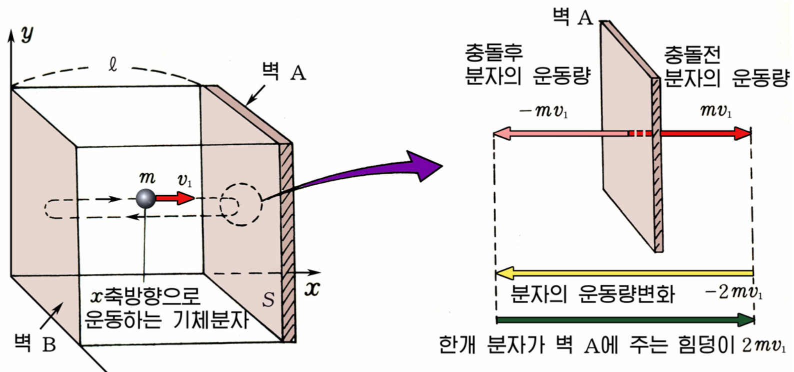


그림 5-19. 기체분자가 벽 A에 주는 힘덩이

※ 만일 분자가 임의의 각으로 벽과 충돌하여도 속도벡토르를 벽에 평행인 성분과 수직인 성분으로 나누어 생각할 때 평행인 성분은 벽에 압력을 주지 못하고 오직 수직성분만이 압력을 나타낸다.

분자 하나가 벽 A와 t시간동안에 충돌하는 회수는 분자가 벽 A와 마주한 벽 B사이로 한번 왔다가는 거리가 2ℓ이므로 $v_1t/2\ell$이다.

그러므로 하나의 분자가 t시간동안에 벽과 충돌할 때 일어나는 운동량의 변화는 벽에 주는 평균힘이 F_1일 때

$$F_1t=\frac{v_1t}{2\ell}\cdot 2mv_1=\frac{mv_1^2}{\ell}\cdot t$$

이다. 그러므로 $N/3$개의 분자들이 벽과 충돌할 때 주는 힘은

$$F=\frac{m}{\ell}\left(v_1^2+v_2^2+\cdots+v_{N/3}^2\right)=\frac{m}{\ell}\sum_{i=1}^{N/3}v_i^2$$

와 같다. 그런데 v_i^2 은 분자마다 다르므로 N/3개의 분자들에 대한 평균값을 생각하면

$$\overline{v^2}=\frac{v_1^2+v_2^2+\cdots+v_{N/3}^2}{N/3}=\frac{3}{N}\sum_{i=1}^{N/3}v_i^2$$

와 같다. 그러면 평균힘 $\overline{F}$ 는 다음과 같이 된다.

$$\overline{F}=\frac{m}{\ell}\cdot\frac{N}{3}\cdot\overline{v^2}$$

이 힘을 면적 S 로 나누면 그릇의 벽이 받는 압력은 분자수밀도가 $n=N/S\ell$ 이므로

$$P=\frac{\overline{F}}{S}=\frac{1}{3}\cdot\frac{N}{S\ell}m\overline{v^2}=\frac{1}{3}nm\overline{v^2}$$

이다. 여기서 분자들의 평균열운동에네르기가 $\overline{\varepsilon_k}=\frac{m}{2}\overline{v^2}$ 이므로 기체의 압력은 다음과 같다.

$$P=\frac{2}{3}n\overline{\varepsilon_k}$$ **기체분자운동론의 기본공식**

기체분자운동론의 기본공식은 기체의 압력이 기체의 분자수밀도가 클수록, 기체의 열운동에네르기가 클수록 크다는것을 의미한다.

분자들의 열운동에네르기와 온도사이의 관계

기체분자운동론의 기본공식으로부터 기체의 압력은 기체분자들의 열운동에네르기에 비례한다는것을 알수 있다. 그런데 기체속에서 성립하는 샬의 법칙에 의하면 기체의 압력은 절대온도에 비례한다.

그러면 기체분자들의 열운동에네르기는 절대온도에 어떻게 관계되겠는가.

기체분자운동론의 기본공식에 의하면 기체 1mol에 대하여

$$PV_0=\frac{2}{3}N_A\overline{\varepsilon_k} \qquad (1)$$

이다. 한편 기체 1mol의 리상기체상태방정식 $PV_0=RT$ 에 의하면

$$RT=\frac{2}{3}N_A\overline{\varepsilon_k} \qquad (2)$$

이로부터 기체분자들의 평균열운동에네르기를 구하면

$$\overline{\varepsilon_k}=\frac{3}{2}\frac{R}{N_A}T \qquad (3)$$

이다. 여기서

$$\frac{R}{N_A}=k \qquad (4)$$

를 **볼쯔만상수**라고 부른다. 여기에 기체상수 R =8.31J/(mol·K)와 아보가드로수(몰분자수) N_A= $6.02\times10^{23}\,\mathrm{mol}^{-1}$를 넣고 계산하면 볼쯔만상수는 다음과 같다.

$$k=1.38\times10^{-23}\ \mathrm{J/K}$$

볼쯔만상수를 리용하여 기체의 평균열운동에네르기를 표시하면 식 3으로부터

$$\overline{\varepsilon_k}=\frac{3}{2}kT \qquad (5)$$

이다. 즉 기체분자들의 <u>열운동에네르기는 절대온도에 비례한다</u>.

한편 분자들의 평균열운동에네르기는 $\overline{\varepsilon_k}=\frac{m}{2}\overline{v^2}$이므로 분자의 열운동속도를 구하면 $\frac{1}{2}m\overline{v^2}=\frac{3}{2}kT$ 로부터

$$\sqrt{\overline{v^2}}=\sqrt{\frac{3kT}{m}} \qquad (6)$$

이다. 이것을 분자의 **평균두제곱속도**라고 부른다.

이와 같이 기체의 열운동속도는 온도가 높을수록 크다. 그리고 T =0인 절대령도에 이르면 분자들의 열운동속도는 령이고 열운동에네르기가 령이므로 기체의 압력은 0이다.

이처럼 온도는 계의 거시적상태량으로서 계를 이루는 미시적알갱이들의 열운동에네르기에 의하여 결정되는 물리적량이다.

혼합기체의 압력

공기는 산소, 질소, 탄산가스 등 여러가지 기체로 이루어진 혼합기체이다. 따라서 대기압은 혼합기체의 압력으로서 산소, 질소, 탄산가스 등 여러가지 기체들에 의한 압력으로 이루어졌다고 말할수 있다.

? 그러면 이러한 혼합기체의 압력은 어떻게 되겠는가.

먼저 두가지 기체로 이루어진 혼합기체의 압력을 보자.

두가지 기체의 분자수를 각각 N_1, N_2이라고 하면 혼합기체의 분자수는 $N=N_1+N_2$이다. 이때 혼합기체의 온도가 같으면 두 기체의 열운동에네르기가 같으므로 혼합기체의 압력은 다음과 같다.(그림 5-20)

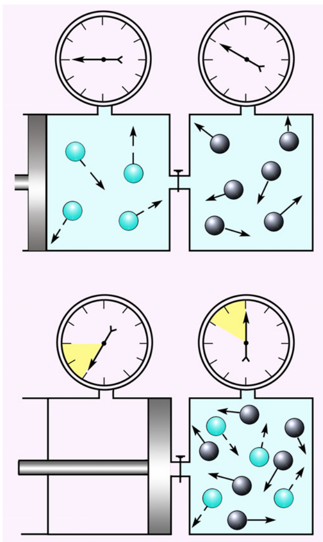


그림 5-20. 기체의 압력은 성분기체들의 분압의 합과 같다

$$P=\frac{2}{3}\frac{N}{V}\overline{\varepsilon_k}=\frac{2}{3}\frac{N_1}{V}\overline{\varepsilon_k}+\frac{2}{3}\frac{N_2}{V}\overline{\varepsilon_k}=P_1+P_2$$

여기서 오른변의 두마디는 각각 두 종류의 성분기체가 그릇을 홀로 채울 때의 압력 P_1, P_2과 같다. 이것을 성분기체들의 **분압**이라고 부른다.

이로부터 혼합기체의 압력은 성분기체들의 분압의 합과 같다. 이것을 **달톤의 법칙**이라고 부른다.

달톤의 법칙을 식으로 표시하면 다음과 같다.

$$P=P_1+P_2+\cdots$$ **달톤의 법칙**

[례제] 기체분자운동론의 기본공식으로부터 보일-마리오트의 법칙을 유도하여보아라.

풀이. 기체분자운동론의 기본공식에 의하면 $P=\frac{2}{3}\frac{N}{V}\overline{\varepsilon_k}$ 이므로 $PV=\frac{2}{3}N\overline{\varepsilon_k}$

여기서 N은 상수이고 온도가 일정하면 $\overline{\varepsilon_k}$ 도 일정하므로

$$PV=\text{일정}$$

즉 온도가 일정할 때 기체의 압력은 체적에 거꿀비례한다. 다시말하여 보일-마리오트의 법칙이 성립된다.

문 제

1. 체적이 8L인 그릇속에 헬리움분자 1.8×10^{23}개가 들어있다. 이때 헬리움기체의 압력이 93kPa이라면 분자들의 평균열운동에네르기는 얼마인가?
2. 공기분자 2.65×10^{23}개가 체적 1m^3속에 들어있다. 공기분자들의 평균열운동에네르기가 5.57×10^{-21}J이라면 공기의 압력은 얼마인가?
3. 27℃에서 수소분자의 평균두제곱속도는 얼마인가?
4. 기체분자운동론의 기본공식으로부터 리상기체의 상태방정식을 유도하여보아라.

제 5 절. 고체와 액체의 구조와 분자들의 열운동

고체의 구조와 분자들의 열운동

고체상태의 분자들은 액체보다도 더 밀집되여 분자들사이에는 센 끌힘과 밀힘이 작용한다. 고체분자들은 이 끌힘과 밀힘이 비기는 평형자리들에 머물러있으면서 진동만 한다. 그러므로 고체는 모양과 체적이 일정하다.

이러한 고체는 결정체와 무정형체의 두가지로 나눌수 있다.

결정체. 흔히 보는 고체물질가운데서 동, 석영, 운모, 명반, 소금, 류산동, 사탕, 맛내기 등은 모두 결정체이다.

그러면 제염소들에서 생산되는 소금은 어떻게 얻어지겠는가.

깨끗이 닦은 유리판우에 짙은 소금물방울을 떨구고 현미경으로 방울속을 들여다보면 시간이 지남에 따라 물분자들은 수증기로 날아나고 소금물의 농도가 커지면서 나중에 작은 소금알갱이들이 생겨나는것을 보게 된다.(그림 5-21)

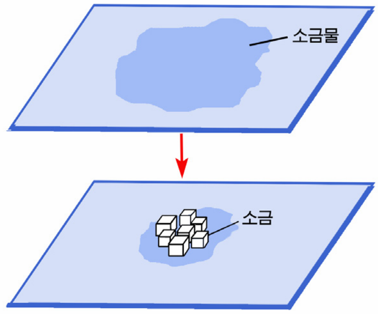


그림 5-21. 소금물에서 소금결정이 생겨난다

크기의 차이는 있지만 소금알갱이들은 어느것이나 다 바른6면체모양으로 자라난다.

물질을 이루는 알갱이(분자, 원자 또는 이온)들이 규칙적으로 배렬되여있는 고체를 **결정체** 간단히 **결정**이라고 부른다.

결정체는 모두 규칙적인 모양을 가지고있다.(그림 5-22)

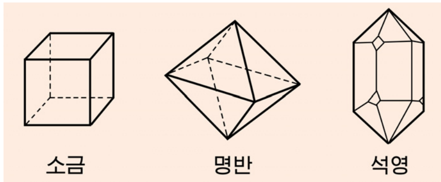
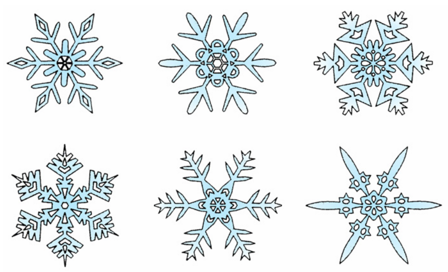


그림 5-22. 결정체의 모양

또한 그림 5-23과 같이 여러가지 눈모양의 얼음결정들도 바른6각형을 이룬다.


그림 5-23. 눈모양의 얼음결정

분자들이 결합되여 결정을 이룰 때 분자들은 호상작용의 자리에네르기가 최소로 되도록 배렬된다. 그런데 호상작용의 자리에네르기가 최소로 되는 배치는 분자들이 모두 평형자리들을 차례차례 채워나갈 때이다.(그림 5-24) 그러므로 분자들은 규칙적으로 배치된다.

그러면 결정체는 어떤 구조를 이루겠는가.

참고 결정의 여러가지 종류

결정체는 금속결정, 이온결정, 원자결정, 분자결정 등으로 나눈다.

금속결정-살창마디들에 양전기를 가진 원자(양이온)가 배치되여있고 원자에서 떨어져나온 자유전자들이 금속전체의 양이온들에 공동으로 소유되여 그들사이공간에서 무질서하게 기체처럼 떠돌아다닌다.

이온결정-살창마디들에 양이온과 음이온이 서로 번갈아 배치되여 전체적으로 중성이다.(례:NaCl) 이온들은 전기힘에 의하여 결합되여있다.

원자결정-살창마디들에 중성인 원자가 배치되여있는 결정이다.(례:금강석) 원자들은 공유결합힘에 의하여 결합되여있다.

분자결정-살창마디들에 분자가 배치되여있는 결정이다.(례:P_2O_5) 분자들은 분자들사이의 힘에 의하여 결합되여있다.

결정에서 3차원공간으로 일정한 간격을 두고 주기적으로 놓여있는 점들을 직선들로 련결한 살창을 **결정살창**(또는 **공간살창**)이라고 부른다.

그리고 결정살창에서 분자들이 놓이게 될 매개 점(끌힘과 밀힘이 비기는 평형자리)들을 **살창점** 또는 **살창마디**라고 부른다.

결정살창의 매 살창점들에 분자들이 놓인 구조 즉 결정을 이루고있는 분자들의 규칙적인 공간배렬상태를 **결정구조**라고 부른다.(그림 5-25)

결정살창은 결정의 골격을 표시하고 결정구조는 공간에 놓인 알갱이들의 배렬구조를 표시한다.

그리고 살창점에 놓인 분자들이 평형자리를 중심으로 진동하는 무질서한 운동(열진동)을 **살창진동**이라고 부른다.

결정살창은 《벽돌》들을 차곡차곡 쌓아올린 구조로 볼수 있다. 이때 벽돌의 역할을 노는 결정살창의 기본단위 즉 결정살창의 구조를 완전히 특징지을수 있는 가장 작은 결정살창요소를 **단위살창**이라고 부른다.

그러므로 단위살창이 공간에서 사방으로 주기적으로 반복배렬되면 결정살창이 이루어진다.(그림 5-26) 이때 단위살창의 모양과 크기를 특징짓는 그 세 모서리의 길이 a, b, c를 **살창상수**라고 부른다.

※ 살창상수에는 세 모서리의 길이 a, b, c 외에도 그것들이 이루는 각 α, β, γ도 포함된다.

그러면 결정체는 어떤 특성을 가지는가.

모든 결정은 그것이 어떤 조건에서 생겨나든지 관계없이 자기의 고유한 규칙적인 모양을 이루므로 결정살창의 모양을 보고도 어떤 물질(결정)인가를 알수 있다. 이때 결정에 따라 살창상수가 서로 다르다.

그리고 같은 결정에서도 방향에 따라 살창점들사이의 거리가 서로 다르다.(그림 5-27)

따라서 결정체에서는 분자들사이의 거리와 관련되여있는 열팽창, 열전도와 같은 물리적성질들이 방향에 따라 달라진다.

이처럼 물리적성질이 방향에 따라 달라지는 특성을 **비등방성(이방성)**이라고 부른다.

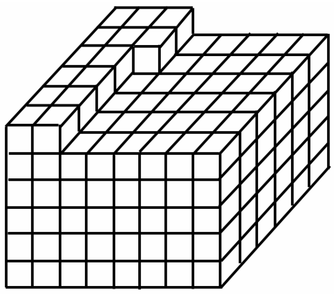


그림 5-24. 분자들이 평형자리들을 차례로 채워간다

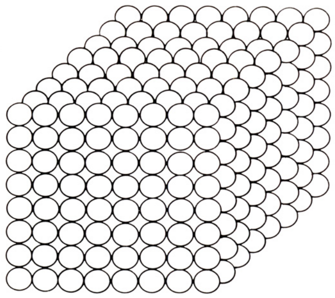


그림 5-25. 결정구조

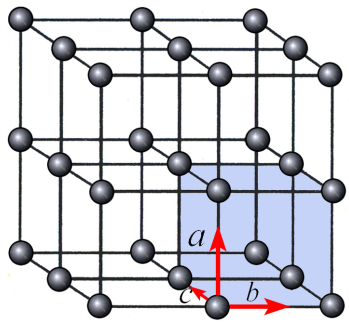


그림 5-26. 단위살창이 주기적으로 배렬되여 결정살창을 이룬다

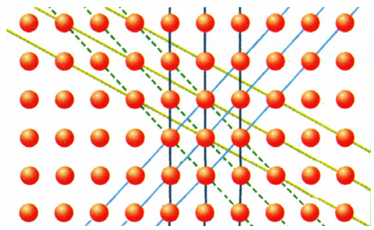


그림 5-27. 결정에서 방향에 따르는 분자들사이의 거리변화

이로부터 보통 결정체는 비등방성을 가진다는것을 알수 있다.

무정형체. 고체물질가운데서 유리, 밀랍, 송진, 력청, 고무 등은 모두 무정형체이다. 이런 물질들은 겉모양이 불규칙적일뿐아니라 현미경으로 보아도 규칙적인 결정살창모양을 가진 쪼각들을 찾아볼수 없다.

물질을 이루는 분자들이 불규칙적으로 배렬되여있는 고체를 **무정형체**라고 부른다.

무정형체에서는 분자들의 배렬에서 규칙성이 없으므로 방향에 따라 분자들사이의 평균거리가 달라지지 않는다. 즉 분자배렬이 무질서하므로 어떤 방향으로 보나 분자들사이의 평균거리가 다 같다. 그러므로 물리적성질이 방향에 따라 달라지지 않는다.

물리적성질이 방향에 따라 같은 성질을 **등방성**이라고 부른다.

이로부터 무정형체는 등방성을 가진다는것을 알수 있다.

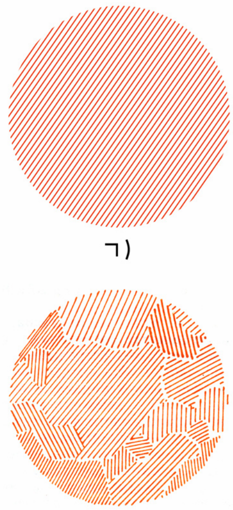
※ 무정형체는 조건에 따라 결정체로 될수 있다. 례를 들면 유리는 무정형체이지만 오랜 건축물의 창문유리에는 흔히 국부적인 결정상태가 나타난다. 연구결과에 의하면 거의 모든 재료는 충분히 빨리 랭각시킬 때와 충분히 낮은 온도에까지 랭각시킬 때 다 무정형체로 된다는것을 발견하였다.

단결정과 다결정. 결정체는 단결정과 다결정으로 나눌수 있다.

분자들이 질서정연하게 배렬되여 하나의 결정구조를 이루고있는 결정체를 **단결정**이라고 부른다.(그림 5-28의 ㄱ) 단결정은 그 전체가 하나의 규칙성에 의하여 결정구조를 이룬다.

그러나 수많은 단결정쪼각들이 서로 다른 방향으로 무질서하게 놓여 이루어진 결정체를 **다결정**이라고 부른다.(그림 5-28의 ㄴ) 다결정을 이루는 개개의 단결정쪼각안에서는 비등방성이 나타나지만 다결정전체에서는 등방성이 나타난다.

보통 조건에서 얻어지는 금속들은 모두 다결정이다. 뿐만아니라 거의 모든 광석들도 다 다결정이다.



ㄱ) ㄴ)

그림 5-28. 단결정과 다결정

액체의 구조와 분자들의 열운동

액체의 구조는 기체와도 류사하지만 고체의 구조에 더욱 가깝다. 액체에서는 분자들이 고체에서와 거의 같은 정도로 밀집되여있으므로 분자들사이의 거리가 가깝다. 그러므로 분자들사이에 센 끌힘과 밀힘이 작용하고있다.

그러나 액체에서는 고체에서와는 달리 결정구조가 가까운 거리(살창상수의 2~3배)이내에서만 나타나고 그이상 먼 거리에서는 나타나지 않는다. 다시말하여 액체의 구조는 좁은 범위에서 볼 때에는 질서가 있지만 넓은 범위에서 볼 때에는 질서가 없

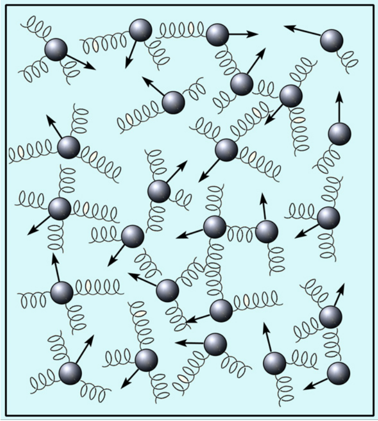
다.(그림 5-29)

이처럼 어떤 좁은 범위에서만 분자들이 규칙적으로 배렬되는 현상을 **근거리질서**라고 부른다.

그리고 근거리질서만 있는 결정구조를 **준결정구조**라고 부른다.

※ 이와 반면에 결정체에서 분자들은 전체적으로 규칙성이 보존되기때문에 결정체에서 분자들의 분포질서를 **원거리질서**라고 부른다.

이와 같이 액체에서 분자들은 순간순간 준결정구조를 이루고 평형자리에서 잠시 살창진동할뿐 끊임없이 평형자리를 옮기면서 떠돌아다닌다.


그림 5-29. 액체의 준결정구조

밖에서 액체에 힘을 주면 분자들이 힘방향으로 쏠리여 액체의 흐름이 생기지만 분자들이 센 끌힘으로 굳게 뭉쳐있으므로 체적은 변하지 않는다.

⚠ 무정형체도 액체와 같이 준결정구조를 가진다.

자료 액정(액체결정)

과학자들은 액체와 같이 흐르는 성질을 가지면서도 결정체와 같이 비등방성을 가지는 물질을 발견하였다. 이것을 **액정(액체결정)**이라고 부른다.

액정은 안식향산, 콜레스테릭이라는 물질에서 1988년에 처음으로 발견되였다.


그림 5-30. 콤퓨터의 액정표시판

액정에서 분자들은 결정체에서처럼 완전히 질서있게 배렬되지도 않고 보통 액체에서처럼 완전히 무질서하지도 않은 중간정도의 질서를 가지고 배렬되여있기때문에 액정은 물리적성질에서도 중간적인 성질을 두드러지게 나타낸다.

액정의 성질들가운데서 광학적성질이 많이 리용된다. 액정의 성질이 전압이나 자기마당의 영향에 따라 예민하게 변하는 특성을 리용하여 수자표시소자, 콤퓨터의 영상표시판 등을 만든다.(그림 5-30)

액정에 대한 연구는 계속되며 그 리용분야는 더욱더 넓어지고있다.



문 제

1. 결정체가 규칙적인 겉모양을 가지는것은 무엇때문인가?
2. 결정체와 무정형체의 같은 점과 다른 점은 무엇인가?
3. 보통 금속들은 결정체인데 왜 비등방성이 나타나지 않는가?
4. 무정형체를 왜 고체라고 하는가?
5. 액체와 무정형체의 공통점과 차이점은 무엇인가?

제 6 절. 고체의 열팽창

철길을 보면 레루와 레루사이에 틈이 있다.(그림 5-31) 이 틈을 왜 냈겠는가. 그것은 물체들이 열에 의하여 길이나 체적이 불어나기때문에 그에 의한 파괴작용을 막기 위해서이다.

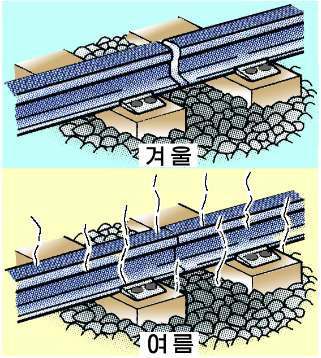


그림 5-31. 레루들사이에 틈이 있다

열에 의하여 물체의 길이나 체적이 불어나는 현상을 **열팽창**이라고 부른다.

고체에서의 열팽창을 길이팽창과 체적팽창으로 갈라서 보기로 하자.

고체의 길이팽창

공중에 늘여놓은 전기줄을 눈여겨 살펴보면 겨울에 팽팽하던것이 여름에는 축 늘어진다는것을 알수 있다.(그림 5-32)

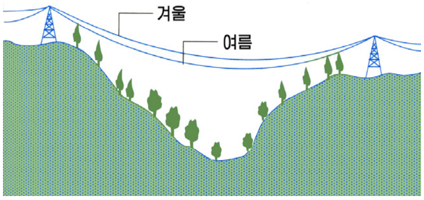


그림 5-32. 여름과 겨울의 전기줄

이것은 더워지면 전기줄의 길이가 늘어난다는 것을 보여준다.

전기줄뿐만아니라 철길이나 수도관, 난방관 등에서도 이런 현상이 나타난다. 가열하면 고체의 길이가 늘어나는 현상을 고체의 **길이팽창**이라고 부른다.

길이팽창이 무엇에 관계되겠는가.

실험에 의하면 온도가 0℃로부터 t℃로 올라갈 때 고체의 늘어난 길이는 0℃때 처음길이와 올라간 온도에 비례한다. 즉 0℃때 고체의 길이를 ℓ_0, t℃때 고체의 길이를 ℓ_t라고 하면 $\ell_t-\ell_0=\alpha\ell_0 t$

이 식에서 비례결수 α는

$$\alpha=\frac{\ell_t-\ell_0}{\ell_0 t} \qquad (1)$$

으로서 **길이팽창결수**라고 부른다. 길이팽창결수는 0℃ 때 길이가 1m인 고체의 온도를 1℃ 만큼 올릴 때 늘어난 길이와 같다.(그림 5-33)

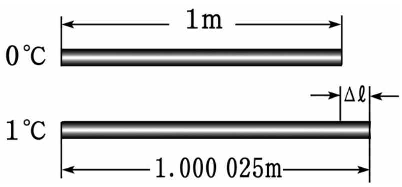


그림 5-33. 길이팽창결수의 의미

길이팽창결수의 단위는 $1K^{-1}$이다.

길이팽창결수는 고체의 종류에 따라 다르다.

몇가지 고체의 길이팽창결수

물질	$\alpha\ [\times 10^{-5}\mathrm{K}^{-1}]$	물질	$\alpha\ [\times 10^{-5}\mathrm{K}^{-1}]$
알루미니움	2.5	백금	0.9
은	1.92	웰프람	0.45
동	1.66	콩크리트	0.67~1.27
금	1.42	유리	0.8~1
철	1.2	벽돌	0.55
강철	1.1	사기	0.3
나무	0.3~0.5	에보나이트	5~8

식 1로부터 t℃때 고체의 길이는 다음과 같이 표시된다.

$$\ell_t = \ell_0(1+\alpha\cdot t) \quad \text{고체의 길이팽창} \tag{2}$$

※ 고체의 길이팽창은 α값이 작으므로 긴 고체에서만 나타나는 현상이다.

체적팽창

그림 5-34와 같이 가락지사이의 구멍으로 쉽게 빠지던 금속구를 가열하면 이 구멍으로 빠지지 못하고 걸린다.

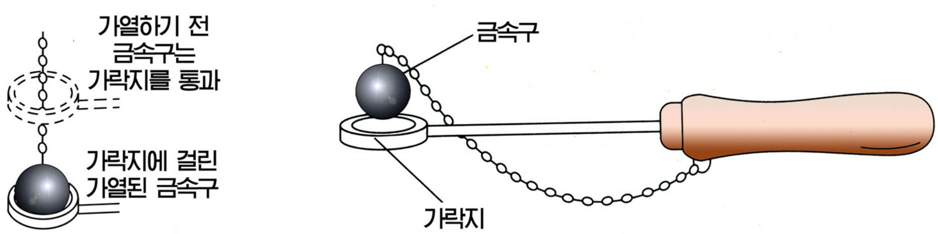


그림 5-34. 금속구를 가열하면 체적이 불어나 구멍에 걸린다.

이로부터 온도가 올라갈 때 고체의 길이뿐만아니라 체적도 불어난다는것을 알수 있다.

가열하면 고체의 체적이 불어나는 현상을 고체의 **체적팽창**이라고 부른다.

? 고체의 체적팽창이 무엇에 관계되겠는가.

실험에 의하면 온도가 0℃로부터 t℃로 올라갈 때 고체의 불어난 체적은 0℃때의 처음체적과 올라간 온도에 비례한다. 즉 0℃때 고체의 체적을 V_0, t℃때의 고체의 체적을 V_t라고 하면 $V_t - V_0 = \beta_{고} V_0 t$이다.

이 식에서 비례결수 $\beta_{고}$는

$$\beta_{고} = \frac{V_t - V_0}{V_0 t} \tag{3}$$

으로서 고체의 **체적팽창결수**라고 부른다. 체적팽창결수는 0℃때 체적이 1m^{3}인 고체의 온도를 1℃만큼 올릴 때 불어난 체적과 같다. 체적팽창결수의 단위도 1K^{-1}이다.

고체의 체적팽창은 모든 방향으로 길이가 불어나기때문에 생기는 현상이므로 $\beta_{고}$와 α 사이에는 다음의 관계가 있다.

$$\beta_{고} = 3\alpha \qquad (4)$$

이 관계식은 등방성을 띠는 무정형체나 다결정체에서만 성립된다. 비등방성을 띠는 결정체에서는 세 방향에 대한 길이팽창결수가 서로 다르기때문에 일반적으로 이 관계식을 쓸수 없다.

식 3으로부터 t℃ 때 고체의 체적은 다음과 같이 표시된다.

$$V_t = V_0(1+\beta_{고}t) \qquad \text{고체의 체적팽창}$$

고체의 열팽창은 왜 일어나는가.

고체의 매 결정살창의 마디(살창점)에 놓인 분자들은 살창점을 평형자리로 하여 살창진동을 한다. 이때 분자들사이의 거리가 평균거리보다 작아질 때에는 밀힘이 나타나고 커질 때에는 끌힘이 나타난다.

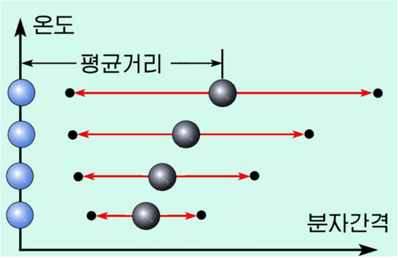


그림 5-35. 온도에 따르는 고체 분자들의 평균거리의 변화

온도가 올라가면 분자들의 살창진동이 세차지면서 진폭이 커지는데 이때 분자들이 가까와지면 밀힘이 급격히 커져 세게 밀지만 멀어지면 끌힘이 천천히 커지면서 약하게 당긴다. 그러므로 온도가 높아져서 진폭이 커지면 다가드는 거리보다 멀어지는 거리가 커져서 분자들사이의 평균거리가 증가한다. 이것이 전체적인 고체의 열팽창으로 나타난다.(그림 5-35)

고체의 열팽창의 리용

생활과 기술분야에서는 고체의 열팽창을 고려하거나 리용한다.

열팽창결수가 비록 보잘것 없이 작아도 열팽창에 의하여 고체가 늘어나려는 힘은 엄청나게 크므로 그에 의한 파괴작용을 고려하여야 한다.

그러므로 도로를 건설하거나 덩지 큰 건물을 지을 때 일정한 간격을 두며 철다리를 놓을 때에는 다리 량쪽을 다 고정시키지 않고 한쪽을 로라우에 설치한다.(그림 5-36)

그리고 뜨거운 물이나 기체를 나르는 수송관을 늘일 때에는 도중도중에 신축관(그림 5-37)을 설치한다.

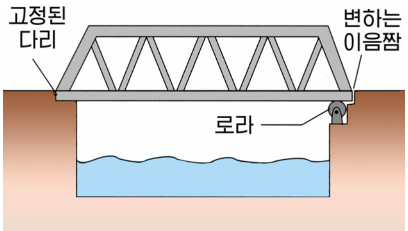


그림 5-36. 철다리의 한쪽 끝은 고정하지 않는다

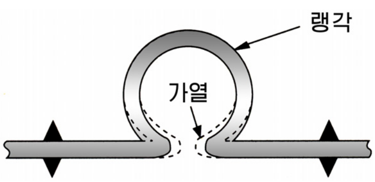


그림 5-37. 신축관

한편 고체의 열팽창을 리용하여 길이팽창결수가 서로 다른 물질로 쌍금속판(그림 5-38)을 만들어 온도를 측정(그림 5-39)하거나 자동조절(그림 5-40)한다.

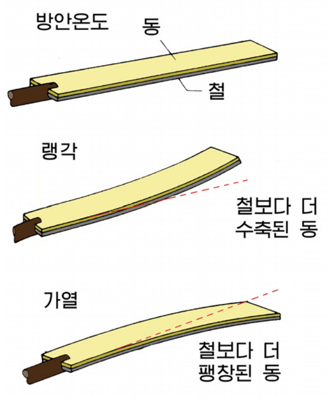


그림 5-38. 쌍금속

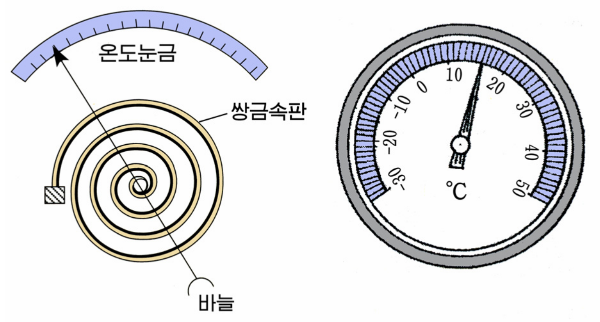


그림 5-39. 쌍금속판을 리용한 온도계

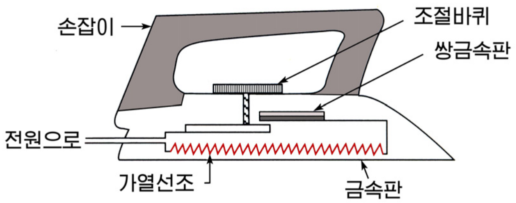


그림 5-40. 전기다리미에서
온도의 자동조절

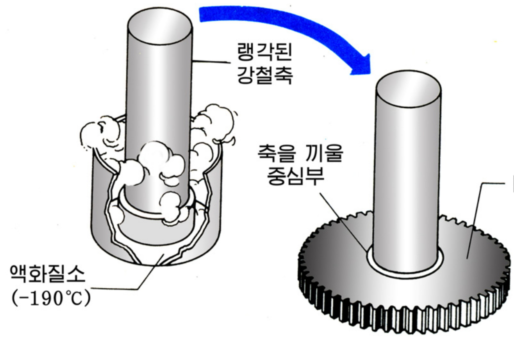


그림 5-41. 강철축과 바퀴의 조립

또한 강철축에 바퀴를 든든히 꽂아넣을 때(그림 5-41)와 차륜을 차바퀴에 씌울 때(그림 5-42)에도 고체의 열팽창을 리용한다.

문 제

1. 철판의 가운데에 뚫린 구멍은 철판을 가열할 때 커지겠는가, 작아지겠는가? 왜 그런가?
2. 고체의 길이팽창결수 α와 체적팽창결수 β사이의 관계식을 이끌어내보아라.
3. 그림 5-40에서 보여준 전기다리미에서 쌍금속판에 의한 자동온도조절의 원리를 설명하여라.
4. 그림 5-41과 그림 5-42에서와 같이 강철축과 바퀴를 조립할 때와 차륜과 차바퀴를 조립할 때 열팽창을 어떻게 리용하는가를 설명하여라.
5. 0℃때 강철의 체적이 100cm^{3}이였다. 온도가 20℃로 되였을 때의 체적을 구하여라.

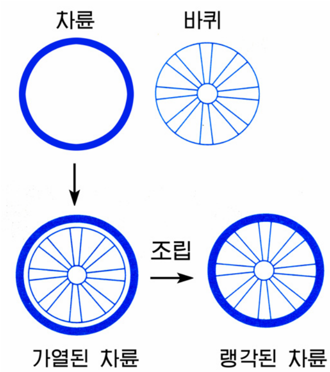


그림 5-42. 차륜과
차바퀴의 조립

제 7 절. 액체의 열팽창

액체의 체적팽창

몸온도를 재는 체온계는 액체의 열팽창을 리용하였다.(그림 5-43)

체온계의 유리구속에 들어있는 수은은 몸온도에 따라 불어나면서 유리관으로 올라가는 정도가 다르다. 이때 그 눈금값을 보고 몸온도를 측정한다.

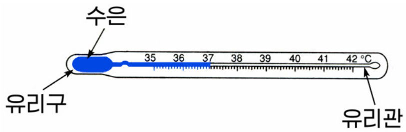


그림 5-43. 액체의 열팽창을 리용한 체온계

그러면 액체의 열팽창이 무엇에 관계되는가를 보자.

액체는 일정한 모양이 없으므로 길이팽창은 생각할수 없고 체적팽창에 대해서만 생각한다.

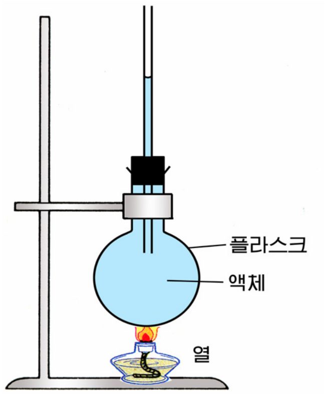


그림 5-44. 액체의 열팽창을 보여주는 실험장치

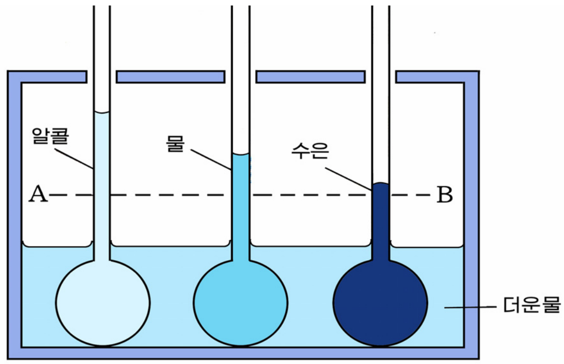


그림 5-45. 액체마다 열팽창 정도가 서로 다르다

그림 5-44와 같이 플라스크속에 액체를 넣고 가열하면 마개에 꽂은 유리관속으로 액체가 올라가는것을 볼수 있다.

만일 그림 5-45와 같이 꼭같은 3개의 플라스크속에 서로 다른 액체를 기준선 AB에 이르도록 각각 넣고 더운물속에 넣으면 올라가는 액체기둥의 높이들이 서로 다르다.

액체의 체적팽창은 고체의 체적팽창공식과 같은 공식으로 표시된다. 즉 t ℃때 액체의 체적은 다음과 같다.

$$V_t = V_0(1 + \beta_{\text{액}} t) \qquad \text{액체의 체적팽창}$$

액체의 체적팽창결수는 액체의 종류에 따라 다른 값을 가진다.

몇가지 액체의 체적팽창결수

액 체	$\beta_{액}$ 〔$\times 10^{-4}$ K^{-1}〕	액 체	$\beta_{액}$ 〔$\times 10^{-4}$ K^{-1}〕
물(5~10℃)	0.53	석 유	9.0
물(10~20℃)	1.5	수 은	1.82
물(20~30℃)	3.02	알 콜	11.0
물(30~60℃)	4.58	클로로포름	12.73

액체의 체적팽창결수(10^{-4}정도)는 고체의 체적팽창결수(10^{-5}정도)보다는 크고 기체의 체적팽창결수(10^{-3}정도)보다는 작다.

액체의 체적팽창은 왜 일어나는가.

액체분자들은 고체분자들과 마찬가지로 밀집되여있다. 그리고 먼 거리에서는 나타나지 않지만 가까운 거리(살창상수의 2~3배정도)에서는 결정구조를 이루고있다. 따라서 가열하면 고체에서와 마찬가지로 살창진동을 활발히 하면서 분자들사이의 평형거리가 멀어지는 결과에 체적팽창이 일어난다. 그런데 액체분자들은 쉽게 다른 자리로 이동하면서 진동을 하므로 고체에 비하여 체적팽창이 더 잘 일어난다.

즉 액체의 체적팽창결수가 고체에 비하여 크다.

액체의 열팽창을 리용하여 수은온도계와 알콜온도계를 만들어 쓰고있다. 이때 온도계의 눈금은 액체의 체적팽창이 온도에 비례하므로 같은 간격으로 새겨놓는다.

휘발유나 신나와 같은 액체를 밀페된 운반통에 넣을 때에는 액체의 열팽창을 고려하여 가득 채워넣지 말아야 한다.

자료 알콜온도계와 수은온도계의 차이점

알콜온도계는 알콜이 수은보다 더 낮은 온도에서 얼기때문에 수은온도계에 비하여 더 낮은 온도를 잴수 있다.

그리고 수은온도계는 수은이 알콜보다 더 높은 온도에서 끓기때문에 알콜온도계에 비하여 더 높은 온도까지 잴수 있다.

또한 알콜온도계는 알콜이 수은보다 체적팽창결수가 크므로 눈금간격을 수은온도계보다 크게 할수 있어 온도측정을 더 정확히 할수 있다.



물의 열팽창특성

일반적으로 액체는 더워지면 계속 팽창되지만 물은 다른 액체들과 달리 온도가 높아질 때 체적이 계속 커지지 않는다.(그림 5-46) 즉 체적이 0~4℃ 구간에서 오히려 줄어들다가 4℃에서 제일 작아지고 그다음부터 다시 커진다. 때문에 물은 0~4℃ 구간에서 가열하면 수축하고 랭각하면 팽창된다.

이로부터 물은 온도가 높아질수록 밀도가 작아지는 다른 액체들과는 달리 0~4℃ 구간에서 밀도가 커져서 4℃에서 최대로 되며 그 이상에서는 다시 점점 작아진다.(그림 5-47)

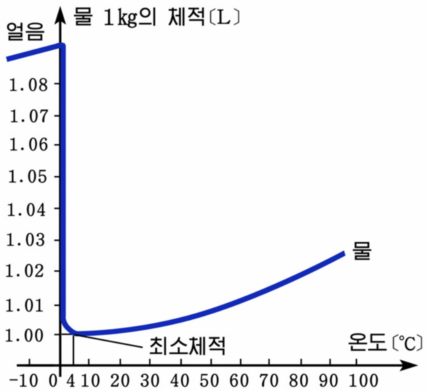


그림 5-46. 온도에 따르는
물 1kg의 체적변화

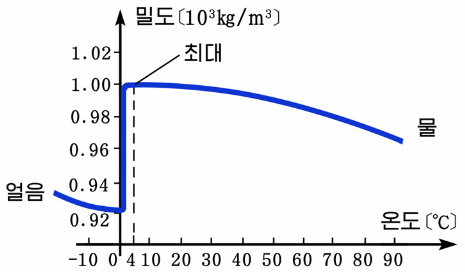


그림 5-47. 물의 밀도는
4℃에서 최대이다

왜 물은 열팽창이 다른 액체들과 다른 특성을 가지는가.

그것은 물이 온도가 0℃로 낮아져 얼음결정을 이룰 때 그림 5-48의 ㄱ와 같이 빈 공간이 많이 생기는 결정구조가 되기때문이다.

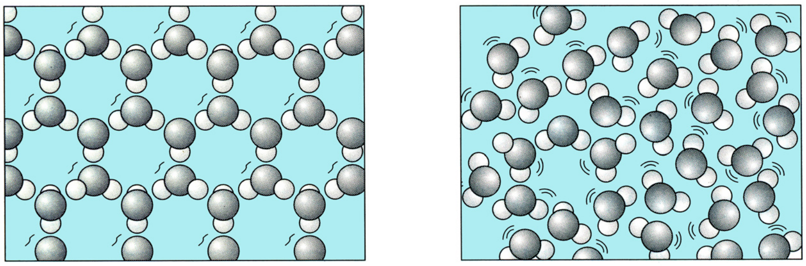


그림 5-48. 얼음결정의 구조

물의 온도가 올라가 0℃에 이르러 얼음이 녹을 때 이 결정구조는 일부 허물어지면서 물분자들은 그림 5-48의 ㄴ와 같이 보다 빽빽히 밀집된다. 온도가 4℃에 이르면 물분자들은 최대로 빽빽해져서 밀도가 최대로 된다.

온도가 4℃이상으로 올라가면 물은 보통의 액체들과 마찬가지로 물분자들의 살창진동의 진폭이 커지면서 체적이 증가한다. 즉 밀도가 다시 작아진다.

물의 이러한 특성으로 하여 대기온도가 0℃이하로 낮아졌을 때 호수나 늪의 물속에서는 대류현상이 일어나지 않고 밀도가 제일 큰 4℃의 물이 강바닥에 머물러있어 물고기들이 헤염쳐다니고 물웃면은 꽁꽁 얼어붙는다.(그림 5-49)

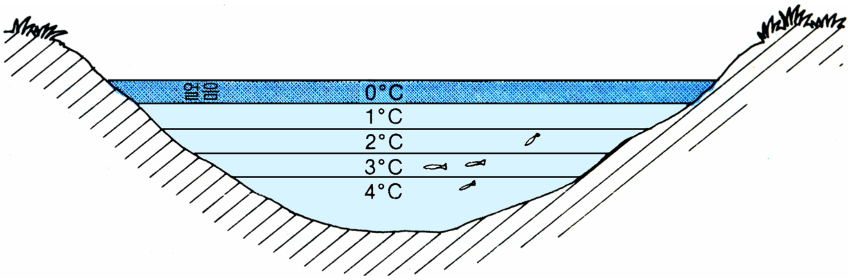


그림 5-49. 결면이 얼어붙은 호수의 물온도

기체의 열팽창은 게이 류사크의 법칙(등압변화법칙) $V_t = V_0(1+\alpha t)$ 에 따라 일어난다. 여기서 기체의 체적팽창결수값 $\alpha = 1/273$ 은 기체의 종류에 관계되지 않는다. 기체의 온도를 높이면 기체분자들의 운동이 활발해져 그것들이 벽에 보다 세게 부딪치므로 압력이 커진다. 그러므로 일정한 압력을 유지하자면 온도를 높일 때 체적이 팽창되여야 한다.

문 제

1. 열팽창의 크기가 왜 고체보다 액체에서 큰가?
2. 뜨거운 물이 가득 담겨진 플라스크안에 마개를 통하여 가는 유리관을 꽂았다.(그림 5-50) 플라스크를 찬물속에 넣으면 관안에서 액면이 어떻게 되겠는가를 다음의 대답들가운데서 찾아보아라. 왜 그런가?
   ㄱ) 내려간다.
   ㄴ) 올라간다.
   ㄷ) 먼저 올라간 후에 내려간다.
   ㄹ) 먼저 내려간 후에 올라간다.
3. 온도가 20℃일 때 알콜이 저장통에 $30m^3$ 들어있다. 온도가 -20℃로 내려갔을 때 체적을 구하여라.

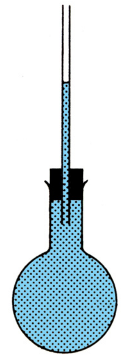


그림 5-50

4. 최초의 질량의 원기는 4℃의 물 1L의 질량으로 규정하였다. 왜 질량의 원기를 규정할 때 물의 온도를 지적하겠는가?

제 8 절. 액체의 겉면장력

겉면장력

수도에서 물이 방울지어 떨어지는 모양을 보자.(그림 5-51)

목이 가늘어지면서 길어지다가 잘리운 다음 구모양으로 되여 떨어진다. 물우에 뜬 기름방울이나 책상면우에 놓인 수은방울을 보아도 구모양이거나 그에 가까운 모양을 이룬다.(그림 5-52)

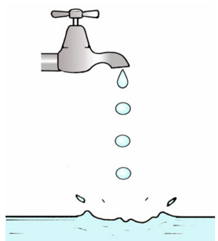


그림 5-51. 수도꼭지에서 떨어지는 물방울

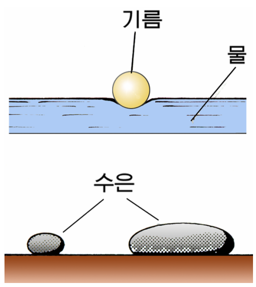


그림 5-52. 액체방울의 모양

왜 물은 방울모양을 이루겠는가.

액체의 속에 있는 분자와 액체의 겉면에 있는 분자가 그 둘레의 분자들과 어떻게 호상작용을 하는가를 따져보자.(그림 5-53)

액체속에 있는 분자는 사방으로 둘러싸여있는 분자들로부터 받는 끌힘이 서로 비

기여 지워지므로 총체적으로 아무런 힘도 받지 않는 평형상태에 있게 된다.

그러나 액체겉면에 있는 분자는 우로는 공기분자들만 있으므로 작용하는 힘이 거의 없고 옆둘레와 아래 분자들이 작용하는 끌힘이 합쳐져 결국 액체속으로 끌리우는 힘을 받게 된다. 이 힘때문에 액체겉면의 분자들은 액체속으로 끌려들어가는 힘을 받는다.

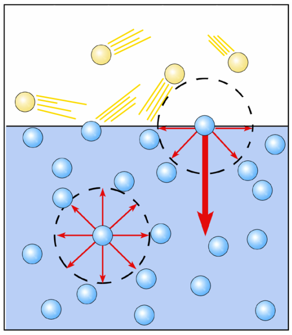


그림 5-53. 액체의 속에 있는 분자와 겉면에 있는 분자가 둘레의 다른 분자들로부터 받는 힘

따라서 액체겉면의 분자수가 작아지게 되며 분자들사이의 거리가 멀어지게 된다.

분자들사이의 거리가 멀어지면 밀힘보다 끌힘이 커져 분자들은 서로 더 세게 끌리우게 되는데 이때문에 액체겉면은 늘어난 고무막처럼 팽팽해지면서 겉면의 면적을 줄이려는 힘을 주고받는다. 이런 힘이 작용한다는것을 그림 5-54와 같은 실험을 통하여서도 알수 있다. 그림 5-54의 ㄱ와 같이 쇠줄고리에 직경보다 긴 실을 늘여 붙이고 비누물막을 입힌 다음 한쪽을 송곳끝으로 터뜨리면 실이 한쪽으로 팽팽해진다. 그림 5-54의 ㄴ와 같이 쇠줄고리에 실고리를 놓고 비누물막을 입힌 다음 실고리의 한복판을 송곳끝으로 터뜨리면 실고리가 둥근 원둘레모양을 이룬다.

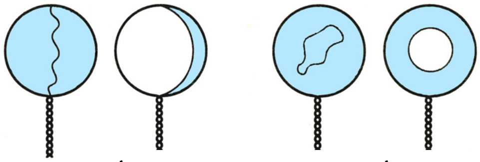


그림 5-54. 액체에 겉면장력이 작용한다

이것은 터뜨리지 않은쪽의 비누물막이 면적을 줄이면서 실을 당겼기때문이다.

이처럼 액체분자들이 액체의 겉면적이 가장 작게 되도록 서로 당기는 힘을 **겉면장력**이라고 부른다.

<u>겉면장력은 액체겉면이 팽팽하게 켕기는것으로 하여 겉면의 가장자리(경계선)에서 겉면적을 줄이는 방향으로 나타나는 힘이다.</u>

겉면장력의 크기와 방향

❓ 겉면장력의 크기는 무엇에 관계되는가.

실 험

○ 그림 5-55와 같이 쇠줄테우에 이동할수 있는 쇠줄 AB를 올려놓고 비누물막을 입힌다.
○ 쇠줄 AB의 가운데에 측력계를 걸고 당기면서 측력계의 눈금을 측정하여 겉면장력의 크기를 알아본다.
○ 쇠줄 AB의 길이를 변화시키면서 같은 방법으로 겉면장력의 크기를 알아본다.

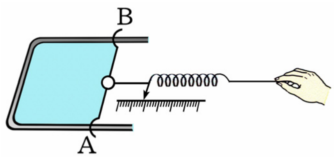


그림 5-55. 겉면장력의 크기를 알아보는 실험

실험을 통하여 걸면장력의 크기는 액체걸면의 가장자리의 길이에 비례한다는것을 알수 있다.

$$F = \alpha \cdot \ell$$ **걸면장력**

여기서 비례결수 α 는 액체걸면의 경계선의 단위길이마다에 작용하는 걸면장력으로서 **걸면장력결수**라고 부른다. 걸면장력결수의 단위는 1N/m이다.

걸면장력결수는 액체의 종류에 관계되며 또 온도에 관계된다.

몇가지 액체의 걸면장력결수

액체	온도〔℃〕	걸면장력결수〔$\times 10^{-2}$N/m〕
물	10	7.4
비누물	20	4.0
알콜	20	2.2
에테르	25	1.7
수은	20	47

온도에 따르는 물의 걸면장력결수

온도〔℃〕	걸면장력결수〔$\times 10^{-2}$N/m〕	온도〔℃〕	걸면장력결수〔$\times 10^{-2}$N/m〕	온도〔℃〕	걸면장력결수〔$\times 10^{-2}$N/m〕
0	7.56	18	7.31	24	7.21
5	7.48	20	7.28	25	7.19
10	7.4	21	7.26	26	7.18
15	7.35	22	7.24	28	7.15
16	7.33	23	7.23	30	7.12

참고 액체의 걸면층과 걸면에네르기

액체의 걸면에서 액체분자를 걸면에 수직인 방향으로 액체속으로 끌어당기는 힘이 미치는 분자의 작용반경만 한 두께의 층을 **액체의 걸면층**이라고 부른다.(그림 5-56)

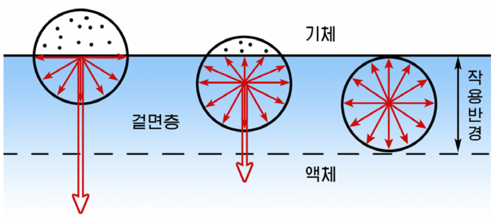


그림 5-56. 액체의 걸면층

액체의 걸면층에 있는 분자들은 마치나 중력을 이기고 높이 올라간 물체가 자리에네르기를 가지는것처럼 액체속에 있는 분자들보다 보충적인 에네르기를 더 가지게 되는데 이 에네르기를 **걸면에네르기**라고 부른다.

걸면에네르기는 걸면적이 클수록 걸면층의 분자개수가 많아지므로 걸면의 면적에 비례한다. 즉 $E = \alpha S$ 이다.

액체는 걸면적이 최소일 때 걸면에네르기가 최소로 되여 가장 안정한 상태를 이룬다.

❓ 결면장력은 어떤 방향으로 향하겠는가.

그림 5-57과 같은 실험에서 실이 팽팽해지는것을 보면 결면장력은 결면의 가장자리에 수직이라는것을 알수 있다.

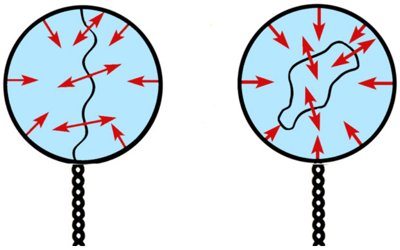


그림 5-57. 결면장력은 가장자리에 수직방향으로 향한다

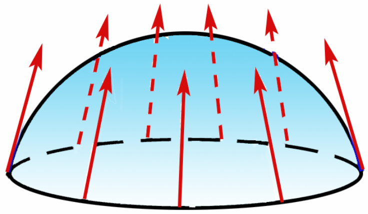


그림 5-58. 결면장력은 결면에 접선방향으로 향한다

그림 5-58과 같이 액체막이 평면이 아니라 곡면(구면)을 이룰 때 결면장력은 가장자리에 수직이면서도 결면에 접선방향으로 향한다. 이때 결면적을 줄이는 방향(그림 5-58에서 우로 향하는 방향)으로 향한다.

이와 같이 결면장력은 액체결면의 가장자리에 수직이면서 결면의 접선방향으로, 결면적을 줄이는 방향으로 향한다.

결면장력의 리용

가는 관을 따라 흘러내리는 물이 방울지어 떨어지는것은 결면장력때문이다. 관끝에 맺힌 물방울이 떨어지는것을 억제하는 힘은 결면장력이다. 물방울이 점점 커져서 중력이 결면장력보다 커지면 물방울은 떨어진다. 물의 온도가 일정하면 떨어지는 물방울들의 질량은 꼭 같다. 이러한 현상은 유리공장에서 병을 만들 때 리용하는데 유리를 녹이는 로의 온도를 일정하게 유지하면 매번 같은 질량의 유리물이 유리그릇 형타에 떨어지게 된다.

물에 기름을 타면 결면장력이 줄어들고 소금을 타면 늘어나는 성질을 비누제조공업에 리용한다. 비누물에 소금을 타면 물과 비누사이에 심한 결면장력의 차가 조성되면서 비누분자들이 결면에 밀려나와 엉기게 되므로 쉽게 용액에서 비누를 분리해낼수 있다.

두부물에 서슬을 쳐서 순두부가 생기게 하는것도 이와 같은 리치이다.

액체의 결면장력때문에 소금쟁이와 같은 곤충들은 물면우에서 뛰여다니거나 물면우에 머물러있어도 빠지지 않는다.(그림 5-59)

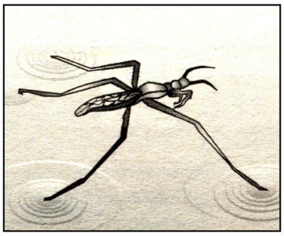


그림 5-59. 소금쟁이가 물에 빠지지 않는다

또한 그물눈이 매우 빽빽한 채에서 결면장력결수가 큰 액체는 압력이 그리 크지 않은 경우에 흘러내리지 못하고 고인다.

같은 리유로 하여 천막이나 우산은 천의 실오리사이의 간격이 있지만 비물을 막아준다.

문 제

1. 그릇에 물을 담고 그 물면우에 기름을 바른 바늘을 가만히 올려놓아보아라. 왜 바늘이 가라앉지 않고 떠있는가?(그림 5-60)

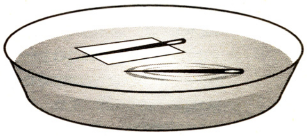


그림 5-60

2. 온도가 높을수록 겉면장력결수가 작아지는것은 무엇때문인가?
3. 어떤 기계기름의 겉면장력결수를 재기 위하여 내경이 0.5mm인 실관속으로 기계기름을 떨군다. 이때 떨어지는 방울 600개의 무게가 0.029 4N이였다면 기름의 겉면장력결수는 얼마이겠는가?

제 9 절. 적심현상과 실관현상

적심현상

물은 종이나 나무는 적시지만 파라핀(양초)은 적시지 못한다. 그리고 물은 유리를 적시지만 수은은 유리를 적시지 못한다.(그림 5-61)

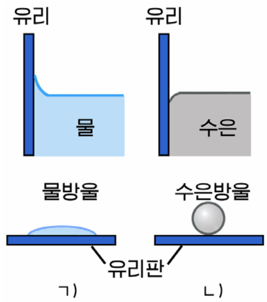


그림 5-61. 적심현상

액체가 고체를 적시는가, 적시지 못하는가 하는것은 액체분자와 고체분자사이의 끌힘이 액체분자들사이의 끌힘에 비해 큰가, 작은가 하는데 따라 생기는 현상이다.

고체분자와 액체분자사이의 끌힘이 액체분자들사이의 끌힘보다 커서 고체에 액체가 묻어나는 현상을 **적심현상**이라고 부른다.

그림 5-62와 같이 그릇벽 가까이에 있는 액체분자 A에 미치는 다른 액체분자들로부터의 끌힘을 F_1, 고체분자들로부터의 끌힘을 F_2 이라고 할 때 $F_1 < F_2$ 이면 액체는 고체를 적시며 $F_1 > F_2$ 이면 적시지 않는다.

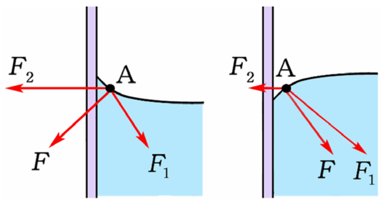


그림 5-62. 오목면과 볼록면

$F_1 < F_2$ 일 때 합력 F 는 그릇벽(고체)쪽으로 향하므로 그릇벽 가까이에서 액체겉면은 이 힘에 수직으로 되면서 오목면을 이룬다.

$F_1 > F_2$ 일 때 합력 F 는 액체쪽으로 향하므로 그릇벽 가까이에서 액체겉면은 볼록면을 이룬다.

적심현상은 적심각으로 평가한다. 액체겉면에 그은 접선과 고체겉면과의 액체가

있는쪽의 각을 **적심각**이라고 부른다.(그림 5-63)

이 적심각에 의하여 적시는 경우와 적시지 않는 경우를 표시하면 그림 5-64와 같다.

$\theta<\frac{\pi}{2}$ 일 때 액체가 고체를 적시며

$\theta>\frac{\pi}{2}$ 일 때 적시지 않으며

$\theta=\pi$ 일 때 완전히 적시지 않는다.

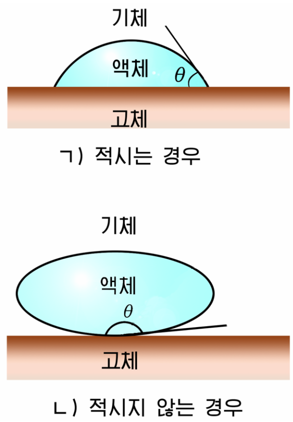


그림 5-63. 적심각

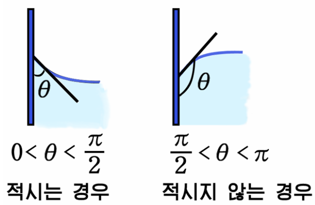


그림 5-64. 적심각의 크기

실관현상

액체속에 내경이 아주 작은 실관을 세워 잠글 때 어떤 현상이 일어나겠는가.

그림 5-65와 같이 유리실관을 물과 수은속에 각각 잠그면 유리를 적시는 물은 관을 따라 물면보다 더 올라가고 적시지 않는 수은은 관을 따라 수은면보다 더 내려간다.

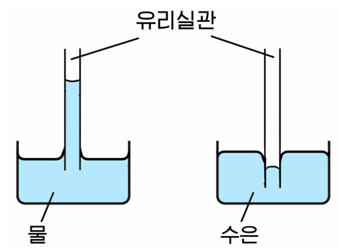


그림 5-65. 실관현상

이와 같이 실관속으로 액체가 올라가거나 내려가는 현상을 **실관현상**이라고 부른다.

실관현상은 왜 일어나겠는가.

액체가 실관을 따라 오르는(적시는) 경우에는 액체의 걸면이 오목면이므로 걸면장력은 걸면에 접하면서 가장자리에서 아래로 향한다.(그림 5-66의 ㄱ) 이 걸면장력의 반작용이 액체에 작용하여 실관이 액체를 끌어당긴다. 이때 흐름성을 가진 액체가 우로 올라가게 된다.

액체가 실관을 따라 내리는(적시지 않는) 경우에는 액체의 걸면이 볼록면이므로 걸면장력은 걸면에 접하면서 우로 향한다.(그림 5-66의 ㄴ) 우와 마찬가지로 이 경우 걸면장력의 반작용이 아래로 향하며 이 힘에 의하여 흐름성을 가진 액체가 아래로 내려가게 된다.

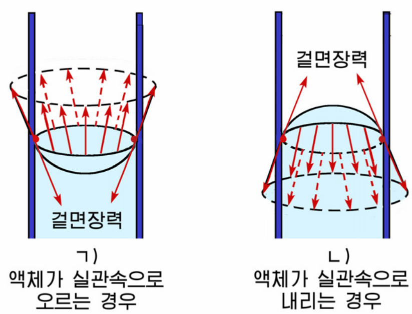


그림 5-66. 액체가 실관을 따라 오르내리는 리치

액체가 실관속으로 올라가는 높이는 무엇에 관계되겠는가.

실험

○ 내경이 서로 다른 유리실관을 하나의 물속에 잠그고 물이 실관을 따라 올라가는 높이를 비교한다.(그림 5-67)

○ 내경이 같은 유리실관을 겉면장력결수가 서로 다른 액체인 물과 알콜속에 잠그고 올라가는 높이를 비교한다.(그림 5-68)

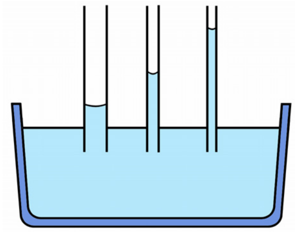


그림 5-67. 내경이 작을수록 물이 더 높이 올라간다

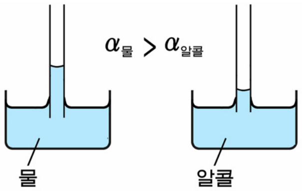


그림 5-68. 액체는 겉면장력결수가 클수록 더 높이 올라간다

실험을 통하여 실관속으로 액체가 올라가는 높이는 실관의 내경이 작을수록, 액체의 겉면장력결수가 클수록 크다는것을 알수 있다.

실관을 따라 액체가 올라가는 높이를 구하여보자.

액체에는 겉면장력과 같은 크기의 힘이 우로 작용하고 올라간 액체기둥에 작용하는 중력이 아래로 작용한다. 이 두 힘의 크기가 같아질 때까지 액체가 올라간다.(그림 5-69)

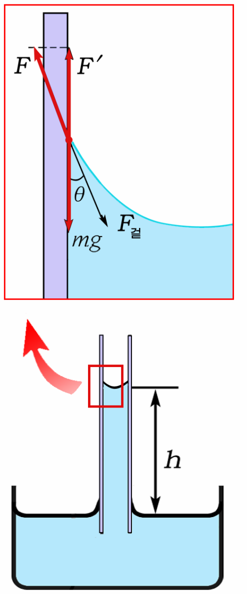


그림 5-69. 액체기둥의 올라간 높이

이때 겉면장력결수가 α인 액체를 우로 올리는 겉면장력의 크기는 적심각이 θ이고 실관의 반경이 r일 때

$$F' = F_{겉}\cos\theta = \alpha 2\pi r\cos\theta$$

한편 액체기둥에 작용하는 중력의 크기는 액체의 밀도가 ρ일 때

$$F = mg = \rho Vg = \rho\pi r^2 hg$$

따라서 이 두 힘의 크기가 같으므로

$$\alpha 2\pi r\cos\theta = \rho\pi r^2 hg$$

이다. 즉

$$h = \frac{2\alpha\cos\theta}{\rho rg}$$ 액체가 실관을 따라 올라간 높이

실관을 따라 올라가는 액체기둥의 높이는 겉면장력결수와 적심각의 코시누스에 비례하고 실관의 반경과 액체의 밀도에 거꿀비례한다.

이 식에서 알수 있는것처럼 실관의 반경이 작을수록 액체가 더 높이 올라가며

실관의 반경이 매우 크면 실관현상이 나타나지 않는다.

이 식에서 $\theta<90°$ (적시는 경우)이면 $h>0$ 으로서 액체가 올라가고

$\theta>90°$ (안 적시는 경우)이면 $h<0$ 으로서 액체가 내려간다.

적심현상과 실관현상의 리용

적심현상과 실관현상은 우리 생활에서 많이 리용되고있다.

실험실에서 자주 쓰이는 알콜등이나 가정에서 쓰는 석유곤로의 심지는 알콜이나 석유에 적시여지면서 빨아올려 불이 당기게 한다. 우리가 매일 쓰는 타올수건도 적심현상이 잘 일어나는 면으로 만든것이며 병원에서 쓰는 약솜도 기름기를 빼서 약물에 잘 적셔지게 한것이다.

적심현상과 실관현상은 인민경제 여러 부문에서도 합리적으로 리용하고있다.

무엇보다도 광석에 들어있는 유용성분을 골라내는 선광에서는 부유선광법을 널리 리용하고있다. 부유선광법은 젖는 막돌과 젖지 않는 유용광물을 갈라내는 리치를 리용하여 정광을 갈라내는 방법이다.

종이생산공장에서는 생산한 종이가 적심현상이 적당히 일어나도록 조절하여 잉크가 종이에 잘 묻으면서도 피지 않도록 가공하고있다.

농촌에서 봄씨앗을 뿌리고 밟아주는것은 실관현상이 잘 일어나게 하여 땅속물기가 빨려올라와 씨앗이 싹트는데 필요한 물기를 잘 보장해주기 위한것이며 가물때에 김을 매주는것은 실관현상이 잘 진행되지 않도록 해주어 땅속물이 땅겉면을 통해 증기로 날아나는것을 방지하기 위한것이다.

땅에 집을 지을 때에는 기초로 쌓은 벽체우에 유지(기름종이)를 덮은 후 그우에 벽체를 쌓음으로써 실관현상으로 인하여 땅속물이 벽체를 따라 올라와 벽체에 습기가 차는것을 방지한다.

일화 빨래통에서 찾아낸 부유선광법의 원리

19세기말에 에바손이라는 부인이 분석실에서 일하는 오빠에게 광석시료를 보내기 위해서 주머니를 찾고있었다. 그런데 주머니에 온통 기름이 묻어 어지러워서 빨지 않으면 안되였다. 그는 시료주머니를 빨래통에 넣었다. 얼마후 빨래통을 들여다본 그는 깜짝 놀랐다. 글쎄 보드라운 광석(유용광물)알갱이들이 물에 떠올라 번쩍번쩍 빛을 뿌리고있었다. 반면에 빨래통아래에는 광석(막돌)알갱이들이 깔려있었다. 그는 세밀하게 물우에 떠오른 광석알갱이들을 보면서 이 알갱이들에 기름막이 씌워져있는것을 알아낼수 있었다.

오늘날 광산들에서 선광하는데 많이 쓰이고있는 부유선광법이 이렇게 발명되였던것이다.



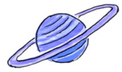
문 제

1. 실관을 따라 오르거나 내리는 액체기둥의 높이는 온도가 높아지면 어떻게 되겠는가? 왜 그런가?
2. 무중력상태에 있는 우주비행선안에서 그릇의 물과 수은은 어떤 모양을 가지겠는가? 왜 그런가?
3. 직경이 0.8mm인 유리관을 수은에 드림선방향으로 꽂을 때 수은이 내려가는 깊이는 얼마인가? 수은의 적심각은 139°이고 수은의 밀도는 $13.6\times10^3 kg/m^3$이다.



문제: 우리 둘레에서 일어나는 열팽창현상들을 찾아보고 그것을 어떻게 리용하고있는가에 대하여 조사하여라.

방향:
- 열팽창으로 하여 일어나는 현상들을 10가지이상 찾아보아라.
- 생활과 기술에서 열팽창현상을 어떻게 리용하고있으며 열팽창현상을 고려하여 어떤 대책을 세우는가를 알아보아라.
- 열팽창현상을 새롭게 리용할수 있는 착상점을 1가지이상 내놓고 설명하여라.



복습문제

1. 2.7kg의 알루미니움덩어리가 있다.
   ㄱ) 이것은 몇mol인가?
   ㄴ) 그속에 몇개의 분자가 있겠는가?
   (답. 100mol, 6.023×10^{25}개)
2. 걸면적이 $10cm^2$인 유리판에 1μm의 두께로 은을 입혔다. 그속에 6×10^{19}개의 원자가 있다면 은원자의 크기는 얼마인가? (답. $\frac{1}{\sqrt[3]{60}}$nm)
3. 모래는 물보다 밀도가 3배나 크다. 그런데도 태풍이 불 때 물기둥은 높이 오르지 않지만 사막에서 모래기둥은 높이 솟아 구름처럼 퍼진다. 왜 그런가?
4. 체적이 15m×10m×8m인 방이 있다. 방의 온도를 13℃에서 20℃로 높이면 20℃의 공기 몇m^3가 밖으로 나가겠는가? 방안이나 바깥의 압력은 서로 같다.
   (답. $29.4m^3$)
5. 자동차바퀴안의 공기압력이 온도가 −30℃인 겨울날에도 500kPa이 되도록 하자면 온도가 15℃인 차고안에서 자동차바퀴안의 공기압력을 얼마로 되게 넣어야 하겠는가? (답. 593kPa)
6. 일정한 온도에서 기체의 체적이 $0.15m^3$로부터 $0.10m^3$까지 줄었을 때 압력은

처음보다 2×10^5Pa만큼 커졌다. 이 기체의 처음상태의 압력을 구하여라.

(답. 4×10^5 Pa)

7. 드림선방향으로 세워진 높이가 $2h$인 그릇이 가운데에 있는 수평간벽에 의하여 막혀있다. 간벽웃쪽에는 물이 가득차있고 아래쪽에는 공기가 대기압 P_0과 같은 압력으로 차있다. 간벽에 생긴 구멍으로 물이 새기 시작하여 아래쪽에 있는 공기가 구멍을 지나 우로 떠오르기 시작할 때 아래로 흘러내려온 물층의 두께를 x라고 하면 공기가 우로 떠오를 조건은 어떻게 되겠는가? 물의 밀도를 ρ라고 하고 공기의 온도는 일정하다고 보아라. 그릇의 웃쪽은 열려져있다.

(답. $P_0+\rho g(h-x)\le\dfrac{P_0 h}{h-x}$)

8. 그림 5-70과 같이 자름면적이 다른 두 드림선방향의 원통속에 질량이 각각 m_1=1kg, m_2=2kg인 피스톤이 들어있다. 피스톤밑에는 일정한 온도의 기체가 있으며 피스톤우의 공간은 진공이다. 원통들은 관으로 련결되여있고 피스톤들은 h_0=0.2m로서 같은 높이에 있다. 이제 피스톤 1의 질량을 피스톤 2의 질량의 2배로 되게 하면 피스톤의 높이차가 얼마로 되겠는가?

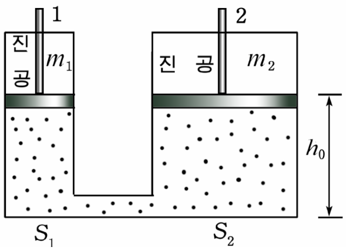


그림 5-70

(답. 0.3m)

9. 기체의 절대온도를 2배로 높였더니 압력이 25% 더 커졌다. 체적은 몇배로 변하였겠는가? (답. 1.6배)

10. 10m 깊이의 물속에 있던 7℃의 공기방울이 물걸면에 떠오르면 공기방울의 체적이 몇배로 커지겠는가? 물걸면에서 대기압은 10^5Pa이고 공기온도는 27℃이다.

(답. 약 2.12배)

11. 체적이 약 0.5L인 플라스크를 가느다란 수평유리관을 설치한 고무마개로 막은 다음 물속에 잠그고 유리관의 맞춤한 곳에 물방울을 넣어주었다. 물의 온도가 0℃에서 10℃로 높아질 때 물방울이 20cm만큼 움직이게 하자면 유리관의 내경을 대략 얼마로 하여야 하겠는가? (답. 약 1.08cm)

12. 체적이 50L인 강철병속에 온도가 27℃인 공기가 10MPa의 압력으로 들어있다. 만일 40m 깊이에 있는 잠수함에서 탕크속의 물을 이 병속의 공기로 밀어낸다면 얼마만한 물을 밀어낼수 있겠는가? 불어난 다음 공기의 온도는 3℃이다.

(답. 885L)

13. 그림 5-71과 같이 체적이 V인 기구의 딴딴한 껍데기속에 전열기가 들어있으며 T_0보다 높은 온도 T로 덥힌다. 대기압이 P_0이라면 기구의 뜰힘은 얼마인가? 공기의 몰질량은 μ와 같다.

(답. $\dfrac{\mu P_0 V}{R}\left(\dfrac{1}{T_0}-\dfrac{1}{T}\right)g$)

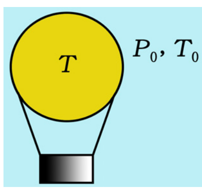


그림 5-71

14. 어떤 자동차다이야의 압력이 바깥대기압보다 2×10^5 Pa만큼 높다. 다이야속의 공기밀도는 얼마인가? 다이야속의 공기와 대기의 온도는 같고 대기의 밀도는 1.3kg/m^{3}이다. (답. 3.9kg/m^3)

15. 산소 10g, 질소 40g, 수증기 20g을 섞은 혼합기체가 체적이 50L인 그릇속에 있다. 만일 온도가 100℃라면 기체의 압력은 얼마인가? 산소, 질소, 수증기의 몰질량은 각각 32g/mol, 28g/mol, 18g/mol이다. (답. 약 177kPa)

16. 기체가 담긴 그릇속에서 온도가 일정한 값 T_0을 유지하고 있다. 그릇밖에는 압력이 P이고 온도가 T인 같은 종류의 기체가 있다.(그림 5-72) 만일 그릇벽에 크지 않은 구멍이 있다면 그릇속의 기체압력 P_0은 얼마이겠는가?

(답. $P_0 = P\sqrt{\frac{T_0}{T}}$)

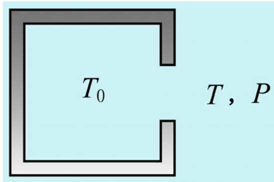


그림 5-72

17. 굳고 움직이지 않는 간벽에 의하여 그릇이 두 부분으로 갈라져있다. 처음 첫 부분에는 압력이 P_1인 헬리움이 들어있었고 둘째 부분에는 압력이 P_2인 아르곤이 들어있었다. 간벽을 뚫고 헬리움이 샌 결과 오랜 시간이 지난 다음 둘째 부분의 압력이 P_1로, 첫 부분의 압력이 P_2로 되였다. 압력비 P_1/P_2를 구하여라. 여기서 모든 과정을 등온과정으로 보아라. $V_1 = V_2$이다. (답. 2)

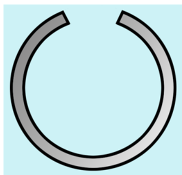
18. 고체와 액체가 같은 온도에 있다. 그것들을 이룬 분자들의 열운동속도가 같은가, 다른가? 왜 그런가?

19. 왜 굳은 철덩어리도 온도를 높이면 물렁물렁해지는가?

20. 피치로 만든 아스팔트길은 겨울이면 굳고 여름이면 눅진눅진하다. 피치는 결정체인가, 무정형체인가?

21. 그림 5-73에 보여준 철고리를 가열하면 철고리가 어떻게 되겠는가를 다음의 대답들가운데서 옳은 답을 선택하여라. 왜 그런가?

ㄱ) 내경이 커지고 터진 곳은 작아진다.
ㄴ) 내경이 작아지고 터진 곳은 커진다.
ㄷ) 내경도 커지고 터진 곳도 커진다.
ㄹ) 내경도 작아지고 터진 곳도 작아진다.


그림 5-73

22. 700℃에서 가열된 질량이 1kg인 철막대기를 20℃의 물 5L속에 넣어서 식혔다. 다 식은 다음 길이를 재여보니 52.30cm였다. 철막대기가 식으면서 그 길이가 얼마나 줄었겠는가? (답. 4.18mm)

23. 기차바퀴에 바퀴테를 씌울 때 내경이 바퀴의 외경보다 1mm만큼 더 크게 하려면 바퀴테를 몇℃까지 달구어야 하겠는가? 바퀴의 온도는 20℃이고 외경은 1 370mm이며 바퀴와 테를 만든 강철의 길이팽창결수는 $1.1\times10^{-5}\text{K}^{-1}$이다. 0℃때 바퀴의 외경과 테의 내경이 같다고 보아라. (답. 약 86.3℃)

24. 용수철저울의 아래끝에 금속구 한개를 매달고 완전히 물속에 잠그었다. 물의 온

도가 0℃부터 20℃까지 올라가는 과정에 용수철저울의 눈금은 어떻게 되겠는가? 아래의 답들가운데서 옳은 답을 선택하고 그 리유를 밝혀라.

ㄱ) 먼저 커지다가 작아진다.

ㄴ) 먼저 작아지다가 커진다.

ㄷ) 끊임없이 커진다.

ㄹ) 끊임없이 작아진다.

ㅁ) 항상 변하지 않는다.

25. 0℃ 때 꼭 1L 드는 유리그릇에 0℃의 물을 채우고 온도가 30℃인 방안에 옮겨놓으면 물이 넘어나겠는가 아니면 물면이 낮아지겠는가? 그릇과 물의 체적차이는 얼마인가? 유리의 길이팽창결수는 $\alpha=8.5\times10^{-6}K^{-1}$이고 물의 평균체적팽창결수는 $\beta=2\times10^{-4}K^{-1}$이다.

(답. 물이 넘어난다. 넘어난 물의 체적 약 5.2mL)

26. 0℃ 때 온도계안의 수은의 체적은 175mm^{3}이고 수은구에 달린 가는 유리관의 반경은 0.1mm이다. 이 수은온도계의 1℃ 눈금은 몇mm 간격으로 그어야 하는가?

(답. 약 1mm)

27. 관의 내경이 1.2mm인 유리관을 통하여 20℃의 물이 방울로 되여 떨어진다. 한개 물방울의 질량을 구하여라. (답. 약 0.03g)

28. 넓은 그릇에 담긴 물을 아구리가 좁은 병에 깔때기가 없이 옮겨담으려고 할 때 어떻게 하면 흘리지 않고 넣을수 있겠는가?

29. 물의 겉면장력결수를 결정하기 위하여 출구의 직경이 2mm인 피페트로 물방울을 떨구고 40개의 물방울의 질량을 재였더니 1.9g이였다. 겉면장력결수는 얼마인가? (답. 약 0.074N/m)

30. 물을 갈라놓으면 다시 붙는데 얼음을 갈라놓으면 다시 붙지 않는다. 왜 그런가?

31. 어떤 실관에서 알콜은 57mm 높이를 올라가고 같은 실관에서 물은 146mm 높이를 올라간다. 적심각은 모두 같다. 알콜의 밀도는 얼마인가?

(답. 772kg/m^3)

32. 두개의 유리판이 쐐기모양으로 매우 작은 틈을 이루고 물속에 잠길 때 물면은 어떻게 되겠는가?(그림 5-74) 왜 그런가?

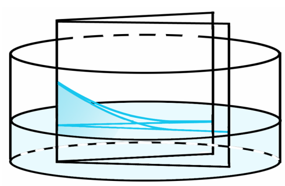


그림 5-74

33. 내경이 1.8mm인 실관에서 어떤 액체가 15mm만큼 올라갔다. 이 액체를 45mm만큼 끌어올리자면 실관의 내경을 얼마로 하여야 하겠는가?

(답. 0.6mm)

제6장. 열 현 상

우리 주위에서 일어나는 여러가지 열현상들은 일정한 법칙에 따라 일어난다.

이 장에서는 자연계에서 일어나는 열현상들이 어떤 법칙에 따라 일어나게 되는가와 열을 일로 바꾸는 열기관에 대하여 배우게 된다. 이러한 내용들은 자연계에서 일어나는 에네르기변화의 합법칙성을 밝히며 인민경제 여러 부문에서 열과 관련되는 실천적인 문제들을 풀어나가는데서 중요한 열쇠로 된다.



제 1 절. 내부에네르기

내부에네르기

땅바닥에 멎어있는 물체를 생각하자. 이 물체는 멎어있으므로 운동에네르기를 가지지 않으며 또 바닥에 놓여있으므로 자리에네르기도 가지지 않는다. 그러므로 력학적에네르기를 가지지 않는다.

❓ 력학적에네르기가 령인 물체들은 아무런 에네르기도 가지고있지 않겠는가.

실례로 땅바닥에 놓여있는 고무공을 살펴보자. 이때 고무공은 땅바닥에 움직이지 않고 멎어있으므로 력학적에네르기가 없다고 볼수 있다.

이 공을 같은 조건에서 덥혀보거나 반대로 식혀보자. 그러면 공이 불어나든가 줄어드는것을 볼수 있다.

이것은 고무공안의 공기분자들의 무질서한 열운동에 의하여 일어나는 현상이다. 즉 고무공이 력학적에네르기를 가지지 않아도 그안의 공기분자들이 가지고있는 에네르기에 의하여 일어나는 현상이다.

❓ 물체를 이루고있는 분자나 원자들이 가지고있는 이 에네르기가 무엇에 의하여 결정되는가.

물체를 이루고있는 분자들은 끊임없이 무질서한 열운동을 하고있다. 때문에 이 열운동속도에 의한 평균열운동에네르기를 가진다. 물체를 이루고있는 분자들사이에는 호상작용힘이 있다. 실례로 액체를 압축하여 분자들사이의 거리를 작게 하면 밀힘이 나타나고 거리를 크게 하면 끌힘이 나타난다.(그림 6-1) 분자들은 이 호상작용힘에 의하여 결정되는 자리에네르기도 가지게 된다.

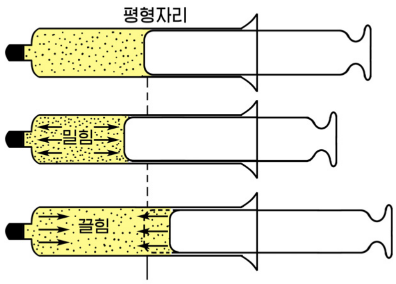


그림 6-1. 분자들의 호상작용에네르기

분자들사이의 호상작용힘에 의하여 결정되는 자리에네르기를 **호상작용에네르기**라고 부른다. 물체를 이루고있는 분자들사이의 거리가 변하면 물체의 체적이 변하고 따라서 호상작용에네르기도 변한다.

즉 <u>분자들의 호상작용에네르기는 분자들사이의 거리에 관계된다.</u>

결국 물체를 이루고있는 분자들이 가지고있는 에네르기는 평균열운동에네르기와 호상작용에네르기에 의하여 결정된다.

물체를 이루는 분자들의 평균열운동에네르기와 호상작용에네르기의 총합을 물체의 **내부에네르기**라고 부른다.(그림 6-2)

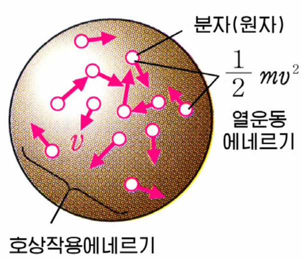


그림 6-2. 내부에네르기

물체의 내부에네르기를 어떻게 변화시킬수 있겠는가.

두개의 나무토막을 마주 대고 비비면 나무토막이 더 워지는것을 알수 있다. 또한 알콜과 같은 액체를 담긴 그릇속에 넣고 흔들어주면 온도가 올라가는것을 볼수 있다.(그림 6-3) 이것은 물체에 대하여 밖에서 일을 해주면 그의 내부에네르기가 커진다는것을 보여준다.



그림 6-3. 알콜을 흔들어주면 온도가 올라간다

한편 곤로우에 물가마를 올려놓고 가열하면 가마안의 물의 온도가 높아지고 따라서 내부에네르기가 커진다. 이 현상은 력학적일을 하지 않고 열을 주어도 물체의 내부에네르기가 커진다는것을 보여준다.

일을 하지 않고 내부에네르기를 변화시키는 과정을 **열전달**이라고 부르며 열전달에 의한 내부에네르기변화량을 **열량**이라고 부른다.

열전달방식에는 열전도, 대류, 열복사가 있다.

이처럼 물체의 내부에네르기를 변화시키는 방법에는 두가지가 있다.

즉 내부에네르기는 일하는 방법과 열전달의 방법으로 변화시킬수 있다.

기체, 고체, 액체의 내부에네르기

리상기체인 경우에는 분자들사이의 호상작용이 없으므로 호상작용에네르기가 령이며 따라서 내부에네르기는 평균열운동에네르기로만 이루어진다.

기체분자가 원자상태로 되여있는 희박한 드문가스(He, Ne 등)의 내부에네르기를 구해보자.

질량이 m인 기체속에 들어있는 분자수는 $\frac{m}{\mu}N_A$이고 한개 원자가 가지는 평균열운동에네르기는 $\overline{\varepsilon_k}=\frac{3}{2}kT$이므로 내부에네르기는 다음과 같다.

$$U=\frac{m}{\mu}N_A\cdot\frac{3}{2}kT=\frac{3}{2}\frac{m}{\mu}RT$$

※ 일반적으로 리상기체의 내부에네르기는 $U=\frac{i}{2}\frac{m}{\mu}RT$로 된다. 리상기체분자가 한개의 원자로 되여있는 경우에는 i=3이고 두개의 원자로 되여있는 경우에는 i=5, 세개의 원자로 되여있는 경우에는 i=6이다.

고체인 경우에는 원자들사이에 호상작용힘이 있으므로 내부에네르기가 평균열운동에네르기와 호상작용에네르기의 합으로 이루어진다.

고체를 이루고있는 원자들이 용수철로 이어진 살창마디점들에 있는것으로 생각하자.(그림 6-4) 그러면 한개 원

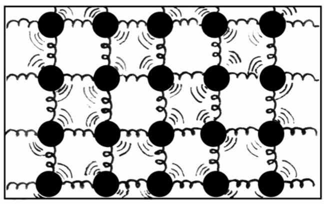


그림 6-4. 고체에서 원자들의 운동모형

자가 가지는 호상작용에네르기를 $\varepsilon_P = kx^2/2$ 으로 볼수 있다. 이 평균값을 $\overline{\varepsilon_P}$ 라고 하면 한개 원자가 가지는 평균에네르기는 $\overline{\varepsilon_K} + \overline{\varepsilon_P}$ 로 된다. 그런데 용수철에 매달린 물체가 떨 때에는 운동에네르기의 평균값과 자리에네르기의 평균값이 같으므로 $\overline{\varepsilon_P} = \overline{\varepsilon_K} = 3kT/2$ 로 쓸수 있다.

고체의 내부에네르기는 원자 한개가 가지는 평균에네르기에 고체속에 있는 전체 원자수를 곱한것과 같으므로 다음과 같이 쓸수 있다.

$$U = \frac{m}{\mu} N_A (\overline{\varepsilon_P} + \overline{\varepsilon_K}) = \frac{m}{\mu} N_A \left(\frac{3}{2}kT + \frac{3}{2}kT \right) = 3\frac{m}{\mu}RT$$

액체의 내부구조는 가까운 거리에서는 고체와 비슷하므로 액체의 내부에네르기도 고체와 거의 같은 식으로 쓸수 있다.

이와 같이 <u>물체의 내부에네르기는 절대온도와 질량에 비례한다.</u>

생각하기 물체의 내부에네르기는 왜 절대온도가 높을수록, 질량이 클수록 커지겠는가?

[례제 1] 20℃에서 헬리움기체 1mol의 내부에네르기는 얼마인가?

풀이. 주어진것: $t = 20℃$, $\frac{m}{\mu} = 1\text{mol}$

$R = 8.31\text{J/(K·mol)}$

구하는것: U?

$$U = \frac{3}{2}\frac{m}{\mu}RT = \frac{3}{2}\frac{m}{\mu}R(273.15 + t) = \frac{3}{2} \times 1 \times 8.31 \times (273.15 + 20)$$

$$= 3\,654.115(\text{J}) \approx 3.65(\text{kJ})$$

답. 약 3.65kJ

[례제 2] 온도가 20℃인 쇠덩어리 1kg이 가지고있는 내부에네르기는 얼마인가? 이 에네르기는 땅으로부터 10m 높이에 있는 질량이 얼마인 물체의 자리에네르기와 맞먹는가? 철의 몰질량은 56g/mol이다.

풀이. 주어진것: $t = 20℃$, $m = 1\text{kg}$

$R = 8.31\text{J/(K·mol)}$

$\mu = 56\text{g/mol}$, $h = 10\text{m}$

구하는것: U?, m'?

$$U = 3\frac{m}{\mu}RT = 3\frac{m}{\mu}R(273.15 + t) =$$

$$= 3 \times \frac{1\,000}{56} \times 8.31 \times (273.15 + 20) \approx 130\,504(\text{J}) \approx 130.5(\text{kJ})$$

$$U = m'gh$$

$$m' = \frac{U}{gh} = \frac{130\,504}{9.8 \times 10} \approx 1\,332(\text{kg})$$

답. 약 130.5kJ, 약 1 332kg

문 제

1. 다음 문장들의 정확성을 판단하고 그 근거를 밝혀라.
   ㄱ) 물체의 내부에네르기는 체적이 클수록 크다.
   ㄴ) 물체의 내부에네르기는 밀도가 클수록 크다.
   ㄷ) 물체의 내부에네르기는 질량이 클수록 크다.
   ㄹ) 물체의 내부에네르기는 물체의 속도가 클수록 크다.
   ㅁ) 물체의 내부에네르기는 온도에 무관계하다.
2. 다음의 례들에서 어떤 물체의 내부에네르기가 어떤 방법으로 변하는가를 말하여라.
   ㄱ) 쇠물이 식을 때
   ㄴ) 얼음이 녹을 때
   ㄷ) 물을 덥힐 때
3. 열량과 일은 어떤 점에서 같은가?
4. 총알이 속도 v로 날아가고있다. 총알을 이룬 분자들은 이 속도를 가지고 운동하므로 운동에네르기를 가지고있다. 이 분자들은 높은 곳에 있기때문에 자리에네르기도 가진다. 총알의 분자들이 가지고있는 운동에네르기와 자리에네르기의 합이 총알의 내부에네르기와 같다. 이 말이 옳은가?

제 2 절. 열력학의 제 1 법칙

열력학의 제1법칙

공기속에서 마찰력을 받으면서 떨어지는 물체의 력학적에네르기는 어떻게 되는가.

이때 물체의 력학적에네르기는 보존되지 않는다. 그러면 떨어지는 물체가 잃어버린 에네르기는 어디로 《사라》졌는가.

이 에네르기는 떨어지는 물체가 공기와 마찰할 때 물체와 공기를 가열하면서 그의 내부에네르기를 크게 하는데 소비된다.

결국 물체의 력학적에네르기의 변화는 물체와 공기의 내부에네르기의 변화를 가져오게 된다.

력학적에네르기변화와 내부에네르기변화사이에는 어떤 관계가 있는가.

물체가 밖으로부터 열을 받으면서 밖에 일을 할 때의 내부에네르기변화를 따져보자.

그림 6-5와 같이 기통안의 기체를 가열하는 경우 기체는 밖으로부터 Q만 한 열량을 받고 피스톤을 밀어내면서 A만 한 일을 한다. 이때 기체의 내부에네르

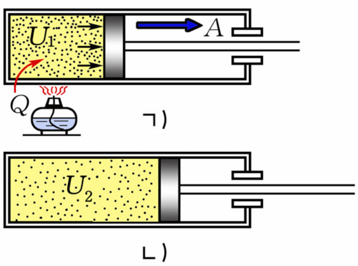


그림 6-5. 밖에서 열을 받으면서 일할 때 내부에네르기변화

기는 밖으로부터 받은 열량 Q만큼 늘고 밖에 해준 일 A만큼 줄어든다.

기통속에서 기체의 내부에네르기가 U_1로부터 U_2로 되였다면 기체의 내부에네르기변화량 ΔU는 다음과 같다.

$$\Delta U = U_2 - U_1 = Q - A$$

이 식은 내부에네르기가 전달된 열과 일에 의해서만 변한다는것을 보여준다. 이 식으로 구한 값이 정(+)이면 내부에네르기는 늘고 부(-)이면 내부에네르기는 줄어든다는것을 알수 있다.

일반적으로 기체가 밖으로부터 열량 Q와 일 A를 받을 때 내부에네르기변화는

$$\Delta U = Q + A \qquad (1)$$

로 쓸수 있다. 이 식을 바꾸어쓰면 다음과 같다.

$$Q = \Delta U - A \qquad \textbf{열력학의 제1법칙} \qquad (2)$$

즉 물체가 밖으로부터 받은 열량은 물체의 내부에네르기를 늘이는데와 밖에 일을 하는데 쓰인다. 이것을 **열력학의 제1법칙**이라고 부른다.

이 법칙은 일, 열량 및 내부에네르기변화사이의 관계를 밝힌 법칙이다.(그림 6-6)

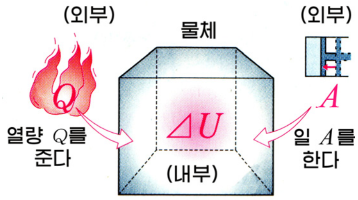


그림 6-6. 열력학의 제1법칙

열력학의 제1법칙은 물체의 내부에네르기가 일과 열전달에 의하여 변하는데 이때 에네르기가 그의 형태를 바꾸거나 다른 물체로 넘어가는 과정에 보존된다는것을 보여준다.

⚠ 열력학의 제1법칙을 적용할 때 밖에 수행한 일과 밖에 주는 열량에 대해서는 〈-〉 부호를 붙여주어야 한다.

에네르기전환 및 보존의 법칙

우에서 본바와 같이 기체가 팽창하면서 일을 할 때에는 기체가 일을 한것만큼 기체의 내부에네르기가 력학적에네르기로 넘어간다.

이제 반대의 경우를 생각해보기로 하자.

기차가 정거장에 들어와 멎을 때에는 기차의 력학적에네르기인 운동에네르기가 없어지는것이 아니라 제동장치와 바퀴, 레루의 온도를 높이면서 그것들의 내부에네르기로 넘어간다. 즉 력학적에네르기가 내부에네르기로 전환된다.

력학적에네르기뿐아니라 다른 형태의 에네르기도 내부에네르기로 전환된다. 례를 들면 전류가 흐르는 전기줄이 가열되는것은 전기에네르기가 내부에네르기로 전환되기때문이다.

이러한 경우들에도 에네르기가 보존된다는것이 실험으로 밝혀졌다.

이상의 모든 사실은 모든 형태의 에네르기는 서로 전환될수 있으며 전환과정에 에네르기가 보존된다는것을 보여준다. 여기로부터 열력학의 제1법칙을 다음과 같이 말할수도 있다.

에네르기는 새로 생기지도 않고 없어지지도 않으며 다만 한 형태로부터 다른 형태로 전환되거나 한 물체로부터 다른 물체에로 넘어갈뿐이다. 이것을 **에네르기전환 및 보존의 법칙**이라고 부른다.

열력학의 제1법칙은 열현상까지 확장한 에네르기전환 및 보존의 법칙이라고 말할수 있다.

제1종의 영구기관

열력학의 제1법칙은 수많은 실험과 영구기관을 만들려고 애쓰던 과정에 발견되였다.

한때 사람들은 에네르기를 쓰지 않고 저절로 움직이는 기계를 만들려고 시도하였는데 이와 같이 밖에서 에네르기를 받지 않고 계속 일하는 기계를 **제1종의 영구기관**이라고 부른다.

제1종의 영구기관에 대한 설계는 수많이 나왔지만 그 어느 하나도 성공하지 못하였다.(그림 6-7)

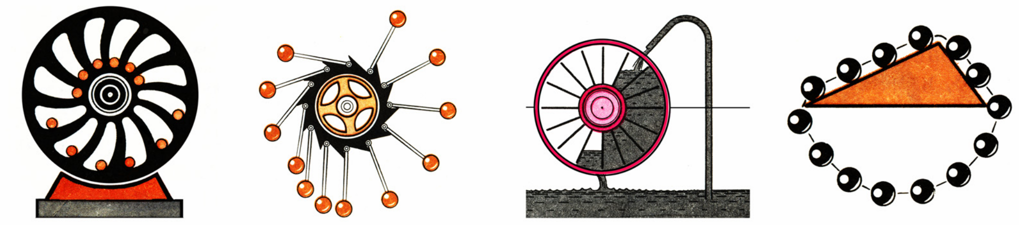


그림 6-7. 제1종의 영구기관

제1종의 영구기관을 만들수 없다는것은 열력학의 제1법칙으로 쉽게 밝힐수 있다.

식 2에서 에네르기를 쓰지 않는다면 즉 열을 받지 않는다면 $Q=0$이므로 다음 식을 얻는다.

$$\Delta U = A \qquad (3)$$

식 3은 밖으로부터 일을 받으면 내부에네르기가 증가하고 밖에 일을 하면 내부에네르기가 줄어든다는것을 보여준다. 그러므로 계속 일을 하면 내부에네르기가 다 줄어들어 더는 일을 하지 못하게 된다. 결국 계속 일을 하려면 줄어든 에네르기를 밖에서 보태주어야 한다.

이런 의미에서 열력학의 제1법칙은《제1종의 영구기관을 만들수 없다.》라는 말로 표현할수도 있다.

이로부터 과학과 기술분야에서는 얻은 에네르기를 합리적으로 리용하기 위한 방도를 찾아내고 또 기계가 돌아갈 때 필요없이 소모되는 에네르기를 줄이는 방향으로 발전하게 되였던것이다.

[례제] 기통안의 기체가 4J의 열량을 받고 질량이 1kg인 피스톤을 10cm만큼 밀어올렸다. 이때 기체의 내부에네르기는 얼마나 변하겠는가?(그림 6-8)

풀이. 주어진것: $Q=4\text{J}$

$m=1\text{kg}$

$h=10\text{cm}=0.1\text{m}$

구하는것: U_2-U_1?

열력학의 제1법칙에 의하면 밖으로부터 받은 열량 Q는 물체의 내부에네르기가 변화된 몫 (U_2-U_1)과 밖에 수행된 일 A로 나뉘여진다. 그러므로

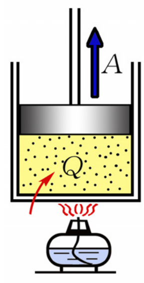


그림 6-8

$$U_2-U_1=Q-A$$

$$A=mgh=1\times9.8\times0.1=0.98(\text{J})$$

$$U_2-U_1=Q-A=4-0.98=3.02(\text{J})$$

답. 3.02J

문제

1. 흔들어놓은 그네의 흔들리는 폭과 높이가 점점 줄어든다. 이것을 보고 다음과 같이 말하는것이 옳은가?

   ㄱ) 력학적에네르기가 보존된다.

   ㄴ) 그네의 내부에네르기가 점점 작아진다.

   ㄷ) 에네르기가 없어지고있다.

   ㄹ) 전체 에네르기는 보존되며 줄어든 력학적에네르기는 내부에네르기로 전환된다.

   ㅁ) 운동에네르기와 자리에네르기가 서로 전환된다.

2. 손바닥을 마주 대고 비비면 손바닥이 따뜻해진다. 이때 어떤 에네르기의 전환이 생겼는가?

3. 피스톤이 기통안의 공기를 압축하면서 900J의 일을 하였다. 이때 기통에서 밖으로 210J의 열량이 나갔다. 공기의 내부에네르기는 얼마나 변하겠는가?

4. 공기압축기에서 피스톤이 공기를 한번 압축할 때 200kJ의 일을 하며 공기의 내부에네르기가 150kJ만큼 늘었다. 이때 공기가 밖으로 전달한 열량은 얼마인가?

일화 — 열력학 제1법칙의 발견

열력학의 제1법칙은 물리학자도 아닌 도이췰란드의 의사 마이에르(1814-1878)가 에네르기보존 및 전환의 법칙으로 정식화하면서 처음으로 발견하였다.

그는 기선에서 의사로 일하면서 환자의 피색갈이 더운 열대지방에 가면 달라지는데서 법칙발견의 실머리를 찾았다고 한다. 그리하여 력학적현상에 열현상도 포함시켜 한쪽에서 에네르기의 손실이 있으면 다른쪽에서 반드시 그만큼 늘어나며 에네르기의 변화가 없으면 절대로 아무런 다른 현상도 생겨날수 없다는것을 주장하여 열력학의 제1법칙을 찾아냈다. 그러나 마이에르의 론문은 당시의 학자들을 납득시키지 못하였다. 1847년 헬름홀쯔가 수학적형식을 써서 이 법칙을 정식화하였을뿐아니라 과학에 적용할 가능성을 주었다.



제 3 절. 기체가 하는 일과 열량

기체가 팽창할 때 하는 일

물체에 힘이 작용하여 일정한 거리를 옮기면 일을 한다. 기통속에 있는 기체가 팽창할 때에도 피스톤을 내밀면서 이동시키기때문에 일을 한다. 이때의 일을 계산해보자.

압력이 P 인 기체가 들어있는 원통속에서 면적이 S 인 피스톤을 미는 힘은 $F=P\cdot S$ 이다. 이 힘이 피스톤을 옮긴 거리가 Δx라면 기체는

$$A=F\cdot\Delta x=P\cdot S\cdot\Delta x=P\cdot\Delta V$$

만 한 일을 한다.(그림 6-9) 기체의 압력이 일정하다면 이 식은 Δx 가 커도 그대로 쓸수 있다. 기체가 팽창하는데 따라 압력이 변할 때에는 ΔV 가 작을 때에만 이 식을 쓸 수 있다.

❓ 압력이 변하면서 체적이 크게 팽창할 때의 일은 어떻게 구하는가.

체적에 따르는 압력의 변화를 $P-V$ 그라프로 그리자. 그라프에서 V_1과 V_2사이의 구간을 작은 구간 ΔV 들로 나누면 이 작은 구간들에서 수행한 일 $P\Delta V$ 는 그림에서 표시한 작은 도형의 면적과 같다.

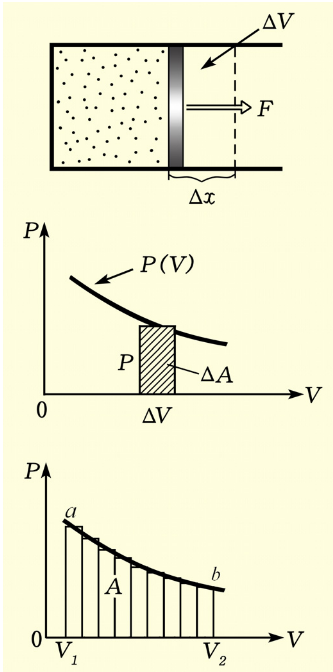


그림 6-9. 기체가 팽창할 때 하는 일

체적이 V_1로부터 V_2까지 변할 때 수행한 전체 일은 나뉘여진 매개 작은 구간에서 수행한 일들을 모두 합친것과 같다. 즉

$$A=\sum_{i=1}^{n}P_i\Delta V_i$$

이와 같이 기체가 팽창할 때 수행한 일은 $P-V$ 그라프에서 압력곡선밑면적과 같다.

열량계산

먼저 기체를 덥히거나 식힐 때 나드는 열량을 구하는 방법에 대하여 보자.

기체의 체적이 일정한 경우에는 체적변화가 없으므로 밖에서 받은 열량이 모두 기체의 내부에네르기변화로 넘어간다. 즉

$$Q=U_2-U_1$$

한편 내부에네르기가 질량 m과 절대온도 T에 비례하므로 비례결수를 c_v 라고 하면

$$U=c_v mT$$

이다.

따라서 기체의 온도가 T_1 에서 T_2 로 높아졌다면 이때 받은 열량은 다음과 같다.

$$Q = c_v m(T_2 - T_1) \qquad \text{열량공식(등적과정)}$$

여기서 비례결수 c_v는 질량이 1kg인 기체의 체적을 일정하게 유지하면서 온도를 1K만큼 높이는데 드는 열량을 나타낸다. 이것을 **정적비열**이라고 부른다.(그림 6-10)

한가지 원자로 이루어진 리상기체에서는

$$Q = \Delta U = \frac{3}{2}\frac{m}{\mu}R\Delta T$$

이므로

$$c_v = \frac{3}{2}\frac{R}{\mu}$$

로 된다. 이 값은 대체로 실험과 잘 일치한다.

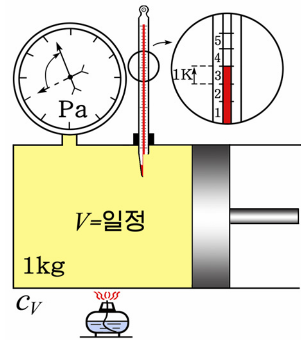


그림 6-10. 정적비열

기체의 압력이 일정하게 유지되면서 팽창하는 경우에는 어떻게 되는가.

이때에는 밖에서 받은 열량이 기체의 내부에네르기변화와 밖에 수행한 일로 넘어간다. 즉

$$Q = U_2 - U_1 + A$$

이때 수행한 일 A는 리상기체의 상태방정식에 의하여

$$A = P(V_2 - V_1) = \frac{m}{\mu}R(T_2 - T_1)$$

로 되며 따라서 열량 Q는

$$Q = c_p m(T_2 - T_1) \qquad \text{열량공식(등압과정)}$$

여기서 c_p 는 질량이 1kg인 기체의 압력을 일정하게 유지하면서 온도를 1K만큼 높이는데 드는 열량을 나타낸다. 이것을 **정압비열**이라고 부른다.(그림 6-11)

한가지 원자로 이루어진 리상기체인 경우 정압비열과 정적비열사이에는

$$c_p = c_v + \frac{R}{\mu}$$

의 관계가 만족한다.

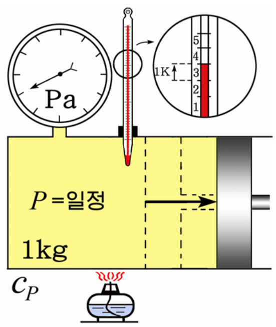


그림 6-11. 정압비열

생각하기 정압비열은 정적비열보다 왜 항상 큰가?

고체나 액체인 경우에는 열팽창이 작으므로 밖에서 받은 열량이 모두 내부에네르기를 크게 하는데 쓰인다. 따라서

$$Q = cm(T_2 - T_1)$$

여기서 c는 고체의 비열이다.

한가지 원자로 이루어진 고체에서는

$$Q = \Delta U = 3\frac{m}{\mu}R\Delta T$$

이므로 고체의 비열 c는

$$c = 3\frac{R}{\mu}$$

로 된다. 이것은 대체로 실험과 잘 일치한다.

[례제] 보이라안에 150kg의 물이 있다. 이 물을 20℃에서 100℃까지 덥히면 물의 내부에네르기가 얼마나 커지겠는가? 물의 비열은 4 200J/(kg·K)이다.

풀이. 주어진것: m=150kg

t_1=20℃, T_1=293K

t_2=100℃, T_2=373K

c=4 200J/(kg·K)

구하는것: $U_2 - U_1$?

열전달에 의하여 내부에네르기가 커진 량은 받은 열량과 같으므로

$$Q = U_2 - U_1 = cm(T_2 - T_1) =$$
$$= 4\,200 \times 150 \times (373-293) =$$
$$= 50\,400\,000(\text{J}) = 50\,400(\text{kJ})$$

답. 50 400kJ

문제

1. 5kg의 철의 온도를 15℃에서 75℃까지 높였다면 이 철의 내부에네르기는 얼마나 커지겠는가? 철의 비열은 460J/(kg·K)이다.
2. 1g의 알루미니움의 온도를 50K만큼 더 높이는데 44J의 열량이 필요하다. 알루미니움의 비열을 구하여라.
3. 온도가 400℃인 동 100g을 온도가 20℃인 300g의 물속에 넣었다. 평형온도를 구하여라. 물의 비열은 4 200J/(kg·K)이고 동의 비열은 397J/(kg·K)이다.

제 4 절. 열력학의 제 2 법칙

가역과정과 비가역과정

흔들이를 진공속에서 기울였다가 놓으면 마찰이 없으므로 끊임없이 진동한다.

이때에는 처음자리 1에 있던 추가 2까지 갔다가 다시 처음자리 1로 되돌아온다.(그림 6-12의 ㄱ)

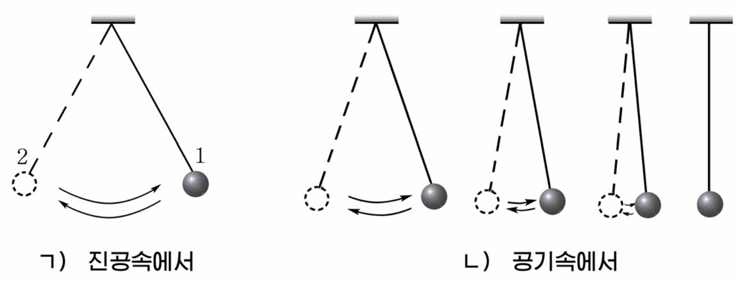


그림 6-12. 흔들이의 진동과정

이와 같이 어떤 물체가 주위에 아무런 변화도 남기지 않고 다시 처음상태로 되돌아오는것을 **가역과정**이라고 부른다.

내부에네르기의 변화가 없이 운동에네르기와 자리에네르기가 서로 전환되는 순수한 력학적과정들은 다 가역과정이다.

자연현상에서는 실제적으로 가역과정이란 없다. 그것은 어떤 현상이든지 크건작건 언제나 내부에네르기의 변화가 일어나기때문이다.

실례로 공기속에서 떠는 흔들이는 진폭이 점점 줄어들다가 나중에는 멎는데 그것은 흔들이의 력학적에네르기가 주위의 공기나 추를 덥히면서 내부에네르기로 넘어가기때문이다.(그림 6-12의 ㄴ)

이와 같이 어떤 물체가 주위에 흔적을 남기지 않고서는 다시 처음상태로 되돌아올수 없는것을 **비가역과정**이라고 부른다. 마찰에 의하여 열이 생기는 현상, 열전도현상, 확산현상들은 다 비가역과정이다.(그림 6-13)

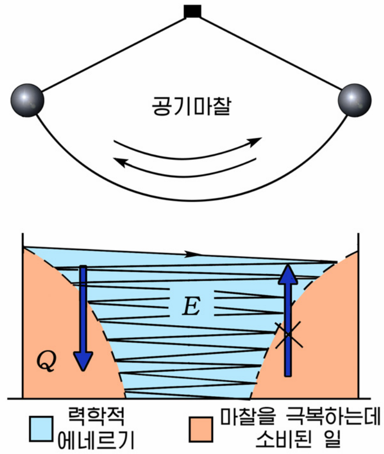


그림 6-13. 마찰이 있을 때 흔들이의 운동은 비가역과정이다

열력학의 제2법칙

열력학의 제1법칙은 자연에서 일어나는 그 어떤 현상이든지 에네르기보존 및 전환의 법칙이 만족되면 다 일어날수 있다는것을 보여준다.

그러면 실지로 그런가.

뜨거운 물체와 찬 물체를 접촉시켜놓으면 뜨거운 물체에서 찬 물체에로 열이 전달된다. 그런데 찬 물체에 전달된 이 열이 다시 뜨거운 물체에로 저절로 옮겨가 본래대로 뜨겁던 물체가 뜨거워지고 차던 물체가 다시 차지는 현상은 볼수 없다.

물론 랭동기에서는 찬 물체의 열이 더운 물체에 전달됨으로써 랭동이 진행되게 된다. 그러나 이러한 현상은 저절로 진행되는것이 아니라 밖에서 그만큼 일을 해주어야 일어난다.

이와 같이 열은 더운 물체로부터 찬 물체에로 저절로 전달되지만 그 반대로는 저절로 전달되지 않는다.

이것은 열현상이 일어나는 과정이 방향성을 가진다는것을 보여준다. 이러한 열

현상의 방향성을 밝혀준 법칙이 열력학의 제2법칙이다.

열은 온도가 높은 물체에서 온도가 낮은 물체에로 저절로 전달되지만 온도가 낮은 물체에서 온도가 높은 물체에로는 저절로 전달되지 않는다. 이것을 **열력학의 제2법칙**이라고 부른다.

열력학의 제2법칙을 다르게 정식화할수도 있다.

공기속에서 진동하는 흔들이는 마찰에 의하여 자기의 력학적에네르기를 주위의 공기나 추의 내부에네르기로 넘겨주고 멎게 된다. 그러나 멎어있는 흔들이에 아무리 열을 주어 내부에네르기를 크게 해도 흔들이는 저절로 흔들리지 않으며 그의 력학적에네르기는 다시 증가하지 않는다.

달리던 기차가 정거장에서 제동을 걸어 멈춰설 때 력학적에네르기는 마찰에 의해 제동장치나 바퀴, 레루의 온도를 높이면서 내부에네르기로 전환된다. 그러나 멎어있는 기차바퀴나 레루에 열을 줄 때 내부에네르기가 력학적에네르기로 전환되면서 저절로 다시 움직이지는 못한다.

이와 같이 에네르기견지에서 보면 력학적에네르기는 저절로 내부에네르기로 넘어갈수 있지만 내부에네르기는 저절로 력학적에네르기로 넘어갈수 없다.

이것은 스스로 진행되는 에네르기전환과정이 방향성을 가진다는것을 보여준다.

력학적에네르기는 저절로 내부에네르기로 넘어갈수 있지만 내부에네르기는 저절로 력학적에네르기로 넘어갈수 없다. 즉 열은 저절로 력학적일로 변하지 않는다.

결국 열력학의 제2법칙은 에네르기전환의 방향성에 관한 법칙이라고 말할수 있다.

이상에서 본바와 같이 자연에서 일어나는 에네르기변화과정은 에네르기전환 및 보존의 법칙과 함께 에네르기전환의 방향성을 규정하는 법칙에 맞게 일어난다.

제2종의 영구기관

제2종의 영구기관이란 열원으로부터 열을 받아서 이 열을 모두 력학적일로 넘기는 장치를 말한다. 이런 영구기관을 생각하게 된것은 바다에 있는 무진장한 열량을 뽑아서 그것으로 기관을 돌려 대양을 건너다니는 배를 만들어보려는데서부터였다.

※ 지구에 있는 바다물의 전체 질량은 약 1.4×10^{18}t이다. 이 바다물의 온도를 0.1℃만 낮추어도 5.8×10^{23}J이라는 방대한 열량이 나올것이다. 이것은 출력이 100만kW인 발전기 1 800만개가 동시에 가동하여 1년동안에 생산하는 전기에네르기에 해당된다. 무엇때문에 사람들은 이런 방대한 《새 에네르기원천》을 연구하지 않는가.

이러한 영구기관은 에네르기전환 및 보존의 법칙에는 어긋나지 않지만 열력학의 제2법칙에는 모순되므로 만들수 없다.

열력학의 제2법칙에 의하면 열은 더운데서 찬데로 저절로 넘어가지만 온도가 낮은 바다물에서 온도가 높은 열기관의 열원으로 저절로 넘어가지 못하는것이다. 즉 내부에네르기를 저절로 줄어들게 하면서 이때 나오는 열량으로 돌아가는 영구기관은 만들수 없는것이다.

이로부터 열력학의 제2법칙은 《제2종의 영구기관은 만들수 없다.》라고 말하기도 한다.

때문에 과학과 기술은 보다 적은 연료를 쓰면서 더 큰 력학적에네르기를 얻어내기 위한 방향으로 발전하고있는것이다.

[례제] 비열이 c_1, 질량이 m_1인 열량계속에 질량이 m_2인 물을 넣었다. 다음 이 물속에 t ℃까지 가열한 질량이 m인 고체를 넣었을 때 평형온도가 $t_{평}$이였다면 고체의 비열은 어떻게 표시되겠는가? 물과 열량계의 처음온도는 t_1이다.

풀이. 열력학의 제2법칙에 의하면 마지막온도는 모두 같아져서 평형온도로 된다. 고체가 식으면서 내보낸 열량

$$Q = cm(t - t_{평})$$

물과 열량계가 받은 열량

$$Q_1 = c_1 m_1 (t_{평} - t_1)$$

$$Q_2 = c_2 m_2 (t_{평} - t_1)$$

열력학의 제1법칙에 의하면

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$cm(t - t_{평}) = c_1 m_1 (t_{평} - t_1) + c_2 m_2 (t_{평} - t_1)$$

이로부터 $$c = \frac{(c_1 m_1 + c_2 m_2)\ (t_{평} - t_1)}{m(t - t_{평})}$$

답. $c = \dfrac{(c_1 m_1 + c_2 m_2)\ (t_{평} - t_1)}{m(t - t_{평})}$

문 제

1. 다음 문장들의 정확성을 판단하고 리유를 밝혀라.
   ㄱ) 더운 물체와 찬 물체를 접촉시켜놓으면 더운 물체에서 찬 물체에로 온기가 전달되고 찬 물체에서 더운 물체로 랭기가 전달된다.
   ㄴ) 찬 물체로부터 더운 물체에로는 절대로 열이 전달될수 없다.
   ㄷ) 력학적에네르기가 내부에네르기로 넘어가는 과정은 가역과정이다.
   ㄹ) 력학적에네르기가 내부에네르기로 넘어가는 과정은 비가역과정이다.
   ㅁ) 제2종의 영구기관은 에네르기전환 및 보존의 법칙에 어긋나므로 만들수 없다.
2. 탁구공을 상우에 떨어뜨리면 몇번 튀여오르다가 멎는다. 이 현상을 열력학의 제1, 2법칙으로 설명하여라.
3. 랭동기를 돌리면 랭동실의 온도가 바깥온도보다 차지면서 언다. 이때 온도가 낮은 랭동실에서 온도가 높은 밖으로 열이 나온다. 이것은 열력학의 제2법칙에 어긋나지 않는가? 설명하여라.
4. 10℃의 물 0.1kg에 90℃의 철 0.01kg을 넣었다. 열평형상태에서 온도는 몇℃인가? 문제풀이에서 열력학의 제1, 2법칙이 어떻게 리용되였는가를 밝혀라. 철의 비열은 460J/(kg·K)이다.

제5절. 열 기 관

날로 늘어나는 열동력문제를 풀어 사회주의강성대국건설에 적극 이바지하자면 여러가지 에네르기원천들을 적극 찾아내는것과 함께 더 좋은 에네르기전환장치를 만들어 에네르기를 절약하고 아껴써야 한다.

열기관과 그의 동작과정

열력학의 제2법칙에 의하면 열은 스스로 력학적일로 전환될수 없다. 그러나 일정한 장치를 쓰면 열의 일부를 력학적인 일로 바꿀수 있다.

열에네르기를 력학적에네르기로 전환시키는 장치를 **열기관**이라고 부른다.

열기관에는 여러가지가 있는데 이러한 열기관들은 작업물질(연료)을 태울 때 기체의 온도가 급격히 올라가 팽창하면서 일하는 현상을 리용하고있다.

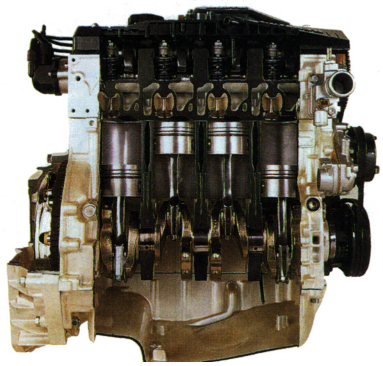


그림 6-14. 휘발유기관

? 열기관은 어떻게 동작하는가.

열기관가운데서 휘발유기관의 작업과정을 통하여 열기관의 원리를 알아보자.(그림 6-14)

기관이 일할 때에는 기통안에서 피스톤이 아래우로 운동하는데 이때 방향을 바꾸는 자리를 **멎음점**이라고 부르며 한 멎음점에서 다른 멎음점으로 운동하는것을 **행정**이라고 부른다.

4행정휘발유기관의 동작과정은 다음과 같다.

① 흡입행정(그림 6-15의 ㄱ)

피스톤이 아래로 내려가면서 흡입변이 열리고 작업물질(휘발유가 섞인 공기)을 빨아들인다.

② 압축행정(그림 6-15의 ㄴ)

피스톤이 우로 올라가면서 흡입변은 닫기고 혼합기체를 압축한다. 이때 혼합기체는 밖으로부터 일을 받아 내부에네르기가 커지게 되는데 이때 온도는 250~300℃정도로 높아지고 압력은 $(6\sim12)\times10^5$Pa정도로 커진다.

③ 폭발행정(그림 6-15의 ㄷ)

압축행정이 끝나는 순간에 점화기에서 전기불꽃이 일어나 혼합기체가 불탄다. 이때 기체의

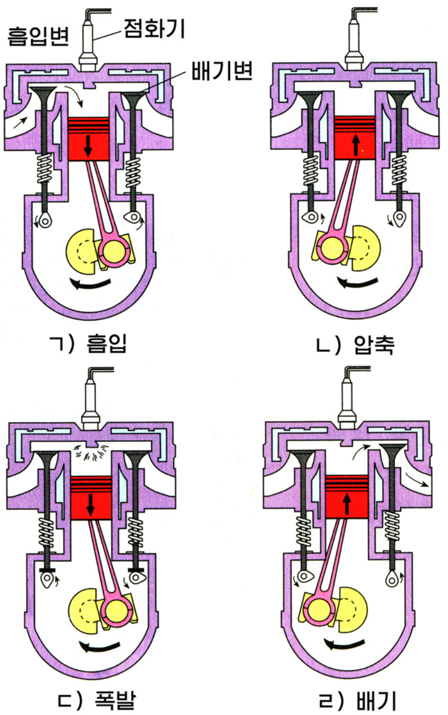


그림 6-15. 휘발유기관의 구조와 작업과정

내부에네르기가 급격히 커지는데 온도는 2 000~2 500℃, 압력은 (30~50)×10^5Pa로 된다. 이러한 높은 온도와 압력에 의하여 기체가 팽창하면서 피스톤을 아래로 밀어내는 일을 한다.

결과 작업물질의 내부에네르기는 피스톤을 아래로 밀면서 일한것만큼 줄어들어 그의 온도는 700~900℃로, 압력은 (3~4)×10^5Pa 정도로 된다. 이 행정은 작업물질이 자기의 내부에네르기를 줄이면서 밖에 대하여 일하는 과정이므로 **작업행정**이라고도 부른다.

④ 배기행정(그림 6-15의 ㄹ)

작업행정에서 피스톤이 아래멎음점에 이르면 배기변이 열리고 밖에 대하여 일을 하고난 기체가 자체의 압력에 의하여 빠른 속도로 배기변을 통하여 밖으로 빠져나가며 피스톤이 우로 올라가면서 나머지 기체를 밖으로 밀어낸다. 이리하여 처음상태로 되돌아온다.

이상의 행정에서 기체가 밖에 대하여 일을 하는 폭발행정을 제외한 나머지 행정들에서 피스톤은 관성에 의하여 움직이게 된다.

휘발유기관과 같이 작업물질인 연료를 기통안에서 직접 태우는 열기관을 **4행정내연기관**이라고 부른다.



4행정내연기관의 작업과정을 $P-V$ 선도로 표시하면 어떻게 되겠는가?

4행정내연기관에는 디젤유를 쓰는 디젤기관도 있다. 디젤기관은 흡입행정에서 산화제인 공기만 빨아들여 압축행정에서 세게 압축한다. 그리하여 압축된 공기의 온도는 500~700℃이고 압력은 (30~50)×10^5Pa로서 휘발유기관보다 훨씬 높다. 여기에 디젤유를 세게 뿜어주면 저절로 불타면서 일을 한다.

열기관들은 구조와 작업과정은 달라도 원리는 다 같다.

열기관이 계속 일하기 위한 조건

열기관이 일을 계속하기 위해서는 우선 작업물질이 있어야 한다. 휘발유기관에서는 휘발유가 탈 때 생긴 기체, 디젤기관에서는 디젤유가 탈 때 생긴 기체, 증기기관에서는 증기가 작업물질이다.

다음으로 작업물질을 덥혀주는 열원이 있어야 한다. 내연기관에서는 기통안에서 작업물질이 직접 불타서 열을 내므로 기통이 열원으로 된다.

또한 일한 기체를 식혀주는 랭원이 있어야 한다. 내연기관에서 일한 기체를 밖으로 내보내지 않으면 피스톤이 다시 우로 올라가지 못하므로 계속 일할수 없게 된다. 따라서 내연기관의 랭원은 바깥대기가 된다.

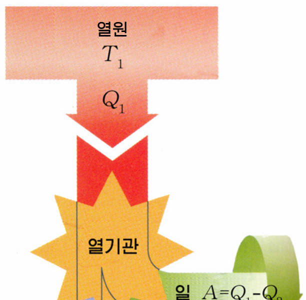


그림 6-16. 열기관이 계속 일하기 위한 조건

이와 같이 열기관이 계속 일하기 위해서는 작업물질, 열원, 랭원이 있어야 한다. 이것을 **열기관이 계속 일하기 위한 조건**이라고 부른다.

이 세가지 조건가운데서 한가지라도 없으면 열기관은 밖에 일을 하지 못한다.

그림 6-16은 열기관이 일하기 위한 조건과 열원에서 작업물질이 받는 열량 Q_1, 작업물질을 통하여 랭원으로 나가는 열량 Q_2, 작업물질이 밖에 한 일 A사이의 관계를 보여주었다.

열기관의 효률

열기관은 열원으로부터 받은 열량 Q_1 가운데서 일부 열량 Q_2을 반드시 랭원에 넘겨주고 $Q_1 - Q_2$만 한 일을 밖에 해준다. 랭원에 넘겨주는 열은 버리는 열 즉 페열이다.

열기관이 얼마나 좋은가 하는것은 작업물질이 받은 열량 Q_1 가운데서 얼마만한 몫을 일로 넘기는가 하는것으로 평가할수 있다. 이것을 효률로 표시한다.

참고 열기관의 발전력사

열기관의 발명은 18세기에 일어난 산업혁명과 깊은 련관성을 가지고있다. 이때 사람들의 실천활동에서는 수송문제를 푸는것이 중요한 요구로 제기되였다.

열기관이 세상에 처음으로 알려진것은 1660년에 바반이 창안한 피스톤식증기기관이였다. 그후 1698년에 세팔이 증기뽐프를 처음으로 만들었다. 그러나 이것들은 효률이 매우 낮고 쓰기 불편하였기때문에 사람들의 힘든 로동을 덜어주는데서 별로 큰 은을 내지 못하였으며 당시 산업발전에 도입되지 못하였다.

1712년에 뉴코맨은 피스톤의 원리와 세팔기관의 구조를 결합시켜 뉴코맨기관을 만들었는데 이 기관이 광산에서 물을 뽑는 작업에 리용되였다.

이때로부터 증기기관을 개량하여 만능적인 원동기로 만들려는 연구가 활발히 벌어졌다.

18세기 산업혁명의 요구를 반영하여 와트는 1769년에 뉴코맨의 원동기를 개량하여 새로운 원동기를 만드는데 성공하였다. 와트를 비롯한 여러 연구자들은 처음에 단동기관을 만드는데 성공하였으며 1784년에 왕복운동을 회전운동으로 바꾸는 복동기관을 창안하였다.

와트에 뒤이어 도레밍크가 고압기관을 창안하였으며 1812년에 고압증기를 발생시키는 보이라가 처음으로 세상에 알려졌다.

19세기에 들어와서야 열기관이 수송문제를 푸는데서 놀라운 성과를 이룩하게 되였다. 기선이 세상에 처음으로 나타나게 된것은 1807년이며 증기선 《사반나》호가 처음으로 대서양을 건너간것은 1819년에 있은 일이였다.

수송에서 일대 전환의 계기를 열어놓은것은 기관차와 자동차의 발명이다.

1876년 오토는 4행정내연기관을 발명하여 자동차에 리용하였으며 그후 1885년에 라이므라가 자동차용가소린기관을 만들었고 1893년에 디젤이 디젤유를 쓰는 디젤기관을 만드는데 성공하였다.

열기관이 한 일을 열원에서 받은 열량으로 나눈 값을 **열기관의 효률**이라고 부른다.

$$\eta = \frac{A}{Q_1} \times 100(\%) = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \times 100(\%)$$ **열기관의 효률**

문 제

1. 모든 열기관에서 효률이 100%로 되지 못하는 까닭은 무엇인가?
2. 디젤기관은 발열량이 4×10^7J/kg인 디젤유를 쓴다. 이 기관의 효률이 40%라면 10kg의 디젤유로 얼마의 일을 하겠는가?
3. 열기관의 효률을 높이자면 어떻게 해야 하는가?

참고 열기관의 최대효률

리론적으로 얻은 열기관의 최대효률은

$$\eta_{최} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

이다. 여기서 T_1은 열원의 온도, T_2은 랭원의 온도이다.

이로부터 열기관의 효률을 높이자면 열원과 랭원의 온도차가 커야 한다는것을 알수 있다. 실제의 열기관들의 효률은 $\eta_{최}$보다 항상 작다.

탐구

문제: 열기관의 종류와 그것이 어떻게 리용되고있는가에 대하여 자료들을 조사해보고 설명하여라.

방향: · 작업행정에 따르는 열기관의 분류와 그의 리용에 대하여 설명하여라.
· 점화방식에 따르는 열기관의 분류와 그의 리용에 대하여 설명하여라.
· 작업물질에 따르는 열기관의 분류와 그의 리용에 대하여 설명하여라.

복습문제

1. 수소기체를 넣은 고무풍선을 놓아주었더니 일정한 속도로 곧추 올라갔다. 이때 고무풍선은 더 불어나지 않았고 온도는 높이 올라갈수록 낮아진다. 수소기체의 에네르기가 어떻게 변하였겠는가?
2. 논에 댄 물의 온도가 낮에는 올라가고 밤에는 내려간다. 논물의 체적은 변하지

않았다고 볼 때 논물의 에네르기가 어떻게 변하였겠는가?

3. 기체가 밖에서 열량 250kJ을 받아서 100kJ의 일을 밖에 해주었다. 이 기체의 내부에네르기가 얼마나 변하였겠는가?

(답. 150kJ)

4. 일정한 량의 기체가 250kJ의 열량을 받은 후 내부에네르기가 450kJ만큼 더 늘었다. 기체가 밖에 일을 하였는가 아니면 밖에서 기체에 대하여 일을 하였는가? 일의 크기는 얼마인가?

(답. 밖에서 기체에 대하여 일을 하였다. 200kJ)

5. 체적이 $160m^3$인 교실안의 공기의 온도를 -10℃로부터 18℃까지 높이는데 필요한 열량을 구하여라. 공기의 비열은 10^3J/(kg・K)이고 밀도는 $1.3kg/m^3$이다.

(답. 5 824kJ)

6. 목욕탕안에 50℃의 물 1 200L가 들어있다. 이 물의 온도를 40℃로 낮추기 위해서는 15℃의 찬물을 얼마나 넣어야 하는가?

(답. 480L)

7. 목욕탕에 85℃의 더운물과 15℃의 찬물이 흘러나온다. 체적이 $7m^3$인 탕크에 40℃의 물을 채우려면 이 물을 각각 얼마씩 섞어야 하겠는가?

(답. $2.5m^3$, $4.5m^3$)

8. 망치로 쇠못을 박을 때 80%의 운동에네르기가 내부에네르기로 전환되는데 이 내부에네르기의 50%가 쇠못의 온도를 높이는데 쓰인다. 망치로 쇠못을 20번 친 후 쇠못의 온도는 몇K 높아지겠는가? 망치의 질량은 1.2kg, 쇠못을 칠 때 망치의 속도는 10m/s, 쇠못의 질량은 40g, 철의 비열은 460J/(kg・K)이다.

(답. 약 26K)

9. 주철판에 볼반으로 구멍을 뚫는다. 이 구멍에 10℃의 랭각수 5L를 부으면 5min 지나서 끓는다. 구멍을 뚫을 때 쓴 랭각수의 가열에 분배된 열량이 기계가 한 전체 일의 80%라면 기계의 일능률은 얼마인가?

(답. 약 7.9kW)

10. 고체덩어리를 h만 한 높이에서 떨구었더니 바닥에서 충돌결수 e로 튀여올랐다. 충돌할 때 잃은 에네르기의 η배만큼 고체를 덥히는데 들었다면 고체의 온도는 얼마나 높아지는가? 고체의 내부에네르기는 $U=3\dfrac{m}{\mu}RT$로 보아라. 동덩어리를 떨구는 경우 h=5m, e=0.2, η=0.3이라면 온도가 몇℃ 높아지는가? μ=64이다.

(답. $\Delta T=\eta(1-e^2)\dfrac{\mu gh}{3R}$, 약 0.036℃)

11. 42g의 물체를 20m/s의 속도로 곧추 우로 던졌더니 10m의 높이밖에 올라가지 못하였다. 도중에 얼마만한 력학적에네르기를 잃었는가? 잃은 력학적에네르기의 10%가 공기와의 마찰때문에 열로 넘어갔다면 얼마만한 열량이 나오는가?

(답. 약 4.3J, 약 0.43J)

12. 1kg의 돌을 100m 높이에서 처음속도없이 떨구었더니 바닥에서 35m만큼 튀여 올랐다. 땅과 충돌할 때 잃은 에네르기가 모두 열로 되였다면 1kg의 물의 온도를 몇℃만큼 높일수 있는가?

(답. 약 0.15℃)

13. 한번 돌아갈 때 발열량이 4×10^7J/kg인 중유를 2.5g씩 소비하는 디젤기관이 있다. 1 000번 돌아가는 사이에 4×10^7J의 일을 하였다면 이 기관의 효률은 얼마인가? (답. 40%)

14. 디젤기관에서 디젤유가 연소될 때 내는 열량의 25%가 배기가스와 함께 나가고 35%는 기통을 식혀주는 랭각수를 가열하며 10%는 마찰로 인한 공기의 가열에 쓰인다. 디젤유 1kg이 탈 때 효과있게 쓴 일의 크기는 얼마인가? 디젤유의 발열량은 4.2×10^7J/kg이다.

(답. 1.26×10^7J)

15. 어떤 증기타빈의 효률이 30%이고 발전능력은 50만kW이다. 1h동안에 발열량이 3×10^7J/kg인 석탄을 얼마나 태워야 하는가?

(답. 200t)

16. 질량이 200t인 대형려객기가 1 000m의 높이에서 800km/h의 속도로 날고있다. 멎어있던 이 비행기를 이런 높이에서 이런 속도로 운동시키자면 휘발유가 최소한 얼마나 있어야 하는가? 휘발유의 발열량은 4.3×10^7J/kg이다.

(답. 약 160.4kg)

17. 어떤 화력발전소의 효률이 0.3이고 생산되는 전력은 1GW이다. 1h동안에 밖으로 내보내는 열량은 얼마인가?

(답. 8.4×10^{12}J)

18. 어떤 증기기관의 기통에서 한 행정에 증기의 체적이 0.1m^3씩 불어난다. 증기압력이 1.2MPa이라면 한 행정에서 증기가 하는 일은 얼마인가? 1min동안에 행정수가 600번이라면 이 증기기관의 일능률은 얼마인가?

(답. 120kJ, 1.2MW)

제7장. 물질의 상태변화

모든 물질은 고체, 액체, 기체 등 여러가지 상태로 존재한다. 이러한 물질의 상태는 온도나 압력에 따라 변하게 된다.

이 장에서는 물질세계에서 일어나는 여러가지 상태변화현상들과 그 특성, 응용에 대하여 학습하게 된다.

물질의 상태변화에 대한 지식은 물질의 구조와 성질, 여러가지 물리적현상들을 연구하는데서 매우 중요한 기초지식으로 될뿐아니라 금속공학, 열공학, 이상기후현상들의 연구를 비롯하여 여러 실천분야에서도 중요한 의의를 가진다.



제 1 절. 녹음과 응고

녹음과 응고현상

물은 얼구면 얼음으로 되고 가열하면 수증기로 된다. 물뿐만아니라 자연계에 존재하는 물질의 고체, 액체 및 기체상태는 고정불변한것이 아니라 조건에 따라 한 상태로부터 다른 상태로 변한다.

물질이 고체상태로부터 액체상태로 변하는것을 **녹음**이라고 부르며 액체상태로부터 고체상태로 변하는것을 **응고**라고 부른다. 녹음과 응고는 서로 반대과정이다.

고체에는 결정체와 무정형체가 있는데 이것들의 녹음과 응고는 서로 다른 특성을 가진다. 고체상태인 얼음은 온도가 0℃(273K)에 이르면 녹기 시작하며 계속 가열하여도 다 녹을 때까지 온도가 변하지 않는다. 다 녹아 물로 된 다음에는 다시 온도가 올라간다. 반대로 물을 랭각시키면 온도가 내려가다가 0℃에서 응고되기 시작하여 다 응고되여 얼음으로 될 때까지는 온도가 변하지 않으며 다 응고된 다음에야 온도가 다시 내려간다.

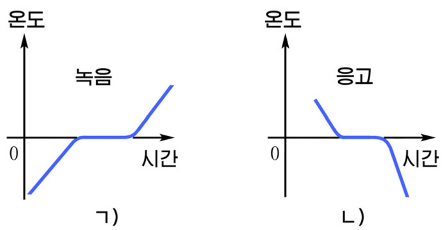


그림 7-1. 얼음이 녹을 때와 물이 얼 때의 온도변화그라프

이와 같이 얼음이 녹아 물이 될 때와 물이 얼어 얼음으로 될 때에는 아무리 열을 주어도 온도가 변하지 않는다.

얼음이 녹을 때와 물이 얼 때 온도의 변화를 그라프로 표시하면 그림 7-1과 같다.

이와 같은 현상은 얼음뿐아니라 모든 결정체들에서 다 나타나는데 다만 녹거나 응고되는 온도가 다를뿐이다.

결정체가 녹는 온도를 **녹음점**, 액체가 응고되는 온도를 **응고점**이라고 부른다.

<u>결정체는 일정한 녹음점과 응고점을 가진다. 같은 물질의 녹음점과 응고점은 같다.</u>

? 무정형체의 녹음과 응고특성은 어떠한가.

실험

○ 그림 7-2와 같은 실험장치에서 시험관속에 파라핀을 넣고 다 녹아 액체상태로 될 때까지 온도변화를 살펴본다. 온도가 계속 올라간다.

○ 다 녹은 액체파라핀을 식히면서 완전히 응고되여 고체상태로 될 때까지 온도변화를 살펴본다. 온도가 계속 내려간다.

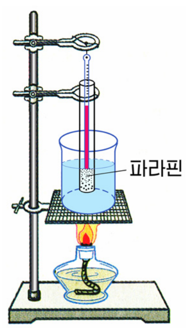


그림 7-2. 고체의 녹음 및 응고특성을 알아보는 실험장치

이 실험으로부터 무엇을 알수 있는가.

파라핀을 가열하면 온도가 높아지는데 따라 서서히 물렁물렁해지다가 액체로 변하며 다 녹은 액체 파라핀을 식힐 때에도 점점 걸죽해지다가 굳어져 고체로 된다.

이때 파라핀의 온도는 계속 변한다는것을 알수 있다.

파라핀의 녹음과 응고때 온도변화그라프는 그림 7-3과 같다.

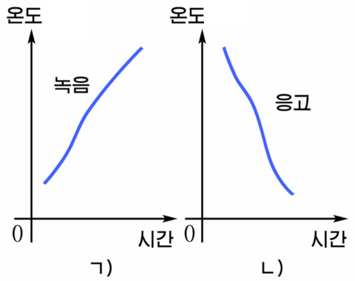


그림 7-3. 파라핀의 녹음과 응고때의 온도변화그라프

이와 같은 현상은 파라핀뿐아니라 모든 무정형체(송진, 골탄, 유리 등)에서도 마찬가지이다.

<u>무정형체는 일정한 녹음점과 응고점이 없다.</u>

결정체와 무정형체의 녹음과 응고특성이 왜 다른가.

결정체를 가열하면 분자들의 열운동에네르기가 커지므로 온도가 높아진다. 녹음점에 이르면 일부 분자들이 분자들사이의 호상작용힘 즉 끌힘을 이겨내고 평형자리에서 떨어져나오므로 결정살창이 무너진다.

녹는 동안에는 결정체가 밖으로부터 받는 열량이 결정살창을 무너뜨리는데만 쓰이므로 분자들사이의 호상작용에네르기만 늘어나고 열운동에네르기는 변하지 않으며 온도도 변하지 않는다. 응고될 때에는 이와 반대로 결정살창을 이루면서 분자들사이의 호상작용에네르기가 줄어들기때문에 열은 내보내지만 온도는 변하지 않는다.

그러나 무정형체인 경우에는 이와는 다르다. 무정형체의 분자구조는 액체와 비슷하며 결정살창이 없기때문에 결정살창을 무너뜨리는데 에네르기가 쓰이지 않으므로 가열하면 온도가 계속 변한다.

녹 음 열

결정체는 녹는 과정에 온도가 변하지 않지만 가열을 중단하면 녹지 않는다. 이것은 결정체가 열을 계속 받아야만 녹는다는것을 보여준다. 즉 결정체가 녹는 과정에 계속 열량을 받아들인다는것을 말해준다.

결정체가 녹음점에서 같은 온도의 액체로 변할 때 받아들이는 열량을 **녹음열**이라고 부른다. 즉 녹음열이란 결정체가 녹기 시작하여 다 녹을 때까지 드는 열량을 말한다.

액체가 응고되기 시작하여 결정체로 될 때에는 녹음열만 한 열량을 내보낸다.

녹음열(Q)은 물체의 질량(m)에 비례한다.

$$Q = \lambda m \qquad \text{녹음열}$$

여기서 비례결수 λ는 단위질량(1kg)의 결정체를 녹이는데 드는 열량과 값이 같다. 녹음점에서 1kg의 결정체를 완전히 녹이는데 드는 열량을 **비녹음열**이라고 부르며 λ로 표시한다. 비녹음열의 단위는 1J/kg이다.

⚠ 무정형체에서는 녹음점과 응고점이 없고 녹는 과정에 온도가 계속 올라가므로 녹음열이란 말을 쓰지 않는다.

녹음점과 비녹음열은 물질의 종류에 따라 다르다.



결정체의 녹음점과 비녹음열이 왜 물질의 종류에 따라 달라지겠는가?

몇가지 물질의 녹음점과 비녹음열

물 질	녹음점 [℃]	비녹음열 [$\times 10^5$J/kg]	물 질	녹음점 [℃]	비녹음열 [$\times 10^5$J/kg]
얼음	0	3.4	석	282	0.59
철	1 535	2.7	연	327	0.25
동	1 083	1.8	알루미니움	660	3.9

표에서 여러가지 물질의 비녹음열을 비교해보면 얼음의 비녹음열이 다른 물질에 비해서 크다는것을 알수 있다.

비열도 크고 비녹음열도 큰 얼음의 이러한 특성은 우리들의 생활에 리로운 영향을 준다. 물이 얼 때 녹음열만 한 열을 내보내기때문에 겨울에 갑자기 기온이 내려가지 않으며 얼음이 녹을 때 녹음열을 흡수하므로 봄에 갑자기 기온이 올라가지 않는다.

일반적으로 고체가 녹을 때에는 체적이 늘어난다. 그런데 물, 회색주철, 안티몬, 비스무트 등 몇가지 물질들은 반대로 녹을 때 체적이 줄어든다. 이런 물질은 주물제품이나 인쇄활자를 만드는데 쓰인다.

물질의 녹음점은 압력에 관계된다. 녹을 때 체적이 줄어드는 물질은 압력이 커지면 녹음점이 낮아진다.

이것은 다음과 같은 사실을 통해서도 쉽게 알수 있다.

그림 7-4와 같이 얼음덩어리우에 무거운 추가 매달린 가는 쇠줄을 걸쳐놓자. 이때 일정한 시간이 지나면 주위온도가 0℃이하로 낮아도 가는 쇠줄이 얼음덩어리를 통과해나온다. 이것은 쇠줄밑의 얼음이 큰 압력을 받아 녹음점이 낮아져 녹기때문에 일어나는 현상이다. 겨울에 스케트날밑의 얼음이 녹는것도 얼음의 녹음점이 압력이 크면 낮아지기때문이다.

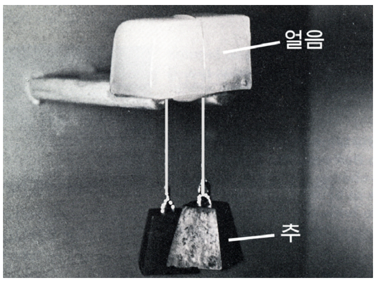


그림 7-4. 높은 압력은 얼음의 녹음점을 낮아지게 한다

일반적으로 순수한 물질에 다른 물질을 섞으면 녹음점이 낮아진다. 실례로 연과 석을 적당히 섞으

면 녹음점이 200℃이하인 합금이 얻어지는데 이 합금(땜납)은 전자회로를 잇는데 널리 쓰인다. 연과 안티몬, 석의 합금으로 된 휴즈선은 녹음점이 낮기때문에 전기회로의 안전을 보장하는데 쓰인다.

참고 왜 바다물은 민물보다 잘 얼지 않는가

첫째로, 바다물에 소금이 풀려있어 녹음점이 낮아지기때문이다. 례를 들어 소금기가 3.5%인 바다물은 -1.91℃에서 얼게 된다. 소금의 농도가 클수록 녹음점은 더 낮아진다. 농도가 30%인 소금의 포화용액은 -21℃에서 언다.

둘째로, 겨울에 바다물걸면의 온도가 -10~-20℃로 내려가는데도 응고점이 -2℃정도인 바다물이 얼지 않는것은 소금이 섞인 물이 최대밀도로 되는 온도가 4℃가 아니라 바다물이 어는 온도보다 낮기때문이다.

걸면의 온도가 내려가 민물에서처럼 걸층에서 얼음이 얼기 시작했다 하더라도 대류에 의하여 얼음이 녹아버린다. 바다물이 얼자면 물의 대류가 멎어야 하는데 이렇게 되면 바다물전체가 밑층에서 웃층까지 최대밀도로 되는 온도까지 식어야 한다. 그러므로 바다물은 잘 얼지 않는다.

셋째로, 바다물이 얼 때 소금기가 적은 물이 먼저 얼기때문에 바다물이 얼면 얼지 않은 바다물의 소금기가 더 많아지면서 어는 온도를 더 낮추기때문이다.

[례제] 0℃의 얼음 5kg을 덥혀 50℃의 물을 만드는데 필요한 열량은 얼마인가?

풀이. 주어진것: $t_1=0℃$, $T_1=273\text{K}$

$t_2=50℃$, $T_2=323\text{K}$

$m=5\text{kg}$, $\lambda=3.4\times10^5\text{J/kg}$

$c=4\,200\text{J/(kg·K)}$

구하는것: Q?

얼음을 녹이는데 드는 열량

$$Q_1=\lambda\cdot m$$

0℃의 물을 50℃까지 덥히는데 드는 열량

$$Q_2=cm(T_2-T_1)$$

전체 열량 $Q=Q_1+Q_2=\lambda m+cm(T_2-T_1)=$

$=3.4\times10^5\times5+4\,200\times5\times(323-273)=$

$=2.75\times10^6(\text{J})$

답. $2.75\times10^6\text{J}$

문제

1. 다음 문장들의 정확성을 판단하고 리유를 밝혀라.
   ㄱ) 녹음열은 물질의 질량에 비례한다.
   ㄴ) 비녹음열은 물질의 질량에 비례한다.

ㄷ) 액체가 응고될 때에는 녹음열만 한 열량을 받아들인다.

ㄹ) 온도가 녹음점에 이르면 더 가열하지 않아도 녹는다.

ㅁ) 녹음점과 응고점은 서로 다르다.

2. 녹음점에서 나프탈린이 고체상태에 있을 때와 액체상태에 있을 때 그의 내부에네르기가 어느쪽이 더 큰가?
3. 겨울에 남새움에 물을 담은 물통을 몇개 놓으면 움안의 온도가 많이 내려가지 않으므로 남새가 얼지 않는다. 무엇때문인가? 움안에서 10℃의 물 200kg이 0℃의 얼음으로 응고될 때 내보내는 열량은 얼마인가?

제 2 절. 증발과 응결

경애하는 수령 **김일성**대원수님께서는 다음과 같이 교시하시였다.

《주민들에 대한 수산물공급사업을 강화하기 위하여 여러 도시들에 랭동공장을 차려놓을것이며 철도의 랭동차량을 늘이고 운반선들에도 랭동설비를 갖추어야 하겠습니다.》

경애하는 대원수님의 유훈을 받들고 랭동공장, 랭동차량, 랭동설비들을 갖추어놓는데서 랭동의 원리를 잘 아는것이 중요하다.

랭동기는 액체의 증발과 응결현상을 리용한 장치이다.

증발과 응결현상

해가 나는 여름날 마당에 물을 뿌리면 인차 마르는것을 볼수 있다.

향수나 휘발유와 같은 액체도 그것이 들어있는 그릇의 뚜껑을 열어놓으면 그 냄새가 퍼지면서 량이 줄어들다가 일정한 시간이 지나면 다 없어진다. 이것은 액체의 겉면에서 분자들이 날아나면서 기체로 되기때문이다.

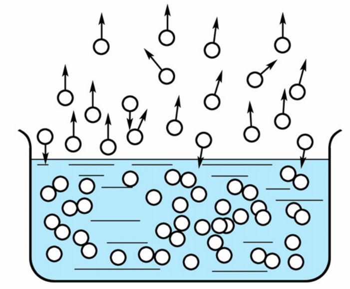


그림 7-5. 증발과 응결현상

이와 같이 액체의 겉면에서 액체가 기체로 되는 현상을 **증발**이라고 부르며 반대로 기체가 액체로 되는 현상을 **응결**이라고 부른다.(그림 7-5)

증발과 응결현상은 어떻게 일어나는가.

액체속에서 분자들은 끊임없이 무질서한 열운동을 하면서 서로 충돌한다. 이 과정에 어떤 분자들은 특별히 큰 열운동속도를 얻게 되는데 이에 따라서 액체속에는 언제나 평균열운동에네르기보다 큰 에네르기를 가지는 분자들이 있게

된다.

액체의 겉면층에 있는 이러한 분자들은 주위에 있는 액체분자들의 끌힘을 이겨내고 액체겉면에서 떨어져나가 기체분자로 될수 있다. 이것이 바로 증발현상이다.

반대로 증기분자들가운데서 열운동에네르기가 작은 분자들은 운동하다가 액체겉면에 부딪칠 때 액체분자들의 끌힘에 의하여 다시 액체속으로 끌려들어가 액체분자로 된다. 이것이 바로 응결현상이다.

이와 같이 증발은 특별히 큰 열운동에네르기를 가진 액체분자들이 다른 액체분자들의 끌힘을 이겨내고 액체겉면밖으로 튀여나가는 현상이며 응결은 열운동에네르기가 작아진 기체분자들이 액체겉면에 있는 분자들의 끌힘을 받아 액체속으로 들어가는 현상이다.

어떤 때 증발이 빨리 일어나는가.

증발은 온도가 높을수록 빨리 일어난다. 그것은 온도가 높을수록 분자들의 무질서한 열운동이 세차져 큰 열운동에네르기를 가진 분자수가 많아지기때문이다.

증발은 액체의 겉면이 넓을수록 빨리 일어난다. 그것은 겉면이 넓을수록 액체겉면에 놓이는 분자수가 많아져서 액체밖으로 튀여나가는 분자수도 많아지기때문이다.

증발은 바람이 불수록 빨리 일어난다. 그것은 바람이 불면 먼저 튀여나간 분자들이 빨리 흩어지므로 액체겉면우에서의 증기분자수밀도가 작아져 증발이 우세해지고 다시 액체겉면으로 되돌아와 응결되는 분자수가 적어지게 되기때문이다.(그림 7-6)

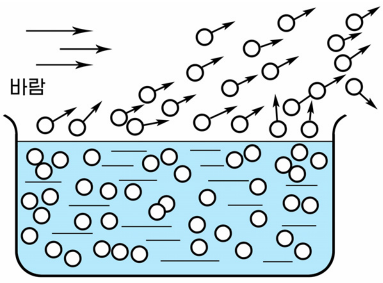


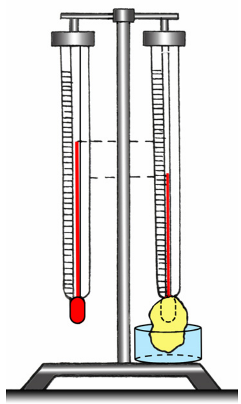
그림 7-6. 증발은 바람이 불수록 빨리 일어난다

증발속도는 액체의 종류에 따라 다르다. 그것은 액체분자들사이의 호상작용이 액체의 종류에 따라 서로 다르기때문이다.

증발할 때의 온도변화, 증발열

무더운 여름날 수영장에서 수영하다가 밖으로 나오면 시원하다. 왜 그런가.

그림 7-7과 같이 액체로 적신 천으로 싼 온도계와 마른 온도계를 가지런히 놓고 온도눈금을 보면 젖은 온도계가 더 낮은 온도를 가리킨다는것을 알수 있다. 이것은 젖은 천에서 액체가 증발할 때 주위의 온도가 내려간다는것을 보여준다.


그림 7-7. 증발할 때 온도가 낮아진다

이와 같이 증발할 때 액체의 온도는 내려간다. 이것은 증발과정에 열운동에네르기가 큰 분자들이 액체밖으로 나가

므로 액체속에 남아있는 분자들의 평균열운동에네르기가 작아지기때문이다. 평균열운동에네르기가 작아지면 액체의 내부에네르기가 작아지는데 이 작아진 몫만 한 열량이 밖으로 나간다. 이때의 열량은 증발하는 분자들이 가지고 나간다.

때문에 같은 온도에서 증발이 계속 일어나려면 밖에서 열량을 받아들여야 한다.

액체가 증발할 때 밖으로부터 받아들이는 열량을 **증발열**이라고 부른다.

증발열은 증발한 액체의 질량에 비례한다. 즉

$$Q = L \cdot m \qquad \text{증발열}$$

여기서 비례결수 L은 1kg의 액체를 같은 온도의 증기로 변화시키는데 드는 증발열과 같은데 이것을 **비증발열**이라고 부른다. 비증발열의 단위는 1J/kg이다.

비증발열은 액체의 종류에 따라 다르며 같은 종류의 액체에서도 온도와 압력에 따라 다른 값을 가진다. 실례로 표준대기압에서 물의 비증발열은 0℃ 때 2.5×10^{6}J/kg, 50℃ 때 2.38×10^{6}J/kg, 100℃ 때 2.26×10^{6}J/kg, 200℃ 때 1.96×10^{6}J/kg 등이다.

⚠ 기체가 응결될 때에는 증발열만 한 열량을 내보낸다.

? 증발은 액체겉면에서만 일어나는가.

방안에 있는 나프탈린(좀약)덩어리는 냄새를 풍기면서 점점 작아지며 몹시 추운 겨울날 밖에 널어놓은 빨래는 얼어있어도 점차 마른다.

이것은 고체의 겉면에서도 열운동에네르기가 매우 큰 분자들이 고체겉면분자들의 끌힘을 이겨내고 밖으로 튀여나가 기체분자로 된다는것을 보여준다.

고체의 겉면에서 고체가 기체로 되는 현상을 **승화**라고 부른다.

고체분자들사이의 끌힘은 액체분자들사이의 끌힘보다 훨씬 크기때문에 보통조건에서는 철이나 돌에서 승화가 거의 일어나지 않는다. 그러나 압력을 낮추고 온도를 높이면 철이나 돌에서도 승화가 일어난다.



승화가 일어날 때 얼마만한 열량이 필요한가?

승화의 반대과정도 일어난다. 즉 기체상태로부터 액체상태를 거치지 않고 직접 고체상태로 변할수 있다.

이와 같이 기체가 고체로 변하는 승화의 반대과정을 **강화**라고 부른다. 강화열은 승화열과 같이 증발열과 녹음열의 합과 같다.

승화현상과 강화현상은 우리 주위에서 많이 찾아볼수 있으며 기술에서도 리용되고있다.

수력발전소언제주위와 폭포, 산골물길주위에 있는 나무가지나 절벽에는 겨울철에 아름다운 서리꽃이 피여나는데 이것은 수증기들이 온도가 낮아질 때 직접 눈결정으로 성장한것이다.

룡문대굴이나 송암동굴속에 피여있는 돌꽃들도 공기중에 기체상태로 있던 탄산칼시움분자들이 고체인 결정상태로 넘어간것이다.(그림 7-8)

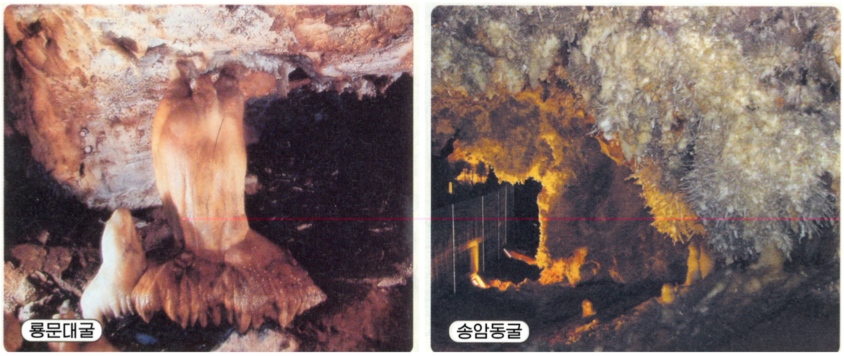


그림 7-8. 룡문대굴과 송암동굴

기술에서는 이러한 현상을 리용하여 얇은 박막단결정을 성장(에피탁시)시키거나 렌즈보호막과 같은 얇은 막을 증착시키고있다.

증발과 응결현상의 리용

액체는 증발할 때 증발열을 흡수하므로 많은 량의 액체를 갑자기 증발시키면 액체주위의 온도가 몹시 내려간다. 랭동기는 이 원리를 리용하여 만든다.

압축식랭동기에서는 작업물질로서 쉽게 증발되고 압축하면 쉽게 액체로도 되는 암모니아나 이산화탄소, 아류산가스 등을 많이 쓰는데 구조는 크게 압축기, 응결관, 증발관으로 구성되여있다.(그림 7-9) 압축기를 돌려 증발관속의 기체를 빨아내여 응결관속에 압축하여 넣으면 응결관안에서 액체로 된다. 이 액체가 증발관속에서 급격히 증발하면서 열을 흡수하므로 랭동실안의 온도가 내려간다.

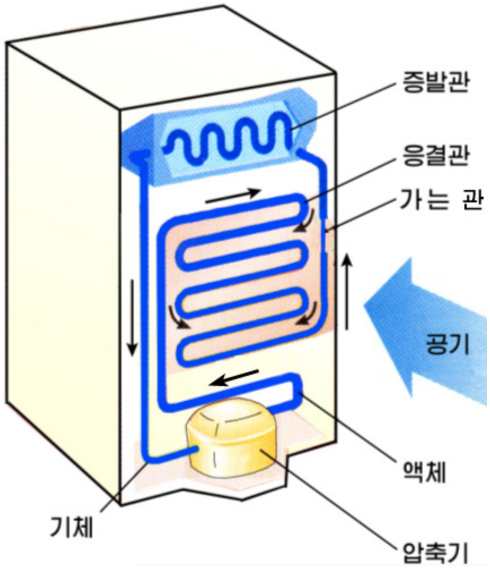


그림 7-9. 압축식랭동기의 구조

증발에 의한 랭각작용은 군사기술에서도 쓰인다. 미싸일이 공기속에서 빠른 속도로 운동할 때는 공기와의 마찰에 의하여 겉면이 몹시 가열된다. 미싸일의 겉면에 바른 보호막은 이 열을 받아 녹아서 증발하면서 많은 열을 빼앗아가지고 날아나므로 미싸일의 겉면온도가 높아지지 않게 된다.

참고

물질의 상태변화

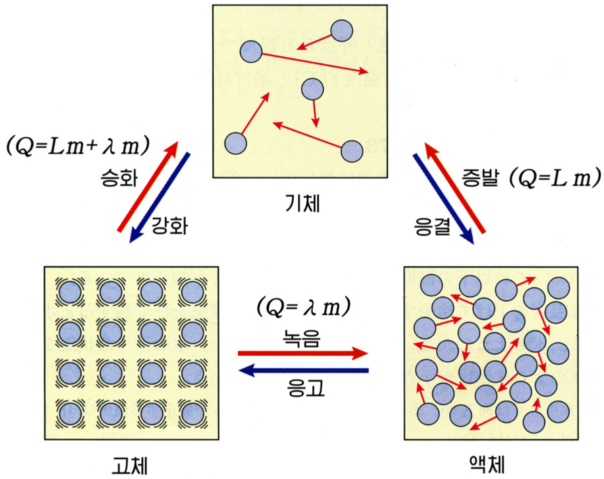


그림 7-10. 물질의 상태변화

문 제

1. 다음 문장들의 정확성을 판단하고 리유를 밝혀라.
   ㄱ) 추운 날에는 증발이 일어나지 않는다.
   ㄴ) 비증발열은 액체의 질량에 비례한다.
   ㄷ) 액체의 비증발열은 그의 종류에만 관계된다.
   ㄹ) 같은 질량의 주어진 물질의 증발열은 승화열보다 항상 작다.
2. 꼭같은 량의 물을 고뿌에 담았을 때와 시험관에 담았을 때 증발속도가 어떻게 다른가?
3. 어떤 온도에서 증발하는 분자수와 응결되는 분자수가 같을 때 증발속도는 어떻게 되겠는가?
4. 표준대기압에서 100℃의 물 150g을 같은 온도의 수증기로 만들자면 얼마만한 열량이 필요한가?
5. 온도가 20℃인 3L의 물에 660℃까지 가열된 2.5kg의 강철덩어리를 넣었다. 이때 물이 60℃까지 덥혀졌는데 물의 일부는 수증기로 되였다. 수증기로 된 물의 질량을 구하여라. 60℃에서 물의 비증발열은 2 359kJ/kg, 강철의 비열은 460J/(kg·K)이다.

제 3 절. 포화증기압

포화증기압

잉크병마개를 열어둔채 그냥 놔두면 잉크가 증발하여 량이 줄어들지만 마개를 막아두면 줄어들지 않는다.

그러면 이때에는 증발이 일어나지 않는가.

닫긴 그릇속에서 일어나는 증발과 응결과정을 살펴보자.



그림 7-11. 닫긴 그릇속에서 증발과 응결

그림 7-11과 같이 플라스크에 액체를 넣고 마개를 꽉 막자.

운동에네르기가 큰 액체분자들은 액체겉면을 뚫고나가 증기분자로 된다. 처음에는 증기분자수가 얼마 되지 않지만(그림 7-11의 ㄱ) 시간이 지나면 그 수가 점점 많아진다. 이때 먼저 튀여나온 증기분자들가운데는 다시 응결되는것도 있는데 증기분자수가 많을수록 응결되는 분자들도 많아진다.(그림 7-11의 ㄴ) 일정한 시간이 지나면 증기로 날아나는 분자수와 액체로 응결되는 분자수가 거의 같은 평형상태에 이르게 된다.(그림 7-11의 ㄷ) 이런 상태에 이르면 증발은 계속되여도 액체의 량은 더 줄어들지 않는다.

이와 같이 증발되는 분자수와 응결되는 분자수가 같아지는 평형상태를 **포화상태**라고 부르며 포화상태에 있을 때의 증기를 **포화증기**라고 부른다.

포화상태에 아직 이르기 전의 증기 즉 증발되는 분자수가 응결되는 분자수보다 더 많아서 액체가 계속 증발할수 있을 때의 증기를 **불포화증기**라고 부른다.

같은 온도에서 불포화증기의 밀도는 포화증기의 밀도보다 작다.

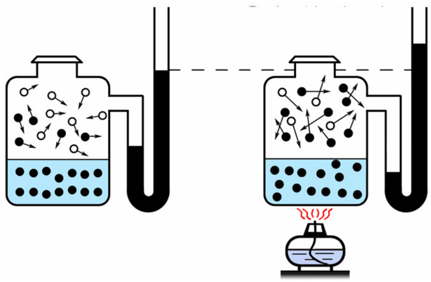
기체분자들의 무질서한 열운동때문에 기체의 압력이 작용하는것처럼 증기도 기체이므로 압력을 나타낸다.

포화증기의 압력을 **포화증기압**이라고 부른다. 물의 포화증기압을 **포화수증기압**이라고도 부른다.

포화증기압과 온도사이관계

포화증기압은 온도에 따라 다르다.

그림 7-12에서 보는것처럼 온도가 높을수록 증발이 빨리 일어나므로 증기로 되는 분자수가 많아진다.


그림 7-12. 포화증기압은 온도에 따라 커진다

결국 단위체적속의 분자수 즉 분자수밀도가 커지게 되며 더 많은 분자들이 벽과 충돌하여

압력이 커진다.

또한 온도가 높을수록 분자들의 열운동에네르기가 커지므로 그릇의 벽에 더 자주, 더 세게 충돌하여 압력이 커지게 된다.

이와 같이 포화증기압은 온도가 높아짐에 따라 급격히 커진다.

다음의 표와 그림 7-13은 온도에 따르는 포화수증기압의 변화를 보여주고있다.

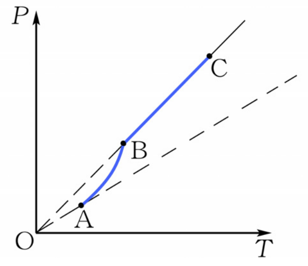


그림 7-13. 온도에 따르는 포화수증기압의 변화

그림에서 보는것처럼 온도에 따르는 포화증기압의 변화는 리상기체에서 체적이 일정할 때 압력과 온도사이의 관계를 보여주는 샬의 법칙 $P = nkT (nk = \text{일정})$ 의 그라프(등적선)와 많이 차이난다.(AB부분) 즉 포화증기압이 리상기체에서보다 더 빨리 커진다. 그것은 온도가 높아질 때 분자수밀도가 커지는것과 관련된다.

만일 닫긴 그릇속의 물이 전부 수증기로 되면 이때부터 샬의 법칙을 만족시킨다.(BC부분)

온도에 따르는 포화수증기압

t [℃]	P_0 [Pa]	t [℃]	P_0 [Pa]	t [℃]	P_0 [Pa]	t [℃]	P_0 [Pa]
2	610	14	1 598	30	4 241	70	31 148
4	705	18	2 063	40	7 373	80	47 326
6	934	22	2 643	50	12 328	90	70 079
10	1 228	26	3 360	60	19 912	100	101 293

온도가 같을 때에 포화증기압은 액체의 종류에 따라 다르다.

례를 들어 온도가 20℃일 때 몇가지 액체의 포화증기압은 다음 표와 같다.

몇가지 액체의 포화증기압(20℃)

물 질	포화증기압[Pa]	물 질	포화증기압[Pa]
물	2 338	휘발유	9 943
에틸알콜	5 931	에테르	58 643

표에서 보는바와 같이 증발이 더 빨리, 더 잘 일어나는 액체일수록 포화증기압이 크다.



같은 온도에서 포화증기압이 왜 액체의 종류에 관계되는가?

참고 과포화상태(과랭각상태)

포화상태란 주어진 온도에서 증기의 밀도와 압력이 최대로 되는 상태이다. 만일 어떤 원인에 의해서 증기의 밀도와 압력이 최대값을 넘으면 증발과 응결의 평형상태가 파괴되는데 이때에는 증발보다 응결이 우세해져서 다시 평형상태로 되돌아간다.

그러나 증기의 밀도와 압력값이 포화상태의 값을 초과하는 상태가 유지되는 경우도 있다.

일반적으로 기체의 액화는 응결핵이 먼저 생겨나고 그것이 점점 커지는 방법으로 일어난다. 대기속에 먼지나 연기, 이온이 있으면 그것을 응결중심으로 하여 물방울이 생겨난다.

대기속에 응결중심으로 될수 있는 먼지나 이온들이 없다면 수증기의 밀도나 압력이 포화상태의 값보다 커져도 응결되지 못한다. 이런 불안정한 상태를 **과포화상태** 또는 **과랭각상태**라고 부른다.

높은 대기층에는 먼지나 연기알갱이가 없으므로 쉽게 과포화상태가 조성된다. 이런 대기속으로 비행기가 지나가면 비행기에서 내보내는 연소물알갱이들이 응결중심이 되여 물방울 또는 얼음쪼각들이 생겨나 비행기가 지나간 자리길을 따라 비행운(구름)이 생겨난다.

문제

1. 다음 문장들의 정확성을 판단하고 그 근거를 밝혀라.
   ㄱ) 모든 액체의 포화증기압은 온도가 같을 때 꼭같다.
   ㄴ) 포화증기압은 온도가 높을수록 커진다.
   ㄷ) 포화증기압은 온도에 관계없고 액체의 종류에만 관계된다.
   ㄹ) 포화증기압은 불포화증기압보다 작다.
2. 일정한 온도에서 불포화증기의 밀도가 포화증기의 밀도보다 작은것은 무엇때문인가?
3. 포화증기압이라고 할 때 액면우의 공간에 차있는 공기분자들이 그릇벽에 주는 압력도 포함되는가? 왜 그런가?
4. 닫긴 그릇속의 액면우에 있는 증기가 포화상태에 도달한 후에도 액체분자들이 액면에서 튀여나가겠는가? 무엇때문에 이때 액체가 더 증발하지 않는것으로 보이는가?
5. 온도가 변할 때 포화증기압이 변하는 원인을 분자운동으로 설명하여라.

제 4 절. 끓 음

끓음현상

물은 증발에 의하여 기체로 변할뿐아니라 끓을 때에도 수증기로 된다.

물을 가열하여 그의 온도가 100℃에 이르면 물속에서 작은 공기방울들이 련이어 생겨 물겉면으로 솟아올라 터지면서 급격히 증기가 생기는 현상이 일어난다. 이러한 현상을 **끓음**이라고 부른다.(그림 7-14)

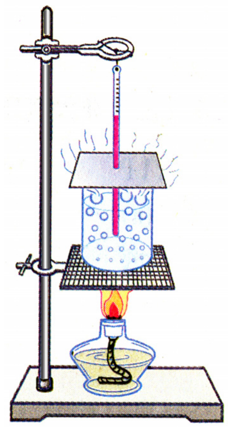


그림 7-14. 물의 끓음현상

증발과 끓음현상은 다같이 액체가 기체로 변하는 과정이다. 그렇다고 하여 증발과 끓음이 꼭같은 현상은 아니다.

❓ 끓음은 어떻게 일어나는가.

플라스크속에 찬물을 넣고 방안에 가져다놓으면 바닥과 벽에 수많은 공기방울(기포)들이 붙어있는것을 볼수 있다.

이 방울들은 그릇에 물을 담을 때 그릇의 바닥과 벽에 남아있었거나 물속에 섞여있던 공기들로 이루어진것이다. 이런 공기방울속에서는 이미 증발이 일어나 포화상태로 되여있다.

보통 이 공기방울속의 포화증기압은 대기압 P_0과 물의 압력 P의 합보다 크지 못하여 방울의 체적이 커지지 않게 된다.(그림 7-15의 ㄱ)

물을 가열하면 온도가 높아지면서 공기방울속으로 증발이 더 일어나 포화증기압이 커진다.(그림 7-15의 ㄴ)

이 압력이 외부압력을 이기면 공기방울의 체적이 불어나 큰 뜰힘을 받아서 떠오르게 되며 물겉면에 이르면 터지면서 속에 있던 포화증기를 밖으로 내뿜는다.(그림 7-15의 ㄷ)

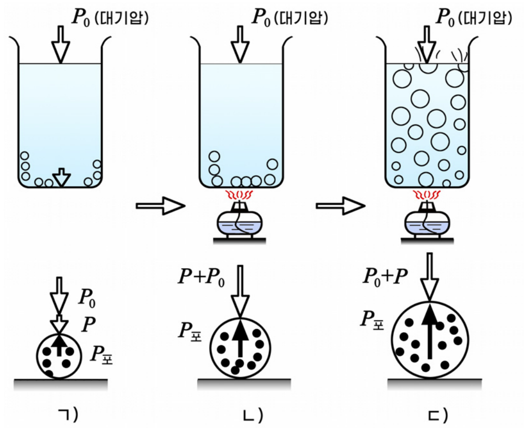


그림 7-15. 물을 덥힐 때 기체방울이 솟아올라 터지는 과정

이처럼 액체가 끓을 때에는 액체속에 있는 기체방울속으로 증발이 일어나면서 점점 커진 기체방울들이 액체겉면으로 솟아올라 터지는 꼭같은 현상이 되풀이된다.

끓 음 점

끓음은 액체속에 있는 기체방울속의 포화증기압이 외부압력과 같아질 때 일어난다.

그런데 포화증기압은 온도에 관계되므로 끓음은 일정한 온도에서만 일어난다.

액체가 끓는 온도를 **끓음점**이라고 부른다. 물의 포화증기압이 표준대기압과 같아지는 온도는 100℃이므로 표준대기압에서 물의 끓음점은 100℃인것이다.

액체가 끓기 시작하면 밖으로부터 받은 열량은 액체분자들이 걸면층을 뚫고 기체분자로 되는데만 쓰인다. 그러므로 액체가 열을 받으면 체적이 불어나 자리에네르기는 커지지만 분자들의 열운동에네르기는 커지지 않는다. 따라서 끓고있는 동안 온도는 변하지 않는다.



보통 종이는 불에 탄다. 그러나 종이로 만든 고뿌로 물을 끓일수 있다.

종이고뿌를 만들어 물을 끓일수 있는가를 실지 해보고 이때 종이고뿌가 왜 타지 않는가를 생각해보아라.

포화증기압이 물질에 따라 다르기때문에 끓음점도 물질에 따라 다르다.

끓음점이 물질에 따라 다른 성질은 액체혼합물에서 물질들을 성분별로 갈라내는데 쓰인다.

액체공기를 여러 온도에서 끓여 산소, 질소 등 여러가지 기체들을 생산하는것이나 원유를 여러 온도에서 끓여 휘발유, 석유, 중유들을 얻어내는것은 그러한 실례로 된다.(그림 7-16)

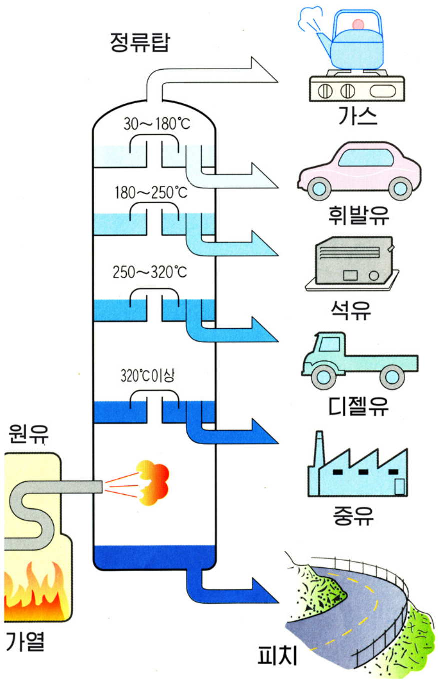


그림 7-16. 원유정제

끓음점과 외부압력사이의 관계

액체는 액체속에 있는 기포의 포화증기압력이 외부압력과 같아지는 온도에서 끓는다.

 외부압력이 변할 때 끓음점은 어떻게 되겠는가.

실험

○ 그림 7-17과 같은 실험장치에서 변 K를 열어놓고 플라스크속의 압력과 대기압이 같아지게 한 다음 플라스크속의 물을 가열하면서 끓음점을 측정한다.

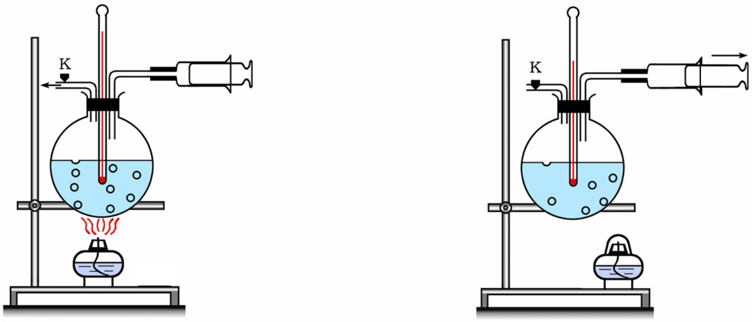


그림 7-17. 물겉면우의 압력이 변할 때 끓음점이 달라진다

○ 불을 끄고 어떤 변화가 일어나는가를 알아본다. 이때 끓음은 멎는다.

○ 물의 온도가 100℃보다 낮아진 다음에 변 K를 닫고 피스톤을 당겨서 물겉면의 압력을 낮추면서 어떤 현상이 일어나는가를 알아본다. 이때 물은 100℃보다 낮은 온도에서도 끓는다.

○ 변 K를 열고 물을 다시 가열하면 온도계는 100℃를 가리키고 물도 끓는다. 이때 변 K를 막고 피스톤을 밀어 압력을 크게 하면 어떻게 되는가를 알아본다. 이때 끓음이 멎는다.

우의 실험으로부터 무엇을 알수 있는가.

액체의 끓음점은 외부압력에 따라 변한다는것을 알수 있다.

즉 외부압력이 작아지면 끓음점이 낮아지고 외부압력이 커지면 끓음점이 높아진다는것을 알수 있다.

그것은 외부압력이 작아지면 낮은 온도에서도 기체방울이 커질수 있기때문이며 외부압력이 커지면 온도가 높아야 기체방울이 커질수 있기때문이다.

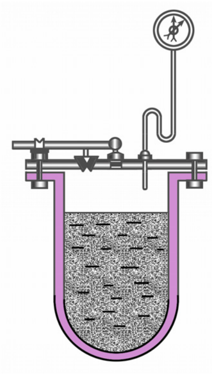


그림 7-18. 고압가마(내부)

액체의 끓음점이 외부압력에 따라 변하는 현상은 생활과 기술에서 널리 리용된다. 높은 산에서 밥을 짓거나 높은 온도와 압력의 증기를 얻을 때에는 고압가마(밀폐식가마)를 쓴다.(그림 7-18)

반대로 남새나 과일즙을 농축할 때에는 저압가마를 쓴다.



생각하기 증발과 끓음은 어떻게 다른가?

⚠ 액체를 끓일 때 드는 열도 증발열이므로 다음과 같이 표시된다.

$$Q = L \cdot m$$

표준대기압에서 몇가지 물질의 끓음점과 끓음점에서의 비증발열값은 다음 표와 같다.

※ 일반적으로 증발과 끓음과 같이 액체가 기체로 되는 현상을 **기화**라고 부른다. 반대로 기체가 액체로 되는 현상을 **액화**라고 부른다.

몇가지 물질의 끓음점과 끓음점에서의 비증발열

물 질	끓음점[℃]	비증발열 [$\times 10^5$J/kg]	물 질	끓음점[℃]	비증발열 [$\times 10^5$J/kg]
헬리움	-269	0.25	알 콜	78	8.55
수 소	-253	4.53	물	100	22.6
산 소	-183	2.14	수 은	357	2.89
질 소	-196	1.73	철	3 050	61.3
공 기	-42	1.90	동	2 580	54.1
에테르	35	3.52	알루미니움	2 300	92.2



과열상태

오래동안 끓인 물을 서서히 식혔다가 다시 끓이려고 할 때에는 온도가 끓음점보다 높아도 끓지 않는 경우가 있다.

이와 같이 액체가 끓음점보다 높은 온도에 있으면서도 끓지 못하는 상태를 **과열상태**라고 부른다. 과열상태가 생기는것은 이미 있던 기포들이 앞서 끓을 때 걸면층밖으로 말끔히 나왔기때문이라고 설명할수 있다.

과열상태에 있는 액체는 과포화상태에 있는 증기와 같이 불안정하다.

그러므로 과열상태에 있는 액체는 휘젓거나 어느 한 부분에서 일단 끓음이 시작되면 폭발적으로 일어난다.



[례제] 표준대기압에서 0℃의 물 2kg을 끓여서 수증기로 만드는데 필요한 열량은 얼마인가?

풀이. 주어진것: t_1=0℃, t_2=100℃, c=4 200J/(kg·K)

T_1=273K, T_2=373K,

m=2kg, L=2.26$\times 10^6$J/kg

구하는것: Q?

물을 끓음점까지 덥히는데 드는 열량: $Q_1 = cm(T_2 - T_1)$

끓음점에서 증기로 변화시키는데 드는 열량: $Q_2 = L \cdot m$

$$Q = Q_1 + Q_2 = cm(T_2 - T_1) + L \cdot m = m\,[c(T_2 - T_1) + L] =$$
$$= 2\times[4\,200\times(373-273)+2.26\times10^6] = 5.36\times10^6\,(\text{J})$$

답. 5.36×10^6J

문 제

1. 표준대기압에서 에테르의 끓음점은 35℃이다. 이 온도에서 에테르의 포화증기압은 얼마인가?
2. 외부압력이 클수록 액체의 끓음점이 높은 리유는 무엇인가?
3. 끓음점에 있는 물과 수증기의 내부에네르기는 어느쪽이 더 큰가?
4. 표준대기압에서 알콜의 끓음점은 78℃이다. 알콜온도계로 표준대기압에서 물의 끓음점을 잴수 있는가?
5. 100℃의 물 3.5kg을 수증기로 만드는데 필요한 열량을 구하여라.

제5절. 습 도

공기의 습도

우리가 살고있는 대기속에는 언제나 수증기가 있다. 일반적으로 대기속에 포함된 수증기량이 많을수록 공기는 더 눅눅하고 적을수록 더 메마르게 느껴진다.

공기가 어느 정도 눅눅한가 메마른가 하는 정도를 나타내기 위하여 습도라는 말을 쓴다.

공기가 눅눅한가 메마른가 하는것은 증발과 관련되는데 메마른 곳에서는 증발이 빨리 일어나지만 반대로 눅눅한 곳에서는 증발이 잘 일어나지 않는다. 이것은 공기가 메마른가 눅눅한가 하는것이 증발이 얼마나 잘 일어나는가에 의하여 결정된다는것을 보여준다.

그러므로 공기가 눅눅한가 메마른가 하는것을 알려면 공기속의 수증기압이 포화증기압보다 얼마나 큰가 또는 작은가 즉 공기속의 수증기압이 포화증기압의 몇%나 되는가를 알아야 한다.

공기속의 수증기압력 P를 주어진 온도에서의 포화수증기압 P_0으로 나눈 값을 %로 표시한것을 **상대습도**(간단히 **습도**)라고 부른다. 상대습도를 B로 표시하면

$$B = \frac{P}{P_0}\times100(\%)$$ **상대습도**

상대습도가 1(100%)이면 포화상태이고 1보다 작으면 불포화상태이며 1보

다 크면 과포화상태이다.

상대습도가 작을수록 증발이 더 세게 일어나며 공기는 보다 메마르게 느껴진다.

습도는 인체의 위생조건에 많은 영향을 준다. 습도가 높으면 피부에서 내보내는 분비물이 그대로 피부겉면에 남아있으면서 끈끈한감을 주며 때로는 숨이 막힐 정도로 답답한감을 느끼게 할 때도 있다. 반대로 습도가 너무 낮으면 증발이 몹시 일어나 코안과 입안이 마르고 몹시 메마른감을 준다.

사람에게 가장 알맞는 습도는 60~70%이다.

습도는 동식물의 생육조건에도 영향을 주며 생산과 생산물의 저장 및 관리에도 영향을 준다. 공기가 너무 건조하면 농작물이 시들고 씨앗이 싹트지 못하며 누에알이나 닭알이 까나지 못한다.

방직공장에서 공기가 지내 마르면 실이 끊어져 제품의 질이 떨어지고 생산속도가 지연된다. 또한 습도가 높으면 낟알이 잘 마르지 않고 변질되며 천이나 옷이 눅눅해지고 곰팽이가 쉽게 생긴다.

이 슬 점

이른아침 밖에 나가면 풀잎이나 나무잎에 이슬이 맺히는것을 볼수 있다.

어떤 때 이슬이 맺히고 또 그것이 어떻게 사라지는가.

공기속의 불포화수증기량이 변하지 않으면서 온도가 낮아지면 불포화상태가 점점 포화상태에 가까와진다. 즉 온도가 낮아지면 포화증기압이 작기때문에 습도가 높아진다.

온도가 더 내려가면 공기의 수증기압이 포화증기압과 같아질수 있는데 이때 습도는 100%로 되며 증발과 응결이 평형을 이루게 된다.

온도가 더 내려가면 공기는 과포화상태로 되며 증발보다 응결이 더 우세하므로 공기속의 일부 수증기가 풀잎이나 나무잎에 응결되여 이슬로 맺히게 된다.

공기속의 수증기가 포화상태로 되여 이슬로 맺히기 시작할 때의 온도를 **이슬점**이라고 부른다. 즉 이슬점이란 공기속의 수증기압력이 포화수증기압력과 같아지는 온도이다.

이슬점은 공기속에 들어있는 수증기의 압력에 따라 결정된다.

수증기의 압력이 높으면(수증기량이 많으면) 이슬점도 높다. 그러므로 공기속에 수증기의 절대량이 많을수록 온도가 적게 낮아져도 이슬이 맺힐수 있다.

아침에 해가 솟으면 대기의 온도가 이슬점보다 높아져서 포화상태는 다시 불포화상태로 되며 이때에는 응결보다 증발이 우세하므로 이슬이 증발하여 사라진다.

이와 같이 기온이 이슬점아래로 낮아지면 공기속의 불포화수증기가 포화되면서 이슬로 맺힌다. 반대로 기온이 이슬점보다 높아지면 공기속의 수증기가 포

화상태로부터 불포화상태로 되면서 이슬이 증발되여 사라진다.

여러가지 습도계

일상생활에서나 인민경제 여러 부문에서 습도를 정확히 재고 잘 조절하는것은 매우 중요하다.

습도를 측정하는 계기를 **습도계**라고 부른다. 습도계에는 여러가지 종류가 있다.

머리카락습도계(그림 7-19)는 기름을 뺀 머리카락의 길이가 습도에 따라 변하는 성질을 리용하여 만들었다.

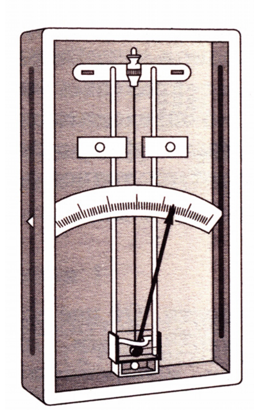


그림 7-19. 머리카락습도계

한끝이 고정된 머리카락의 다른 끝을 도르래에 걸쳐 추와 이어놓으면 도르래의 축에 붙여놓은 바늘이 해당한 습도값을 가리킨다.

건습구습도계(그림 7-20)는 마른 온도계와 젖은 온도계로 이루어져있다. 공기의 습도가 낮을수록 젖은 온도계에서 물이 빨리 증발하므로 두 온도계의 온도차가 커진다.

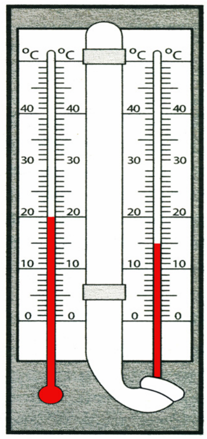


그림 7-20. 건습구습도계

습도를 잴 때에는 미리 계산하여 만든 표를 리용한다.

온습도계(그림 7-21)는 흔히 리용하는 온도와 습도를 동시에 잴수 있는 계기이다.

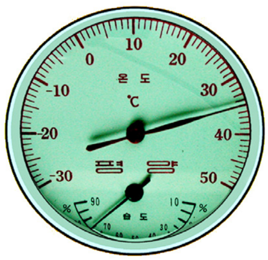


그림 7-21. 온습도계

온습도계는 쌍금속판에 의하여 온도를 재는 동시에 습도에 따라 종이가 늘어나는 성질에 의하여 습도를 재게 되여있다. 튐성을 가진 금속(린청동)띠우에 같은 크기의 종이를 풀로 붙여 그림 7-22와 같이 용수모양으로 감아서 한쪽 끝은 고정시키고 다른쪽 끝은 축을 통하여 바늘에 련결하였다.

습도가 높아지면 종이의 길이가 늘어나서 용수가 펴지며 습도가 낮아지면 줄어들면서 용수가 조여진다. 이에 따라 바늘이 돌아가면서 해당한 습도값을 가리킨다.

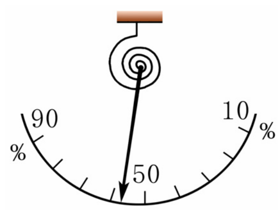


그림 7-22. 종이로 습도를 재는 장치

상 태 도

물질의 세 상태는 압력과 온도에 의존한다. 물질의 상태가 압력과 온도에 따라 어떻게 달라지는가를 보여주는 기하학적그림을 **상태도**라고 부른다.

그림 7-23에 물의 상태도를 보여주었다.

상태도에서 곡선 OB는 포화증기압곡선이다. 이 곡선은 물과 수증기사이의 평형상태가 어떤 온도와 압력밑에서 이루어지는가를 보여준다. 이 곡선의 끝점 B에서는 물과 포화증기의 차이가 사라지는데 이때의 온도를 **림계점**이라고 부른다. 림계점에서는 액체분자들의 열운동이 커져서 최소로 작아진 물의 밀도와 최대로 커진 포화수증기의 밀도가 같다.

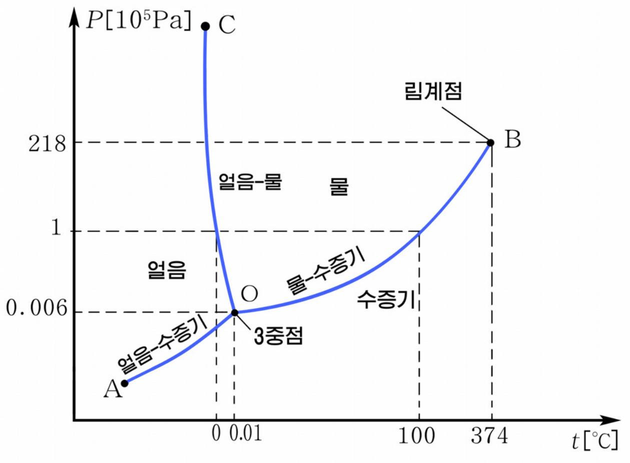


그림 7-23. 물의 상태도

곡선 OC는 녹음점곡선으로서 얼음과 물의 평형상태가 어떤 온도와 압력에서 이루어지는가를 보여준다.

낮은 온도, 낮은 압력의 구역에 있는 곡선 OA는 얼음과 수증기사이의 평형이 어떤 온도와 압력에서 이루어지는가를 보여준다.

3개의 곡선이 모이는 점 O는 얼음, 물, 수증기가 함께 있는 평형상태이다. 이 점을 **3중점**이라고 부른다.

3중점보다 낮은 압력에서는 고체와 기체상태만이 있다. 그림 7-23에서 온도가 끓음점보다 높아도 압력이 크면 액체상태로 있을수 있다는것을 알수 있다.

[례제] 온도가 22℃인 방안에서 이슬점을 재였더니 14℃였다. 이 방안의 습도를 구하여라. 이슬점에서의 물의 포화증기압이 이슬점을 재는 곳의 불포화수증기압이다.

풀이. 주어진것: $P=1\,598\text{Pa}$(14℃일 때의 포화증기압)

$P_0=2\,643\text{Pa}$(22℃일 때의 포화증기압)

구하는것: B?

$$B=\frac{P}{P_0}\times 100(\%)=\frac{1\,598}{2\,643}\times 100(\%)\approx 60.5(\%)$$

답. 약 60.5%

문제

1. 흐린 날이나 바람이 부는 날에는 새벽에 이슬을 볼수 없다. 왜 그런가?
2. 겨울에 성에는 창문밖에 생기는가, 안에 생기는가? 그 리유를 말하여라. 방풍종이는 창문의 어느쪽에 붙여야 좋은가?
3. 18℃인 방안에서 수증기압이 1 228Pa이였다. 이 방안의 이슬점과 습도를 구하여라.

4. 교실안의 습도는 20%이고 온도는 18℃이다. 교실안의 수증기압은 얼마인가?
5. 저녁온도는 16℃, 습도는 55%이다. 방온도가 8℃로 내려가면 이슬이 내리겠는가? (16℃일 때 포화수증기압은 1.81kPa, 8℃일 때는 1.07kPa이다.)

참고 인공강우

공기속의 수증기량이 많아도 온도가 높으면 상대습도가 1보다 작아 이슬이 맺히지 못한다. 그러나 대기의 온도를 이슬점보다 낮추어주면 인공적으로 비가 내리게 할수 있다.

대기의 온도를 이슬점아래로 낮추기 위하여 이산화탄소(CO_2)를 보통온도에서 3MPa이상으로 압축하여 얻은 결정체인 고체탄산 같은것을 쓸수 있다.

공기속의 수증기량이 많은 구역에 비행기로 고체탄산을 뿌리면 고체탄산이 사방으로 흩어져 승화되면서 승화열을 흡수하므로 기온이 내려가고 대기압이 낮아진다. 압력이 낮아진 이 구역으로 사방에서 공기가 밀려들면서 단열팽창(외부와 열교환이 끊어진 상태에서 기체의 팽창)하므로 온도가 이슬점아래로 내려가는 구역이 확대되면서 넓은 구역에서 비가 내리게 할수 있다.

탐구

문제: 기체의 액화방법과 현실에서의 리용에 대하여 알아보아라.
방법: ・물질의 상태도로부터 기체를 액화하기 위한 원리적인 방법을 찾아보아라.
・실제로 기체를 액화하는 방법과 액화의 리용에 대하여 설명하여라.

복습문제

1. 다음 물음에 대답하여라.
   ㄱ) 물체를 식히는데는 0℃의 물보다 0℃의 얼음이 더 좋다. 왜 그런가?
   ㄴ) 얼음의 비녹음열이 큰것이 사람들의 생활에 어떻게 유리한가?
   ㄷ) 고뿌안에 떠있는 얼음덩어리가 다 녹으면 물면이 어떻게 되겠는가?
2. 0℃의 눈이 쌓인 곳에 10℃의 물 10L를 부으면 눈이 얼마나 녹겠는가?
   (**답.** 약 1.23kg)
3. 20℃의 선철 18t을 용선로에서 녹이는데 얼마만한 석탄이 필요한가? 용선로의 열효률은 60%, 선철의 비열은 0.5kJ/(kg・K), 비녹음열은 10^5J/kg, 녹음점은 1 100℃, 석탄의 발열량은 3×10^7J/kg이다. (**답.** 640kg)
4. 온도가 15℃인 물 200g속에 0℃인 얼음 50g를 넣으면 얼음이 얼마나 남아

있겠는가? 얼음의 비녹음열은 $\lambda=3.4\times10^5$J/kg이다. (**답**. 약 12.9g)

5. 다음과 같은 현상의 원인은 무엇인가?
   ㄱ) 열린 그릇속의 물의 온도는 방안온도보다 낮고 닫긴 그릇속의 온도는 방안온도와 같다.
   ㄴ) 플라스크속의 물을 끓이다가 멈추고 마개를 막은 후 찬물을 끼얹으면 다시 끓는다.
6. 표준대기압에서 0℃의 물 2kg을 끓여서 수증기로 만드는데 필요한 열량을 계산하여라. (**답**. 53.6×10^5J)
7. 0℃의 물이 1 000L 들어있는 목욕탕물을 40℃까지 덥히기 위해서는 100℃의 수증기를 얼마나 물속에 뿜어넣어야 하겠는가? (**답**. 약 66.9kg)
8. 0℃의 얼음 100g을 넣은 열량계에 100℃의 수증기를 불어넣는다. 얼음이 다 녹았을 때 열량계안에는 물이 얼마나 들어있겠는가? (**답**. 112.7g)
9. 겨울에 눈이 오는 날은 푸근하다. 왜 그런가?
10. 안경을 낀 사람들은 겨울에 밖에서 방안으로 들어오면 안경을 벗어 안경알을 닦는다. 왜 그렇게 하는가?
11. 잘 밀페된 가마속에서 물이 세차게 끓을 때 가열을 멈춘 후 얼마 지나면 끓던것이 멎는다. 이때 뚜껑을 열면 가열하지 않아도 다시 끓는것을 볼수 있다. 왜 그런가?
12. 압력이 표준대기압일 때 끓음점에서 알콜 6kg의 증발열은 얼마인가? (**답**. 51.3×10^5J)
13. 어떤 온도에서 공기속의 수증기의 압력이 3 065Pa이고 이 온도에서 포화수증기압은 4 141Pa이다. 이때 습도는 얼마인가? (**답**. 약 74%)
14. 방안의 온도가 18℃일 때 습도가 65%였다. 방안의 온도가 14℃로 되면 습도는 얼마로 되겠는가? (**답**. 84%)
15. 낮에 공기속의 수증기압이 1 600Pa이였다. 일기예보에 의하면 밤에 기온이 14℃까지 내려간다고 한다. 공기속의 수증기압이 변하지 않는다면 밤에 이슬이 맺히겠는가? (**답**. 이슬이 맺힌다.)
16. 벼알이 여무는 시기에 가장 알맞춤한 대기온도는 26℃정도이고 공기의 습도는 30~40%이라고 한다. 이때 공기의 수증기압은 얼마인가? (**답**. 1 008~1 344Pa)
17. 그림 7-24에 개인날 시간에 따르는 온도와 습도의 관측기록그라프가 제시되여있다. 온도가 높아질 때 습도는 왜 작아지는가? 그 리유를 설명하여라.

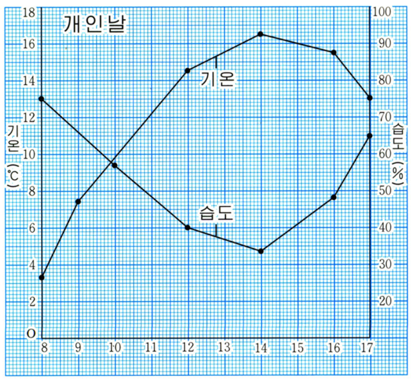


그림 7-24

실　　험

위대한 령도자 **김정일**원수님께서는 다음과 같이 말씀하시였다.

《실험실습과 련습은 배운 리론을 더욱 구체화하고 공고히 하며 응용능력과 실천능력을 키워주는 중요한 교수형태들입니다.》

물리학습에서는 실험이 매우 중요하다. 실험을 많이 하여야 이미 배운 리론을 공고히 다질수 있고 실천활동에 써먹을수 있는 산지식으로 만들수 있다.

물리실험에는 단순히 현상에 대한 관찰을 진행하는 정성적실험과 함께 여러가지 물리적량들사이의 관계를 구하는 정량적실험이 있다.

정량적실험에는 물리적량들을 측정할 때 어떤 일정한 장치 또는 기구로 직접 측정하는 직접측정과 몇개 물리적량들을 재고 그 량들사이 관계식을 리용하여 주어진 량을 결정하는 간접측정이 있다.

실험 1. 측정오차

물리실험에서는 여러가지 물리적량들을 측정할 때 아무리 정확하게 측정한다고 하여도 측정값이 실제값과 차이난다.

얼마나 정확히 측정하였는가는 측정오차로 평가한다.

측정오차의 종류

실험으로 잰 값과 실제값과의 차이를 **측정오차**라고 부른다.

측정오차는 오차가 일어나는 원인에 따라 계통적오차와 우연적오차로 나눈다.

① **계통적오차**

계통적오차란 물리적량을 잴 때 항상 같은 크기로 되풀이되면서 나타나는 오차를 말한다.

계통적오차가 생기는 원인은 실험기구가 정밀하지 못하거나 덜 정확한 상수값을 쓸 때 그리고 실험솜씨가 서투를 때 나타난다.

례를 들어 길이를 측정할 때 눈금이 정밀하지 못하거나 메스실린더에 의한 체적을 측정할 때 눈금보기를 잘못하는 경우를 들수 있다.

이런 계통적오차를 없애려면 실험기구를 정밀하게 만들어 표준측정기구와 맞추어야 하며 측정규칙을 잘 지키고 실험솜씨를 익혀야 한다.

② **우연적오차**

우연적오차란 실험하는 사람의 의사와는 관계없이 우연적요인에 의하여 나타나는 오차이다.

그 원인은 온도, 대기압, 습도, 전원전압의 변화와 같은 외부조건의 변화와

우연적요인에 의하여 나타난다.

우연적오차를 완전히 없앨수는 없지만 여러번 측정하여 실제값이 어느 범위에 있는가를 확증할수 있다.

보통 측정오차를 평가하는데서 문제로 되는것은 우연적오차이다.

측정오차의 평가와 표시

① **평균값**

물리적량을 측정할 때 한번 측정한 값은 실제값과 차이난다.

여러번 측정하여 얻은 값들은 실제값보다 큰것도 있고 작은것도 있을수 있는데 측정회수를 많이 하여 평균하면 실제값에 더 가까운 값을 얻을수 있다.

그러므로 평균값은 실제값을 중심으로 어떤 범위안에 있게 된다.

평균값은 여러번 측정하여 얻은 값들을 합하여 측정회수로 나눈 값을 말한다.

즉 $$\bar{a}=\frac{a_1+a_2+a_3+\cdots+a_N}{N}$$

례를 들어 물체의 길이를 측정한 값에서 알아보자.

표에는 mm자로 물체의 길이를 6번 잰 값들이 들어있다.

측정차례	1	2	3	4	5	6
측정길이 ℓ[cm]	22.3	22.1	22.3	22.5	22.4	22.2

이것들의 평균값은 다음과 같다.

$$\bar{\ell}=\frac{22.3+22.1+22.3+22.5+22.4+22.2}{6}=22.3(\mathrm{cm})$$

② **절대오차**

잰 값들이 평균값에서 많이 차이나면 평균값은 실제값에서 멀어진다.

그러므로 이 차로 오차를 특징지을수 있다. 잰 값은 평균값보다 크기도 하고 작기도 하므로 평균값으로부터 얼마나 차이나는가를 보려면 차의 절대값을 따져야 한다.

절대오차는 평균값과 매개 잰 값들과의 차의 절대값을 말하며 **평균절대오차**는 매개 절대오차들의 합을 측정회수로 나눈 값을 말한다.

즉 절대오차: $\Delta a_1=\left|\bar{a}-a_1\right|$

평균절대오차: $$\overline{\Delta a}=\frac{\Delta a_1+\Delta a_2+\cdots\Delta a_N}{N}$$

우의 실례를 들면 개별적절대오차들을 얻어 평균절대오차를 구하면 다음과 같다.

$$\overline{\Delta\ell}=\frac{0.0+0.2+0.0+0.2+0.1+0.1}{6}=0.1(\mathrm{cm})$$

평균절대오차가 0.1cm이라는것은 실제값이 측정값 22.3cm로부터 0.1cm범위안에 있다는것을 의미한다.

즉 $(22.3-0.1)(\mathrm{cm})<\ell<(22.3+0.1)(\mathrm{cm})$

실험에서 얻은 측정값을 표시할 때에는 $\ell=22.3\pm0.1(\mathrm{cm})$ 로 쓸수 있다.

일반적으로 어떤 물리적량을 측정할 때 정확한 값을 다음과 같이 표시할수 있다.

$$a=\bar{a}\pm\overline{\Delta a}$$

③ **상대오차**

어떤 물리적량을 측정할 때에 절대오차가 작을수록 측정값이 정확하다고 말할수 있다. 그것은 절대오차의 크기가 잰 값에 비하여 얼마나 작은가를 나타내기때문이다.

그러나 절대오차의 크기를 가지고서는 실험의 정확도를 평가하기가 힘들다.

례를 들어 절대오차가 1cm라고 할 때 그 값이 10cm 길이를 잰 경우의 오차인가 아니면 그보다 큰 100cm의 길이를 잰 경우의 오차인가에 따라 측정오차의 정확도가 다르다.

1cm의 절대오차에 대하여 100cm 길이의 경우에는 1%의 오차가 생겼지만 10cm 길이의 경우에는 10%의 오차가 생겼다.

그러므로 얼마나 정확히 측정하였는가 하는것은 평균절대오차가 평균값의 몇%인가를 가지고 표시한다. 이것을 **상대오차**라고 부른다.

$$\delta_a=\frac{\overline{\Delta a}}{\bar{a}}\times100\,(\%)$$

앞의 례에서 상대오차는 $\delta_a=\dfrac{0.1}{22.3}\times100\approx0.4\,(\%)$이다.

측정오차는 평균값이 실제값에 얼마나 가까운가를 표시한다. 그러므로 실험에서는 평균값을 정확히 재는것이 중요하다.

간접측정결과에 대한 오차평가

직접 잴수 없든가 또는 재기 힘든 물리적량들은 다른 몇개의 량을 재고 그것들사이에 성립하는 관계식을 써서 얻는다.

이를 위해 기본관계식들의 오차를 평가하는 몇가지를 보면 다음과 같다.

① 합의 평균절대오차

합의 평균절대오차는 $x=a+b$일 때 $\overline{\Delta x}=\overline{\Delta a}+\overline{\Delta b}$

이때 상대오차는 $\delta_a=\dfrac{\overline{\Delta x}}{\bar{x}}=\dfrac{\overline{\Delta a}+\overline{\Delta b}}{\bar{a}+\bar{b}}$

② 차의 평균절대오차

차의 평균절대오차는 $x=a-b$일 때 $\overline{\Delta x}=\overline{\Delta a}+\overline{\Delta b}$이다.

이때 상대오차는 $\delta_a=\dfrac{\overline{\Delta x}}{\bar{x}}=\dfrac{\overline{\Delta a}+\overline{\Delta b}}{\bar{a}-\bar{b}}$

③ 두개의 곱한 량의 평균절대오차

두개의 곱한 량의 평균절대오차는 $x = ab$ 일 때 $\overline{\Delta x} = \bar{a}\ \overline{\Delta b} + \bar{b}\ \overline{\Delta a}$ 이다.

이때 상대오차는 $\delta_a = \dfrac{\overline{\Delta x}}{\bar{x}} = \dfrac{\bar{a}\ \overline{\Delta b} + \bar{b}\ \overline{\Delta a}}{\bar{a}\ \bar{b}} = \dfrac{\overline{\Delta b}}{\bar{b}} + \dfrac{\overline{\Delta a}}{\bar{a}}$

④ 두개 량의 비의 평균절대오차

두개 량의 비의 평균절대오차는 $x = \dfrac{a}{b}$ 일 때 $\Delta\bar{x} = \dfrac{\bar{a}\ \overline{\Delta b} + \bar{b}\ \overline{\Delta a}}{\bar{b}^2}$

이때 상대오차는 $\delta_a = \dfrac{\overline{\Delta x}}{x} = \dfrac{\dfrac{\bar{a}\ \overline{\Delta b} + \bar{b}\ \overline{\Delta a}}{\bar{b}^2}}{\dfrac{\bar{a}}{\bar{b}}} = \dfrac{\overline{\Delta a}}{\bar{a}} + \dfrac{\overline{\Delta b}}{\bar{b}}$

실험보고서를 쓰는 방법

실험보고서는 다음과 같은 내용으로 쓴다.

처음에 실험제목을 쓰고 다음의 표를 작성한다.

학년반		이름		평가			
조성원				날자		장소	
온도		날씨		기압		습도	

실험목적: 실험내용을 연구하고 그 실험에서 달성하려는 목적을 간단명료하게 적는다.

실험리론: 실험원리에 따르는 공식과 회로도 그리고 실험목적에 따르는 실험방도를 간단히 적는다.

기구 및 재료: 실지 실험과정에 쓴 기구들과 재료들의 이름과 그의 특성(례를 들어 전류계라면 직류 5A…)까지 적는다.

실험방법: 실지 자기가 실험한 순서와 방법 그리고 실험과정에 주의하여 실험한 점들을 적는다.

실험결과 및 분석: 표에 잰 값들을 단위와 함께 써넣으며 리론적으로 이끌어낸 실험공식에 잰 값들을 넣어 계산한 값을 써넣는다.

① 표에 기초하여 해당한 그라프를 그리고 분석한다.

② 표에 기초하여 평균값, 절대오차, 상대오차를 계산하여 해당한 결론을 얻어낸다.

③ 실험에서 측정한 값의 오차원인을 다 찾아 기록한다.

④ 실험을 통하여 느낀 점, 의문점, 의견들을 적는다.

실험 2. 노기스에 의한 길이 측정

목적. 이 실험에서는 노기스의 구조와 사용법 그리고 원통의 내경 및 외경, 홈의 깊이를 재는 방법을 익힌다.

기초지식

노기스의 구조. 노기스는 원통이나 관의 내경, 외경, 깊이를 재는 측정기구이다.

노기스는 주척과 그를 따라 움직이는 부척으로 되여있다. 주척에는 1mm 간격으로 눈금이 새겨져있다.(그림 1)

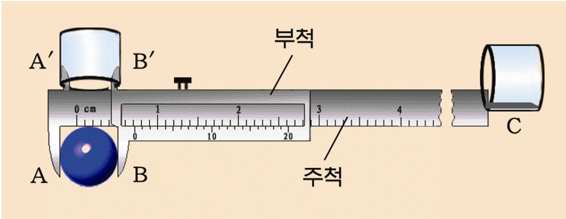


그림 1.노기스의 구조

부척에는 주척의 기본눈금을 정밀하게 읽기 위한 세분된 눈금이 새겨져있는데 여러가지가 있다.

례를 들면 부척눈금의 전체 구간을 9mm로 정하고 이것을 N=10등분하여 한 눈금간격이 0.9mm 되게 한것이 있다. 이때 주척과 부척의 한 눈금의 차는 1-0.9=0.1(mm)이다.(그림 2)

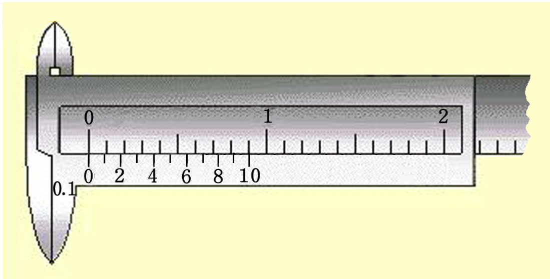


그림 2. 0.1mm 부척눈금

만일 주척과 부척의 령눈금이 일치하였다면 부척의 첫 눈금은 주척과 0.1mm 차이나고 두번째 눈금은 0.2mm 차이난다.

부척의 첫 눈금이 주척의 첫 눈금과 일치하면 결국 AB사이 길이는 0.1mm이다.

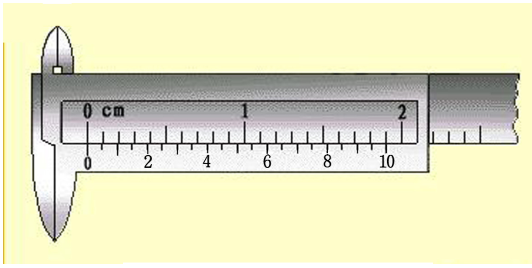


그림 3. 0.05mm 부척눈금

그러므로 보통 길이를 잴 때 부척의 령눈금이 주척의 눈금과 일치하지 않고 약간 벗어났을 때에는 부척의 령눈금이 가리키는 주척의 왼쪽눈금을 읽고 부척과 주척이 일치하는 눈금을 찾으면 0.1mm까지의 정확도로 길이를 측정할수 있다. 흔히 많이 쓰이는 노기스는 부척의 19mm를 N=20등분한 눈금을 새겨 부척의 한 눈금사이의 간격이 0.95mm 되게 한것이다.

이때 주척과 부척의 한 눈금차는 1-0.95=0.05(mm)이다. 이 노기스로는 0.05mm까지 정확히 잴수 있다.(그림 3)

이밖에도 부척의 49mm 구간을 50등분한 눈금이 새겨진것도 있다.

사용법. ① 왼손으로 재려는 물체를 잡고 오른손으로 주척을 잡는다. 그리고 오른손 엄지손가락을 부척의 밑에 있는 턱에 대고 부척을 좌우로 움직이면서 재려는

물체를 두턱사이에 맞물린다.(그림 4)

② 외경(바깥직경)은 AB사이, 내경(아낙직경)은 A′B′사이, 구멍의 깊이는 C를 리용하여 잰다. 노기스의 부척에 달린 C는 부척을 오른쪽으로 움직일 때 같이 움직이게 되여있다. 그러므로 부척의 령눈금이 오른쪽으로 x만큼 이동하였다면 C도 x만큼 이동한다.



그림 4. 노기스 잡는 방법

③ 그다음 부척의 고정나사를 돌려 부척을 주척에 고정시키고 눈금을 읽는다.

눈금을 읽는 법. 실레로 측정단위가 0.05mm의 부척으로 길이를 잴 때 그림 5와 같이 부척의 0눈금이 주척눈금의 1과 1.1사이에 있는 경우를 보자. 그림에서 부척의 9번째 눈금이 주척의 눈금과 일치했다면 이때의 길이는 1+9×0.05=1.45(mm)이다.

일반적으로 재려는 길이는 다음과 같이 표시된다.

$$L=\ell+na$$

여기서 L: 재려는 길이

ℓ: 부척의 0눈금 왼쪽에 있는 주척의 옹근수눈금

n: 주척과 부척의 눈금선이 일치한 부척의 눈금값

a: 정확도(주척의 (N-1)눈금을 N등분하였을 때 $a=\frac{1}{N}$ [mm]와 같은 량)

길이를 노기스로 잴 때 매번 n, a의 값을 계산하기 불편하기때문에 부척에는 눈금에 맞는 계산된 값을 직접 읽을수 있게 수자가 새겨져있는것도 있다.(그림 5)

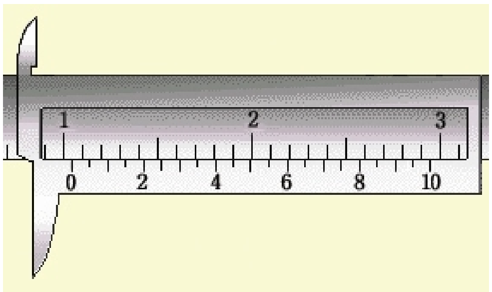


그림 5. 노기스의 눈금 읽는 법

기구 및 재료. 노기스, 재려는 물체(원통 혹은 관)

실험방법

1) 주척과 부척의 령눈금이 일치하는가를 알아본다.
   이때 부척을 왼쪽으로 밀어 턱 A와 B가 맞닿았을 때 주척과 부척이 일치하지 않으면 그 차이가 얼마인가를 알아둔다.
2) 재려는 물체(원통)의 외경을 재기 위하여 두 턱 AB사이에 재려는 물체를 끼우고 부척을 밀어 맞붙힌다.(그림 1)
3) 부척에 달린 고정나사로 부척이 움직이지 않도록 고정하고 눈금을 읽는다. 부척의 어느 눈금이 주척의 눈금과 일치하는가를 찾기 위하여 두 눈금이 꼭 맞았다고 생각되는 눈금 량쪽에 있는 눈금 하나씩을 더 보아야 한다. 이때 눈금이 정확히 맞았다면 그의 량쪽에 있는 부척의 눈금들이 모두 약간 안쪽으로 들어와

있어야 한다.(그림 5)

4) 우와 같은 방법으로 원통의 외경을 여러번 측정한다.

5) 원통의 내경을 측정하기 위하여 부척을 움직여 두 턱 A′, B′를 재려는 원통의 안쪽에 맞닿도록 하고 고정나사로 고정한 후 우와 같은 방법으로 눈금을 읽는다. 같은 방법으로 원통의 내경을 여러번 측정한다.

6) 원통의 홈의 길이를 재기 위하여 부척을 오른쪽으로 움직여 홈대 C의 끝이 홈의 바닥에 닿을 때까지 넣는다. 다음 부척을 고정하고 눈금을 읽는다. 측정을 여러번 반복한다.

결과 및 분석

1) 측정결과를 표에 기록하고 그의 평균값을 구한다. 만일 령눈금이 맞지 않을 때에는 그 차이를 잰 값에 더해주거나 덜어준다.

실험번호	원통의 외경 [mm]	원통의 내경 [mm]	홈의 길이 [mm]
⋮			
평균값			

2) 측정값들에 대한 절대오차와 상대오차를 각각 계산하고 오차원인을 따진다.

과 제

1. 노기스로 물체의 길이를 여러번 재였는데 매번 같은 값을 가졌다면 그 값이 진짜 값이겠는가? 이때 절대오차와 상대오차는 얼마이겠는가?
2. 부척의 mm 구간을 크게 하여 등분값 N이 커질수록 노기스의 측정정확도가 커지므로 정확도를 무한정 크게 할수 있다. 이 말이 옳은가?

실험 3. 마이크로메터에 의한 길이 측정

목적. 이 실험에서는 마이크로메터의 구조와 사용법 그리고 가는 도선의 직경을 재는 방법을 익힌다.

기초지식. 마이크로메터는 0.01mm까지의 정확도로 길이를 재는 측정기구이다.

마이크로메터를 쓰면 노기스보다 물체 길이를 더 정밀하게 잴수 있다. 대체로 가는 줄의 직경을 재는데 리용한다.

구조. 마이크로메터는 고정원통(주척 C), 회전원통(부척 D), 회전원통손잡이(잔결음나사축 F), 보조손잡이(E)로 되여 있다.(그림 6)

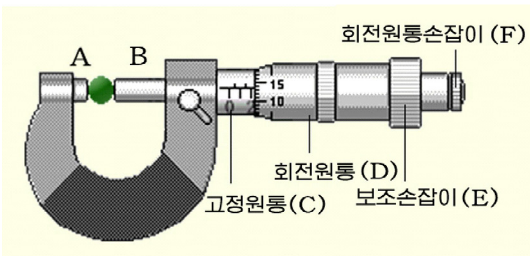


그림 6. 마이크로메터의 구조

고정원통의 겉면에는 0.5mm 간격으로 주척눈금이 새겨져있다. 회전원통의 경사면에는 원통둘레를 50등분한 부척눈금이 새겨져있다. 그러므로 마이크로메터로는 0.01mm까지 정확히 잴수 있다. 고정축 A는 틀에 붙어있고 회전축 B는 회전원통과 함께 돌아간다. AB가 서로 맞닿았을 때에는 주척과 부척의 0눈금이 일치하도록 되여있다.

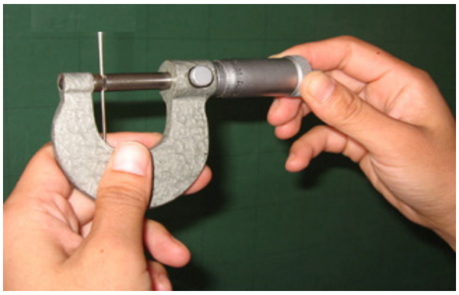


그림 7. 마이크로메터 잡는 방법

사용법. 왼손으로 재려는 물체와 마이크로메터를 잡고 물체를 고정축과 회전축 사이에 가져간다.(그림 7)

오른손으로 회전원통손잡이(F)를 돌려 회전축을 물체에 접근시킨다. 회전축이 물체에 거의 닿을 때 회전원통의 보조손잡이(E)를 《따르릑》 소리가 날 때까지 돌린다.

그다음 고정나사를 돌려 회전원통을 고정시키고 눈금을 읽는다.

눈금을 읽는 법. 먼저 회전원통테두리의 왼쪽에 있는 주척눈금의 1mm 또는 그아래 0.5mm 눈금을 읽고 주척의 표식선에 맞는 부척눈금을 0.01mm까지의 정확도로 읽는다. 이때 재려는 물체의 길이는 일반적으로 다음과 같이 표시된다.

$$L=\ell+0.01n$$

여기서 L:재려는 길이, ℓ:주척의 눈금값, n:부척의 눈금값

기구 및 재료. 마이크로메터, 재려는 물체(가는 도선 3가지)

실험방법

1) 주척과 부척의 0눈금이 일치하는가를 알아본다. 이때 물체를 맞물리지 않은 상태에서 회전원통의 보조손잡이(E)를 돌려 《따르릑》 하는 소리가 날 때 부척의 0눈금이 주척의 표식선에 일치한다. 만일 0눈금이 일치하지 않으면 령점맞추개로 0점을 맞추거나 그 차이를 알아둔다.
2) 재려는 가는 도선을 축 A와 B사이에 끼우고 회전원통손잡이(F)를 돌리다가 도선이 축에 거의 닿게 되면 보조손잡이(E)를 《따르릑》하는 소리가 날 때까지 돌린다.
3) 고정나사로 회전원통을 고정시키고 주척과 부척눈금에 나타난 눈금을 읽는다.
4) 우와 같은 방법으로 도선의 직경을 여러번 측정한다.

결과 및 분석

1) 측정결과를 표에 기록하고 그의 평균값을 구한다. 만일 령눈금이 맞지 않을 때에는 그 차이를 잰 값에 더해주거나 덜어준다.

실험번호	도선 1 직경[mm]	도선 2 직경[mm]	도선 3 직경[mm]
⋮			
평균값			

2) 측정값들에 따라 절대오차와 상대오차를 각각 계산하고 오차원인을 따진다.

과제

1. 마이크로메터로 물체의 길이를 잴 때 눈금이 그림 8의 ㄱ, ㄴ와 같이 되였다면 재려는 물체의 길이는 각각 얼마인가?

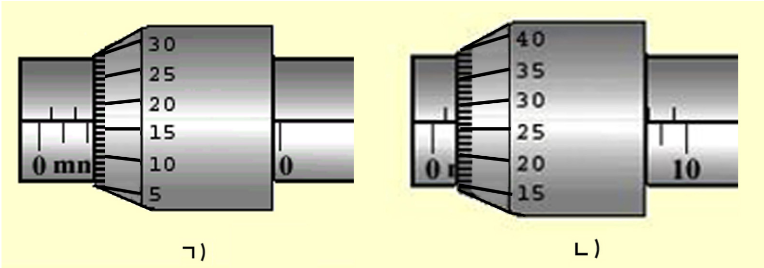


그림 8. 마이크로메터의 눈금읽기

2. 마이크로메터의 령눈금이 맞지 않을 때 령눈금을 정확히 맞추자면 어떻게 해야 하는가?

실험 4. 등가속운동 연구

목적. 이 실험에서는 등가속운동하는 물체의 운동거리와 시간을 측정하여 가속도를 결정한다.

기초지식. 수평면 혹은 경사면에서 물체가 처음속도없이 가속운동할 때 S 만큼 이동할 때까지의 시간 t 를 재면 $a = 2S/t^2$ 에 의하여 가속도를 결정할수 있다.

이를 위하여 등가속운동은 수평면 혹은 경사면에서 밀차의 운동을 통하여 실현할수 있고 시간은 전자초시계 혹은 교류시간적개로 측정할수 있다.

기구 및 재료. 밀차, 교류시간적개(60Hz), 자, 종이띠, 도르래가 달린 책상조임쇠, 실, 추(3개), 방안지

실험방법

1) 실험탁의 한쪽 끝에 도르래가 달린 책상조임쇠를 설치하고 그와 직선되게 밀차를 올려놓은 다음 밀차에 실을 매여 도르래를 걸쳐 끝에 추 한개를 수직으로 드리운다.
2) 밀차와 도르래가 일직선되는 실험탁의 반대끝에 교류시간적개를 설치한다.
3) 밀차의 뒤끝에 종이띠를 붙여 시간적개에 끼운 다음 밀차를 시간적개 가까운 곳으로 옮겨놓고 정지시킨다.(그림 9)

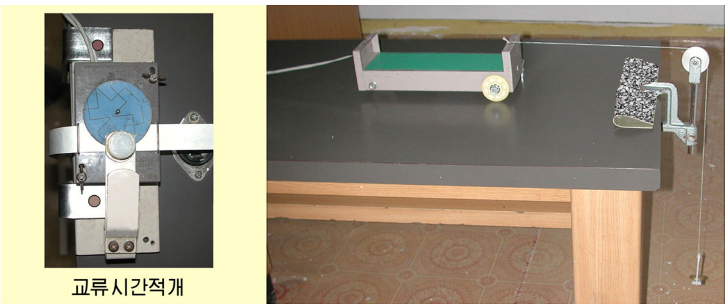


그림 9. 등가속운동의 가속도측정 실험장치

4) 시간적개에 전원을 넣지 않은 상태에서 밀차를 놓아주어 가속운동하는가를 확인한다.

5) 다시 밀차를 시간적개 가까이에 가져다놓고 시간적개의 전원을 넣은 다음 밀차를 놓아준다.

그러면 밀차가 등가속운동할 때 시간 t에 따르는 거리 S가 종이띠에 기록된다.

6) 종이띠를 바꾸어 우와 같은 방법으로 실험을 2회정도 반복한다.

7) 도르래에 걸친 실에 추를 더 올려놓고 우와 같은 방법(5, 6)으로 실험을 반복한다.

결과 및 분석

1) 종이띠에 기록된 자료를 표에 기록하고 가속도를 구한다.

추의 개수	실험 번호	S [cm]	t [s]	t^2 [s^2]	a [cm/s^2]	$\bar{a}$ [cm/s^2]
1	⋮					
2	⋮					

※ 교류시간적개는 종이띠에 1s동안에 120개(혹은 진동판에 전자석이 있는 경우에는 60개)의 점을 찍으므로 설정된 거리안에 있는 점의 총개수를 120으로 나누면 그 사이의 시간으로 된다.

2) 측정 또는 자료에 기초하여 방안지에 $S-t^2$ 그라프를 그리고 직선으로 되는가를 판단한 다음 그의 경사도로부터 가속도를 계산한다.(그림 10)

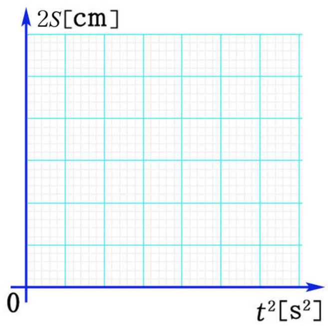


그림 10. $S-t^2$ 그라프

3) 표에 기초하여 가속도의 평균값과 절대오차, 상대오차를 계산한다.

4) 측정에서 생긴 오차원인을 밝히고 느낀 점을 기록한다.

과 제

1. 경사면에서 밀차를 가속운동시킬 때 어떤 관계식을 리용하여 가속도를 어떻게 결정할수 있겠는가?
2. 도르래에 걸친 추의 개수를 점점 늘임에 따라 $S-t^2$ 그라프의 경사는 어떻게 되겠는가?
3. 교류시간적개의 진동수는 왜 1s동안에 120회로 되는가?

실험 5. 자유락하에 의한 중력가속도 측정

목적. 이 실험에서는 자유락하하는 물체의 높이와 시간을 측정하여 중력가속도를 결정한다.

기초지식. 물체가 자유락하운동을 할 때에는 중력가속도를 $g=2h/t^2$ 로 결정할수 있다.

이를 위하여 세움대에 설치한 철구가 자유락하할 때 높이를 재고 시간은 전자초시계 혹은 전기초시계로 측정할수 있다.

기구 및 재료. 눈금이 새겨져있는 세움대(높이 1.5m정도), 전자초시계 또는 전기초시계, 철구(직경 1cm), 전자석, 전원(3V), 스위치, 방안지

실험방법

1) 세움대를 드림선방향으로 세우고 그의 웃끝에 전자석을 고정한다.
2) 전자석, 전원, 스위치로 회로를 구성한다.
3) 전자초시계의 동작상태를 검열한다. 전자초시계의 빛수감부 1이 차단될 때 시간기록이 시작되고 빛수감부 2가 차단될 때 시간기록이 끝나도록 한다.
4) 빛수감부 1은 전자석에 붙은 철구의 바로 밑에 있는 대에 설치하고 빛수감부 2는 1m만큼 아래에 설치한다.(그림 11)



그림 11. 중력가속도측정 실험장치

5) 전자석회로의 스위치를 닫고 철구를 전자석에 붙인 다음 전자초시계가 시간기록을 할수 있는 준비상태에 있게 한다. 전기초시계로 실험할 때에는 철구가 떨어지는 순간에 전기초시계의 회로가 닫기고 밑판에 떨어질 때에는 회로가 열리게 회로를 구성해야 한다. 이때 전자석의 잔류자화때문에 철구가 떨어지는 시간이 약간 지연되는것을 고려해야 한다.
6) 전자석회로의 스위치를 열어 철구를 떨군다. 이때 시간과 높이를 기록한다.
7) 빛수감부 2를 움직여 거리를 20cm씩 아래로 늘이면서 같은 실험을 세번이상 반복한다.

결과 및 분석

1) 측정된 자료를 다음의 표에 기록하고 중력가속도를 구한다.

실험번호	h [m]	t [s]	t^2 [s^2]	g [m/s^2]
⋮				

2) $h-t^2$ 그라프를 그리고 그라프가 직선으로 되는가를 알아보고 그라프의 경사도로부터 중력가속도를 구한다.(그림 12)
3) 표에 기초하여 g 값에 대한 평균값, 절대오차, 상대오차를 구한다.
4) 오차원인을 구체적으로 밝히고 느낀 점을 쓴다.

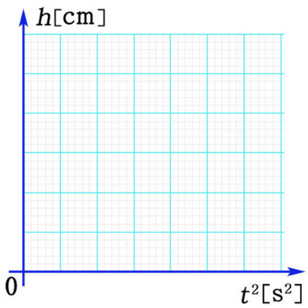


그림 12. $h-t^2$ 그라프

과제

1. 빛수감부 1을 철구 바로 밑에 설치하지 않고 조금 내리여 설치하여 실험하면 어떤 결과가 얻어지겠는가?
2. 전기초시계로 실험하는 전기회로를 그려보아라.
3. 돌과 초시계를 가지고 높은 건물의 높이를 재는 방법을 찾아보아라.

실험 6. 각을 지은 두 힘의 합성 알아보기

목적. 이 실험에서는 한 점에 각을 지어 작용하는 두 힘의 합력을 구하는 평행4변형법을 실험으로 확증한다.

기초지식. 합성힘의 크기는 두 힘 $\vec{F}_1$와 $\vec{F}_2$을 두 변으로 하는 평행4변형의 대각선의 길이와 같다.(그림 13)

$$F = \sqrt{(F_1^{\ 2} + F_2^{\ 2} + 2F_1F_2\cos\alpha)}$$

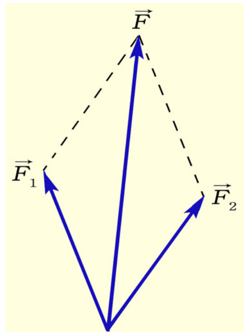


그림 13. 평행4변형법에 의한 힘의 합성

이 실험에서는 측력계를 리용하여 각을 지은 두 힘의 크기를 힘화살로 표시하고 평행4변형의 대각선을 얻어 합성힘의 크기를 그와 같은 작용을 하는 힘 혹은 우의 공식과 비교하여 평행4변형법을 확증한다.

기구 및 재료. 4각형판대기(40×40cm), 흰종이, 측력계 2개, mm눈금자, 압정 4개, 바늘 3~4개, 색연필, 량끝에 걸개고리가 달린 용수철 혹은 고무줄, 분도기

실험방법

1) 압정(또는 풀)으로 흰종이를 4각형판대기에 붙인다. 4각형판대기를 실험대우에 수평으로 놓고 용수철의 한끝을 점 A에 바늘로 고정시킨다.
2) 두 측력계를 용수철의 다른 끝 걸개고리에 걸고 각을 지은 다음 수평으로 당긴다. 그리고 두 측력계의 손잡이고리를 바늘로 판에 고정시키고 두 측력계의 고정점 B, C와 용수철이 늘어난 자리(힘의 작용점) O를 표시한 다음 두 측력계의 눈금을 읽는다.(그림 14의 ㄱ)
3) 용수철의 걸개고리에서 측력계를 벗기고 자와 연필로 힘의 작용점 O로부터 두 측력계의 힘방향 OB, OC 그리고 OA에 따라 힘의 작용선을 긋는다. 그리고

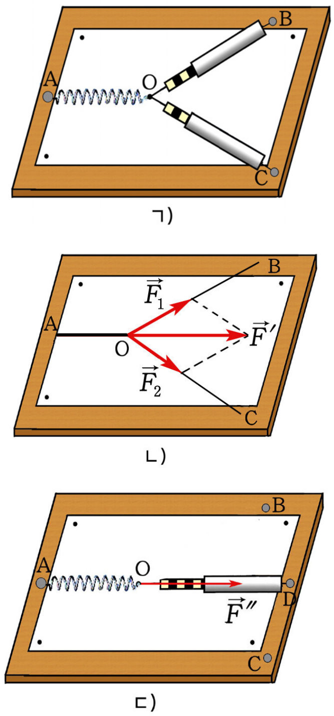


그림 14. 각을 지은 두 힘의 합성 측정

분도기로 두 힘사이각을 잰다. 다음 $\vec{F}_1$와 $\vec{F}_2$의 값에 따라 힘화살을 표시한다.(그림 14의 ㄴ)

4) 하나의 측력계를 용수철의 걸개고리에 걸고 측력계를 OA방향으로 당겨 용수철의 끝점이 O점에 일치하도록 한 다음 측력계의 손잡이고리를 바늘로 고정하고 고정점 D를 표시한다.(그림 14의 ㄷ) 그리고 용수철의 눈금값 $\vec{F}''$를 읽는다. 다음 $\vec{F}_1$와 $\vec{F}_2$를 두 변으로 하는 평행4변형의 대각선을 그어 합력 $\vec{F}'$를 화살로 표시한다.

5) 힘 $\vec{F}_1$와 $\vec{F}_2$의 크기와 그 사이각을 변화시키면서 우와 같은 방법으로 실험을 반복한다. 이때 한번 실험할 때마다 색연필의 색갈을 바꾸어 매개 실험이 구별되도록 한다. 측정이 끝나면 판대기에서 흰종이를 떼내여 실험보고서에 붙인다.

결과 및 분석

1) 측정결과를 다음의 표에 기록하고 계산한다.

실험 번호	측력계가 가리키는 힘		두 힘 사이각 α [°]	합 력 $\vec{F}'$ [N]	하나의 측력계가 가리키는 힘 $\vec{F}''$ [N]	계산된 합력 $\vec{F}$ [N]
	$\vec{F}_1$ [N]	$\vec{F}_2$ [N]				
⋮						

2) 측정결과에 기초하여 다음의 결론이 맞는가를 따져본다.

(1) 두 힘 $\vec{F}_1$와 $\vec{F}_2$의 작용효과와 꼭같은 효과를 나타내는 힘은 $\vec{F}'$(혹은 $\vec{F}$ 및 $\vec{F}''$)이다.

(2) 합력 $\vec{F}'$는 두 힘 $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$를 두 변으로 하는 평행4변형의 대각선과 크기 및 방향이 같은 힘이다.

(3) 두 힘사이각이 작아질수록 합력이 커진다.

과 제

1. 실험에서 평행4변형의 대각선으로 결정되는 힘 $\vec{F}'$와 하나의 측력계가 가리키는 힘 $\vec{F}''$가 왜 같아야 하는가?
2. 키가 큰 사람과 키가 작은 사람이 무거운 짐을 한손으로 각을 지어서 맞들고있다. 어느 사람이 더 큰 힘을 받겠는가?
3. 한 점에 작용하는 두 힘의 크기가 각각 30N, 50N이다. 어떤 때에 합력이 최대 또는 최소값으로 되겠는가? 이때 최대 및 최소값은 각각 얼마인가?

실험 7. 마찰결수 측정

목적. 이 실험에서는 마찰력과 마찰결수를 재는 방법을 익히고 마찰결수가 무엇에 관계되는가를 밝힌다.

기초지식. 수평면우에 놓여있는 물체에 작용하는 힘을 점차 증가시켜 물체가 움직이는 순간의 힘 F 와 물체의 중력 P 를 측정하면 $\mu_{최} = F/P$ 로부터 최대정지마찰결수를 결정할수 있다.

미끄러지는 상태(등속운동)에서 힘을 측정하면 미끄럼마찰결수를 결정할수 있다. 또한 경사면에 물체를 놓고 경사각을 점차 크게 할 때 물체가 미끄러지는 순간 경사각의 탕겐스값을 측정하면 최대정지마찰결수를 구할수 있다. 즉

$$\mu_{최} = \tan\alpha$$

기구 및 재료. 측력계, 마찰판, 걸개고리가 달린 나무토막(한 면은 고무판), 추(200g) 2개

실험방법

1) 측력계로 나무토막의 무게(P)를 잰다.(그림 15의 ㄱ)
2) 수평으로 놓은 마찰판우에 나무토막을(나무로 된 넓은 면이 접촉하도록) 놓고 측력계를 건다. 측력계를 조심히 당기면서 나무토막이 움직이기 시작하는 순간의 측력계의 눈금값 즉 최대정지마찰력($F_{최}$)을 잰다.(그림 15의 ㄴ)

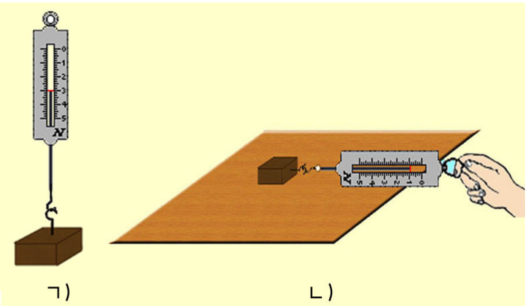


그림 15. 최대정지마찰력과 미끄럼마찰력의 측정

3) 측력계로 나무토막을 등속으로 천천히 끌 때 측력계의 눈금값 즉 미끄럼마찰력($F_{미}$)을 잰다.
4) 우와 같은 실험(2, 3)을 3번 반복한다.
5) 마찰판우에 나무토막을 좁은쪽이 접하도록 세워놓고 우와 같은 방법으로 최대정지마찰력과 미끄럼마찰력을 3번 잰다.
6) 마찰판우에 나무토막을 넓은쪽이 접하도록 놓고 그우에 추를 하나 놓았을 때와 두개 놓았을 때 실험 2, 3과 같이 최대정지마찰력과 미끄럼마찰력을 각각 세번 반복하여 잰다.
7) 추를 내려놓고 나무토막의 고무로 된 면이 마찰판과 접하도록 놓고 실험 2, 3, 4, 6에서와 같이 반복한다.
8) 마찰판우에 나무토막을(나무로 된 면이 접하도록) 올려놓고 마찰판의 경사면을 점점 크게 할 때 나무토막이 미끄러지는 순간의 높이와 수평

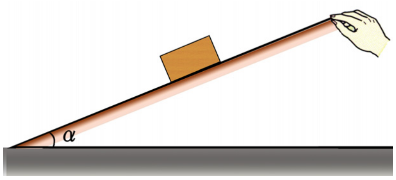


그림 16. 경사면에서의 최대정지마찰결수 측정

거리를 잰다. 실험을 세번이상 반복한다.(그림 16)

결과 및 분석

1) 실험에서 측정된 값을 다음의 표에 적어놓고 계산한다.

접촉면	상태	추의 개수	실험 번호	P	$F_{최}$	$F_{미}$	$\mu_{최}$	$\mu_{미}$
나무와 나무	넓은 면	0	⋮					
	좁은 면	0	⋮					
	추를 올려놓을 때 (넓은 면)	1	⋮					
		2	⋮					
나무와 고무	추를 올려놓을 때 (넓은 면)	0	⋮					
		1	⋮					
		2	⋮					

실험번호	수평거리 l [m]	높이 h [m]	$\tan\alpha = \frac{h}{l} = \mu_{최}$
⋮			

2) 측정된 자료에 기초하여 마찰력의 크기가 면을 수직으로 내려누르는 힘과 접촉면에 관계되는가를 따진다. 그리고 마찰결수의 크기는 무엇에 관계되는가를 판단한다.
3) 최대정지마찰결수와 미끄럼마찰결수의 크기를 비교한다.
4) 수평면과 경사면에서 결정된 최대정지마찰결수가 같은가를 따져본다.(나무와 나무가 접할 때)
5) 실험에서 얻어진 매 경우의 $\mu_{최}$와 $\mu_{미}$에 대하여 오차계산을 하고 그 원인을 밝힌다.

과 제

1. 나무와 나무, 나무와 고무가 접한 경우 실험에서 잰 값들로 면을 수직으로 누르는 힘과 마찰결수사이의 관계그라프를 그려보아라.
2. 수평인 책상우에서 가벼운 나무막대기와 자만을 가지고 나무막대기와 책상면사이 마찰결수 구하는 방법을 찾아보아라.
3. 나무토막과 측력계를 가지고 경사면의 경사각을 어떻게 측정하겠는가?

실험 8. 힘모멘트의 평형조건 알아보기

목적. 이 실험에서는 평형대에 여러개의 힘이 작용할 때 힘모멘트의 평형조건을 알아본다.

기초지식. 그림 17과 같이 평형대에 F_1, F_2, F_3, F_4의 힘이 작용할 때 시계바늘방향으로 회전하도록 작용하는 힘모멘트들의 합이 그와 반대방향으로 회전하도록 작용하는 힘모멘트들의 합과 같을 때 물체는 평형을 이룬다.

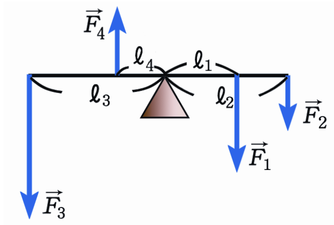


그림 17. 힘모멘트의 평형조건

즉 $$F_1\ell_1 + F_1\ell_2 + F_4\ell_4 = F_3\ell_3$$

평형대에 작용하는 힘은 추와 측력계로 결정할수 있고 팔의 길이는 회전축으로부터 힘의 작용점까지의 길이를 측정하여 결정할수 있다.

기구 및 재료. 평형대, 같은 무게의 여러개의 추, 측력계, 고정대, 걸개고리 4개

실험방법

1) 평형대에 추를 걸지 않았을 때 대가 평형을 이루도록 한다.
2) 그림 18의 ㄱ와 같이 회전축의 량쪽에 추를 걸어 왼쪽으로 기울어지도록 한 다음($F_1 > F_2$) 오른쪽에 측력계(F_3)를 걸어 평형을 이루도록 한다. 작용한 힘과 팔의 길이를 측정하고 추 및 측력계의 자리를 변화시키면서 같은 실험을 세번 반복한다.
3) 그림 18의 ㄴ와 같이 회전축이 두 힘밖에 있는 경우 막대기의 오른쪽에 추를 걸고 우로 측력계를 걸어 평형이 되도록 한 다음 힘과 팔의 길이를 알아본다.
4) 그림 18의 ㄷ와 같이 세개의 평행힘이 작용하는 경우 우와 같은 실험을 반복한다.

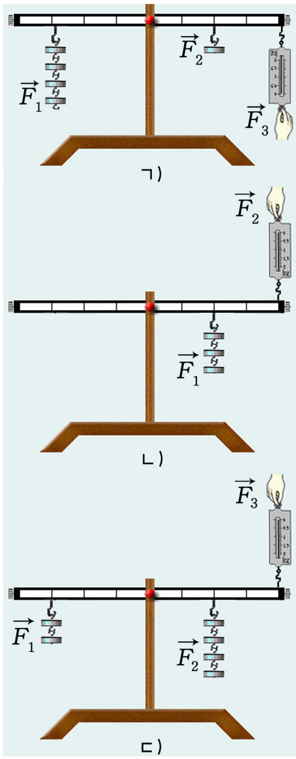


그림 18. 힘모멘트의 평형 알아보기장치

결과 및 분석

1) 실험에서 측정된 값들을 다음의 표에 기록하고 힘모멘트를 계산한다.

ㄱ의 경우

실험 번호	+방향 힘모멘트						-방향 힘모멘트			$\frac{M_2+M_3}{M_1}$
	F_2 [N]	ℓ_2 [m]	M_2 [N·m]	F_3 [N]	ℓ_3 [m]	M_3 [N·m]	F_1 [N]	ℓ_1 [m]	M_1 [N·m]	
⋮										

ㄴ의 경우

실험 번호	+방향 힘모멘트			−방향 힘모멘트			$\frac{M_1}{M_2}$
	F_1 [N]	ℓ_1 [m]	M_1 [N·m]	F_2 [N]	ℓ_2 [m]	M_2 [N·m]	
⋮							

ㄷ의 경우

실험 번호	+방향 힘모멘트			−방향 힘모멘트						$\frac{M_2}{M_1+M_3}$
	F_2 [N]	ℓ_2 [m]	M_2 [N·m]	F_3 [N]	ℓ_3 [m]	M_3 [N·m]	F_1 [N]	ℓ_1 [m]	M_1 [N·m]	
⋮										

2) 표에서 매 경우에 +방향힘모멘트와 −방향힘모멘트의 크기를 비교하고 물체의 평형조건이 성립하는가 따져본다.

3) 매 경우에 힘모멘트들의 크기를 비교한 결과 그 비가 1로 안된다면 오차원인을 정확히 밝힌다.

과 제

1. 그림 18의 ㄱ, ㄴ, ㄷ의 매 경우에 대해서 평행힘들의 합력의 크기와 방향, 작용점을 구하고 막대기가 평형을 이루는 리유를 설명하여라.
2. 막대기저울의 원리를 설명하여라.
3. 측력계의 측정한계값보다 큰 물체의 무게를 측력계로 재려면 어떻게 해야 하는가?

실험 9. 뉴톤의 제2법칙 연구

목적. 이 실험에서는 물체에 작용하는 힘과 가속도사이의 량적관계를 조사하여 뉴톤의 제2법칙을 검증한다.

기초지식. 수평대우에 질량이 M인 밀차를 놓고 그우에 질량이 m_0인 물체를 올려놓은 다음 밀차와 도르래를 거쳐 드리운 실의 끝에 있는 추걸개에 밀차가 등속운동하도록 추의 질량 m를 조절하여 걸어놓는다.(그림 19)

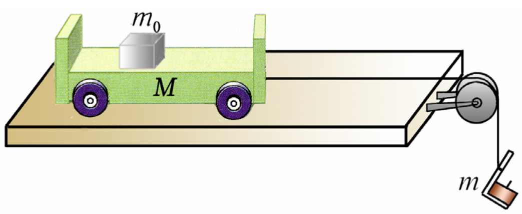


그림 19. 수평면우에서 밀차의 운동

밀차우의 m_0인 물체를 추걸개에 걸어놓으면 밀차는 가속도 a를 가지고 가속운동을 하게 된다. 추와 밀차를 하나의 물체계로 볼 때 뉴톤의 제2법칙으로부터 $(M+m_0+m)a=F$의 관계가 성립한다. 여기서 F는 물체계를 가속운동시키는 힘으로서 $F=m_0 g$와 같다.

만일 밀차우에 올려놓은 m_0 인 물체가 여러개인 경우 추걸개에 계속 옮겨놓으면 계의 전체 질량은 일정하고 밀차를 당기는 힘 F 는 커지게 된다. 이와 같이 물체계의 질량이 일정할 때 가속운동시키는 힘 F 를 변화시킬 때마다 움직인 거리와 시간을 재여 $a = \frac{2S}{t^2}$ 를 결정하면 F 와 a 사이관계를 검증할수 있다.

기구 및 재료. 밀차, 수평대, 도르래, 실, 저울, 시간적개(60Hz), 추(50g) 5개, 수준기, 평형추, 방안지, 저울, 추걸개

실험방법

1) 수평대우에 수준기를 놓고 수평이 되도록 조절한다.
2) 밀차의 질량을 저울로 달고 수평대우에 놓은 다음 한개의 질량이 m_0 인 추 5개를 올려놓는다.
3) 밀차에 실의 한끝을 맨 다음 도르래를 걸쳐 실의 다른 끝에 평형추를 달되 밀차가 등속운동을 하도록 그의 크기를 조절한다. 그리고 저울로 추걸개와 추의 질량 m 을 측정한다.
4) 수평대의 왼쪽에 시간적개를 설치하고 밀차뒤에 종이띠를 붙인 다음 시간적개에 끼워넣는다.
5) 밀차우에 놓은 질량이 m_0 인 추 한개를 추걸개에 건다.(그림 20)

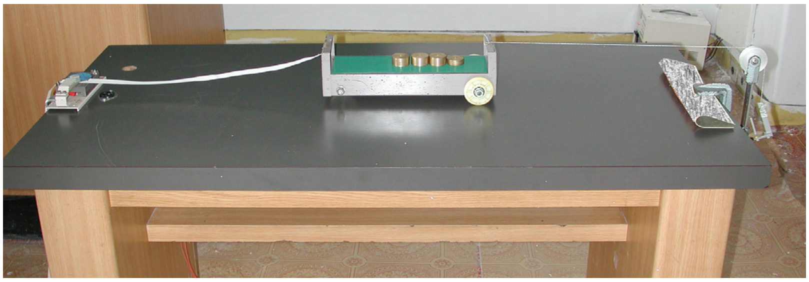


그림 20. 뉴톤의 제2법칙 실험장치

6) 밀차를 시간적개 가까이에 끌어놓고 오른손으로 밀차를 붙잡은 다음 왼손으로 시간적개의 전원스위치를 넣는다. 밀차를 놓아주어 밀차가 가속운동하도록 한다.
   이때 가속도를 발생시키는 힘의 크기는 $F = m_0 g$ 이고 가속운동하는 물체의 전체 질량은 $M' = (M + 5m_0 + m)$ 이다. 밀차가 움직인 거리와 시간은 종이띠에 기록된 자료를 가지고 구한다.
7) 밀차우의 질량이 m_0 인 추 한개를 추걸개에 더 걸어 F 의 크기를 변화시킨 상태에서 실험 6과 같은 과정을 반복한다.
   밀차우에서 추가 없어질 때까지 실험을 반복한다.

결과 및 분석

1) 다음의 표에 측정된 값들을 기록하고 가속도를 구한다.

실험 회수	M' [kg]	추개수 F [N]		S [m]	t [s]	$a=\frac{2S}{t^2}$	$M'a$
1	$M+5m_0+m$	m_0g					
2	〃	$2\,m_0g$					
3	〃	$3\,m_0g$					
4	〃	$4\,m_0g$					
5	〃	$5\,m_0g$					

2) 측정된 값으로 힘과 가속도사이의 그라프를 그리고 그들사이에 비례하는가를 따져본다.(그림 21)

3) 측정자료에 기초하여 밀차의 질량(M'), 작용한 힘 F 그리고 가속도 a 사이의 량적관계를 따지고 실험에서 나타난 오차원인과 느낀 점을 밝힌다.

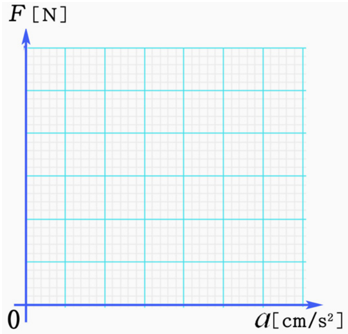


그림 21. 힘과 가속도사이의 관계그라프

과 제

1. 왜 수평대우에서 밀차가 등속운동을 하도록 평형추를 놓았는가?
2. 물체에 작용하는 힘을 일정하게 하고 가속도와 질량사이 관계를 따지자면 실험을 어떻게 해야 하는가?
3. 추 한개, 도르래, 실, 질량을 모르는 물체, 자, 초시계를 가지고 물체의 질량을 결정하는 원리와 방법을 찾아보아라.

실험 10. 수평으로 던진 물체의 운동 연구

목적. 이 실험에서는 수평으로 던진 철구의 운동자리길이 포물선임을 확인하고 운동의 독립성을 따져본다.

기초지식. 수평으로 던진 물체의 운동은 자리옮김을 보면 같은 시간동안에 수평방향으로는 등간격으로 되고 드림선방향으로는 그 비가 1:3:5:7로 된다.

이것을 확증하기 위하여 수평방향으로 등간격을 정해놓고 드림선방향으로 떨어지는 철구의 운동자리길을 점들로 찾으면 된다.

기구 및 재료. 수평운동시키는 홈대와 드림선방향으로 세운 판대기, 철구, 흰종이, 압정, 연추, 직각자, 먹종이, 막대기(판높이만 한 길이)

실험방법

1) 그림 22와 같이 홈대와 판대기를 설치하고 홈대의 아래부분이 정확히 수평이 되도록 조절한다. 그리고 홈대의 아래부분 끝점과 맞추어 판에 흰종이를 압정으로 고정한다.

2) 홈대를 따라 철구가 처음속도없이 굴러내릴 자리 A와 수평으로 던져지는 순간의 자리 O를 표시하고 막대기에 먹종이를 말아 판의 밑부분에 수평으로 놓고 철구가 떨어지는 자리 B를 찾아 종이에 표시한다.

3) 자리표원점 O를 지나도록 연추를 드리워 y축을 긋고 O에서 y축에 수직되게 직각자로 수평방향의 직선을 그어 x축으로 한다.

4) 연추를 드리워 B점을 지나는 드림선을 긋고 x축과 사귀는 C점을 표시하고 OC사이 거리를 5등분한 점들의 자리표 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5를 표시한다.

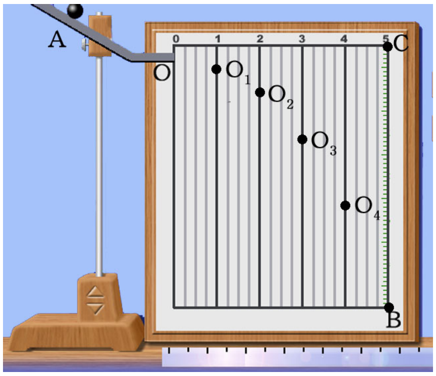


그림 22. 수평으로 던진 물체의 운동자리길을 알아보는 실험장치

5) 연추를 드리워 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5점을 지나는 수직선을 긋는다.

6) 먹종이를 만 막대기를 x_1점에 일치되게 드림선방향으로 세우고 A점에서 철구가 굴러내리면서 수평으로 던져질 때 막대기에 충돌하는 점 (O_1)을 종이우에 표시한 다음 직각자로 y축에 수직인 선을 그어 사귀는 점을 y_1로 한다.

7) 같은 방법으로 막대기를 x_2, x_3, x_4, x_5로 옮기면서 구가 막대기와 충돌하는 점 O_2, O_3, O_4, O_5들을 찾아 y_2, y_3, y_4, y_5를 표시한다. 이때 철구가 떨어지는 자리를 매번 정확히 유지해야 한다.

8) 홈대우의 철구자리 A를 달리하면서(두번) 실험 6~7의 과정을 반복한다.

결과 및 분석

1) 종이우에 표시한 O_1, O_2, O_3, O_4, O_5점들을 이어 어떤 곡선인가를 따진다.

2) 자리표원점 O로부터 y_1, y_2, y_3, y_4, y_5까지의 거리를 자로 재여 다음의 표에 기록한다.

실험번호	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	$y_1:(y_2-y_1):(y_3-y_2):(y_4-y_3):(y_5-y_4)$
⋮						

3) 우의 표자료에 기초하여 수평으로 던진 물체의 운동을 어떻게 고찰할수 있겠는가를 따져본다.

4) 드림선방향으로 같은 시간동안에 움직인 거리의 비가 1:3:5:7:… 와 같이 되지 않으면 그 오차원인을 찾는다.

과 제

1. 홈대에서 철구가 떠나는 자리 A를 달리하면 실험결과가 어떻게 달라지겠는가?

2. 자리표원점을 홈대의 수평끝에서 아래 혹은 수평방향으로 조금 멀리 잡으면 어떻게 되겠는가?

실험 11. 력학적에네르기보존법칙 연구

목적. 이 실험에서는 질점흔들이가 진동할 때 력학적에네르기가 보존된다는것을 검증한다.

기초지식. 질량이 m 인 철구흔들이를 평형자리로부터 h 만 한 높이에 기울였다가 놓아주면 공기저항을 무시할 때 처음에 놓아준 자리에서의 자리에네르기와 평형자리를 지날 때의 운동에네르기가 같다. 즉

$$mgh = \frac{mv^2}{2}$$

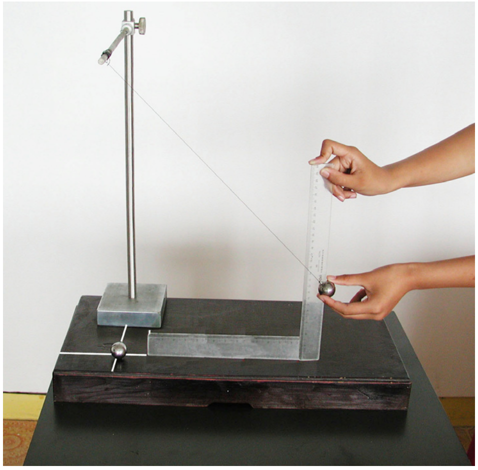


그림 23. 력학적에네르기보존법칙 알아보는 실험장치

철구가 평형자리를 지나는 순간의 속도를 구하기 위하여 평형자리에 질량이 꼭같은 철구를 놓고 튐성충돌을 시키면 철구가 책상바닥으로부터 높이 H 만 한 높이에서 수평으로 던져지면서 수평거리 S 만큼 옮겨간다. (그림 23)

이로부터 $t = \sqrt{\dfrac{2H}{g}}$ 에 의해 포물선운동을 한 시간을 구하고 거리 S 를 재면 $v = \dfrac{S}{t}$ 에 의해 수평으로 던져지는 순간의 평형자리에서의 속도를 결정할수 있다.

이때 운동에네르기는 $K = \dfrac{mv^2}{2} = \dfrac{mgS^2}{4H}$

이로부터 력학적에네르기가 보존된다면 $\dfrac{U}{K} = \dfrac{mgh}{\dfrac{mgS^2}{4H}} = \dfrac{4Hh}{S^2} = 1$ 이 성립한다.

이로부터 H, h, S 를 측정하면 력학적에네르기보존법칙을 검증할수 있다.

기구 및 재료. 질량이 꼭같은 철구 2개, 실, 자, 고정대, 먹종이, 흰종이, 연필, 붙임띠, 직각자, 노기스

실험방법

1) 그림 23과 같이 고정대우에 철구흔들이를 설치한다. 이때 철구가 거의 바닥에 닿을 정도로 실의 길이를 조절한다.
2) 철구가 평형자리에 있을 때 책상우에 드림선아래점 O를 표시하고 직각자로 수직인 두 방향으로 붙임띠를 붙인다.
3) 노기스로 철구의 반경을 측정한 다음 책상면으로부터 바닥까지의 높이를 측정하여 두 값을 더한것을 바닥으로부터 철구까지의 높이 H 로 정한다.
4) 바닥에 흰종이를 깔고 그우에 먹종이를 뒤집어놓는다. 흰종이와 먹종이를 놓는

자리는 철구흔들이가 포물선을 그리면서 떨어지는 자리를 예비실험을 통해 확인하고 놓는것이 좋다.

5) 책상우에 표시한 진동방향의 직선우에 직각자를 수직으로 세우고 철구를 평형자리로부터 h만큼 기울였을 때 높이를 잰다. 그리고 실에 매달린 철구가 평형자리를 지날 때 튐성충돌을 할수 있게 다른 철구를 평형자리 O에 놓는다.
6) 철구를 가만히 놓아준다. 실에 매달린 철구는 평형자리를 지나는 순간에 다른 구와 튐성충돌하여 멎고 평형자리에 놓인 철구는 에네르기를 받아 수평방향으로 던져진 운동을 한다. 이때 철구는 포물선을 그리면서 바닥의 먹종이에 떨어진다. 이때 수평거리 S를 잰다.
7) h가 일정한 조건에서 실험을 두번 반복한다.
8) h를 변화시킨 조건에서 실험을 세번 반복한다.

결과 및 분석

1) 측정된 값들을 다음의 표에 기록하고 계산한다.

h [m]	실험번호	H [m]	S [m]	$\frac{U}{K}=\frac{4Hh}{S^2}$
	⋮			

2) 측정결과에 기초하여 력학적에네르기보존법칙이 성립하는가를 따진다.

만일 $\frac{U}{K}$의 값이 1과 차이난다면 그 값이 1보다 큰가 작은가, 그 오차가 나는 원인이 무엇인가를 밝힌다.

과 제

1. 우의 실험에서 두 철구가 직충돌을 하지 못하고 빗충돌을 하면 실험결과는 어떻게 되겠는가?
2. 우의 실험에서 두 구의 튐성충돌을 리용하지 않고 자리에네르기와 운동에네르기를 비교하기 위한 다른 방법을 찾아보아라.

실험 12. 운동량보존법칙 연구

목적. 이 실험에서는 두 밀차의 완전비튐성충돌을 통하여 운동량보존법칙을 검증한다.

기초지식. 질량이 m_1인 물체가 v_1의 속도로 운동하다가 질량이 m_2인 물체와 완전비튐성충돌하여 속도가 v_2로 되였다면 운동량보존법칙으로부터 다음의 식이 성립한다.

$$m_1 v_1 = (m_1 + m_2) v_2$$

이 관계를 검증하기 위하여 물체의 질량을 측정하고 부딪치기 전과 후의 속도는

시간적개에 의하여 종이띠에 기록된 이웃점들사이의 평균거리 $\Delta\overline{x_1}$, $\Delta\overline{x_2}$ 로 잰다.

시간적개의 주기를 T 라고 하면 $m_1\frac{\Delta\overline{x_1}}{T}=(m_1+m_2)\frac{\Delta\overline{x_2}}{T}$ 로부터 $\frac{m_1\Delta\overline{x_1}}{(m_1+m_2)\Delta\overline{x_2}}=1$ 이 성립하면 운동량보존법칙을 검증할수 있다.

기구 및 재료. 밀차 2개, 추(500g) 2개, 시간적개, 종이띠, 저울, 수준기, 수평대

실험방법

1) 두 밀차의 질량 m_1, m_2 및 추의 질량을 각각 잰다.
2) 수평대의 수평을 맞춘 다음 시간적개를 수평대의 왼쪽끝에 설치한다. 그리고 시간적개의 동작상태를 검열한다.
3) 밀차 1의 앞과 밀차 2의 뒤에 두 밀차가 충돌할 때 완전비튐성충돌할수 있게 붙임띠(혹은 흡반)를 붙이고 밀차 1의 뒤쪽에 종이띠를 붙인다.(그림 24의 ㄱ) 그리고 종이띠를 시간적개에 끼우고 시간적개 가까이에 밀차를 놓는다.
4) 밀차 1과 한 직선우에 놓이도록 밀차 2를 수평대우의 가운데에 놓는다.(그림 24의 ㄴ) 그리고 수평대의 오른쪽끝에는 밀차멈추개장치를 설치한다.
5) 시간적개의 스위치를 닫고 밀차 1을 밀어주어 두 밀차가 부딪친 다음 합쳐져 운동하게 한다.(그림 24의 ㄷ)

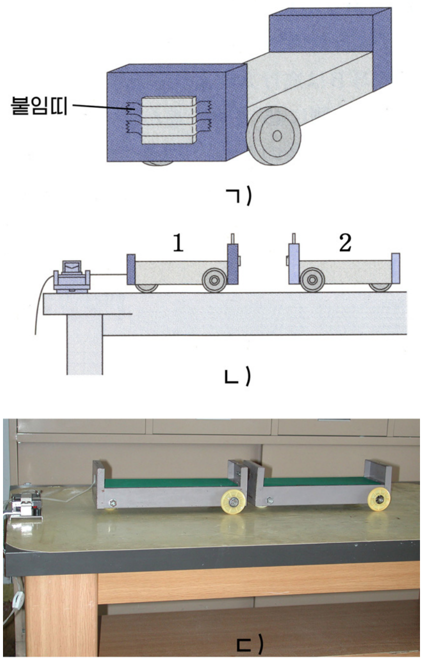


그림 24. 운동량보존법칙검증 실험장치

6) 밀차 2에 추를 한개 놓을 때와 한개 더 놓았을 때 밀차 1에 종이띠를 바꾸어 붙이면서 실험 4, 5의 과정을 반복한다.

결과 및 분석

1) 측정된 질량과 부딪치기 전에 찍힌 이웃점들사이의 평균거리 $\Delta\overline{x_1}$ 와 합쳐져 운동할 때 이웃점들사이의 평균거리 $\overline{\Delta x_2}$ 을 재여 다음의 표에 기록하고 계산한다.

실험번호	m_1 [kg]	m_2 [kg]	$\overline{\Delta x_1}$ [cm]	$\overline{\Delta x_2}$ [cm]	$\frac{m_1\overline{\Delta x_1}}{(m_1+m_2)\overline{\Delta x_2}}$
⋮					

2) 우의 자료로부터 부딪치기 전과 후의 운동량의 비 즉 $\frac{m_1\overline{\Delta x_1}}{(m_1+m_2)\overline{\Delta x_2}}=1$ 이 성립하는가를 따져보고 해당한 결론을 내린다. 그리고 실험에서 나타난 오차원인을 밝힌다.

과 제

1. 뒤개와 실, 밀차 2개가 주어졌다. 이것으로 운동량보존법칙을 어떻게 알아볼수 있는가?
2. 두 밀차에 결합장치가 없다면 실험결과는 어떻게 되겠는가?
3. 왜 밀판을 정확히 수평으로 설치해야 하는가?

실험 13. 물의 겉면장력결수 측정

목적. 이 실험에서는 금속고리와 천평을 리용하여 물의 겉면장력결수를 결정한다.

기초지식. 액체의 겉면에서는 겉면장력이 작용한다.

그러므로 액체가 물체를 적시는 경우 외부힘이 작용하여 액체로부터 물체를 떼여낼 때에는 액체가 물체를 당긴다.

만일 두께가 d, 외경이 D인 금속고리를 액체의 겉면에서 떼여낸다고 하자.(그림 25)

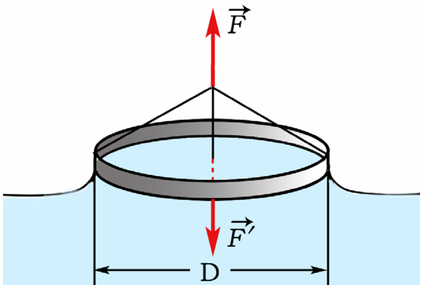


그림 25. 금속고리에서 액체의 겉면장력

고리를 들어올릴 때 액체의 바깥쪽 겉면은 $\alpha\pi D$만 한 힘으로 당기고 안쪽 겉면은 $\alpha\pi(D-2d)$만 한 힘으로 당긴다.

액체막이 고리를 당기는 전체 힘 $2\alpha\pi(D-d)$만 한 힘 F로 고리를 끌어올리면 고리가 떨어진다.

$$F = 2\pi\alpha(D-d)$$

로부터

$$\alpha = \frac{F}{2\pi(D-d)}$$

이므로 당기는 힘 F와 외경 D, 두께 d를 재면 겉면장력결수를 결정할수 있다.

기구 및 재료. 천평, 분동, 물그릇, 얇은 금속판으로 만든 금속고리(직경이 5cm정도), 온도계, 모래, 마이크로메터, 노기스

※ 금속고리를 겉면을 잘 연마하여 알콜로 씻고 알콜등으로 가열하여 기름기를 없앤다.

실험방법

1) 금속고리의 외경 D와 두께 d를 노기스와 마이크로메터로 측정한다.
2) 그림 26과 같이 물리천평의 한쪽 접시는 떼고 그 자리에 금속고리를 설치하고 천평이 평형을 이루도록 한다. 만일 금속고리를 매단쪽이 우로 올라가면 여기에 가벼운 추를 달아 내려오게 하고 오른쪽접시에 모래를 놓아 평형을 이루도록 한다.

3) 금속고리밑에 유리접시를 놓고 고리가 물면에 살짝 닿도록 물을 붓는다. 이때 금속고리는 물면에 수평이 되도록 조절해야 한다.

4) 금속고리가 물면에서 떨어지기 바로 전까지 오른쪽의 천평접시에 분동을 천천히 올려놓는다. 그리고 고리가 물면에서 떨어질 때 천평에 올려놓은 분동들의 질량을 합한 값을 표에 기록한다.

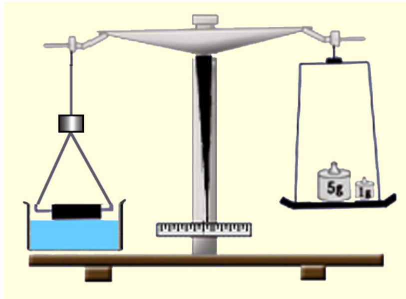


그림 26. 액체의 겉면장력결수 측정장치

※ 이때 분동의 무게가 물의 겉면장력과 비기는 힘이다. 실험에서 분동함안의 제일 작은 분동을 올려놓으면 고리가 떨어지고 그 분동을 내려놓으면 고리가 떨어지지 않는다면 그 분동의 절반만 한 질량으로 환산하면 된다.

5) 천평의 오른쪽접시에서 분동들을 내려놓고 실험 3, 4의 과정을 3회이상 반복한다.

6) 온도계로 물의 온도를 잰다.

결과 및 분석

1) 실험과정에 측정된 값들을 다음의 표에 기록하고 물의 겉면장력을 구한다.

실험 번호	고리의 외경 D [cm]	고리두께 d [mm]	겉면장력		$\alpha = \frac{F}{2\pi(D-d)}$
			(분동들의 질량) m [kg]	$F = mg$	
⋮					

2) 측정된 값들에 기초하여 겉면장력의 평균값, 절대오차, 상대오차를 계산하고 오차원인이 무엇인가를 찾는다.

3) 측정된 온도에 대응하는 교과서의 겉면장력결수값과 측정에서 얻은 값을 비교한다.

과 제

1. 실험에서 천평접시에 분동을 살며시 놓을 때와 떨구어놓을 때 무엇이 다른가?
2. 실험에서 금속고리가 물겉면과 수평이 되지 않는다면 어떤 결과가 얻어지겠는가?

실험 14. 나프탈린의 녹음과 응고 연구

목적. 실험에서는 나프탈린을 가열할 때 녹는 과정과 식힐 때의 응고과정을 살펴보고 녹음과 응고특성을 알아본다.

기초지식. 결정체인 나프탈린을 가열하면 온도가 점점 높아지다가 녹기 시작하면 다 녹을 때까지 온도는 변하지 않는다.

다 녹은 액체상태의 나프탈린을 가열하면 온도가 계속 올라간다. 액체상태의 나프탈린을 식힐 때 응고되기 시작하여 다 응고될 때까지 온도는 변하지 않는다.

이때 나프탈린의 녹음점과 응고점은 같다.

즉 결정체는 일정한 녹음점을 가진다. 표준대기압조건에서 나프탈린의 녹음점은 80.3℃이다.

기구 및 재료. 온도계, 알콜등, 시험관, 비커, 초시계, 고정대, 쇠그물, 물, 성냥, 솜, 방안지

실험방법

1) 시험관속에 나프탈린을 넣고 온도계를 넣은 다음 시험관을 비커의 물속에 잠그고 고정대의 집게에 물린다. 그리고 시험관의 웃끝과 온도계사이를 솜으로 막는다.

2) 알콜등으로 비커를 가열하면서 온도계의 눈금을 살핀다.(그림 27)

   ⚠ 비커를 가열할 때 보통유리로 만든 비커는 알콜등에 직접 대면 깨질수 있기때문에 반드시 돌솜을 붙인 쇠그물을 깔고 가열해야 한다. 그리고 비커바닥에 물방울이 있어도 가열할 때 깨질수 있으므로 물방울이 없도록 한다. 석영유리로 만든 비커는 열에 잘 견디므로 직접 가열할 수 있다.

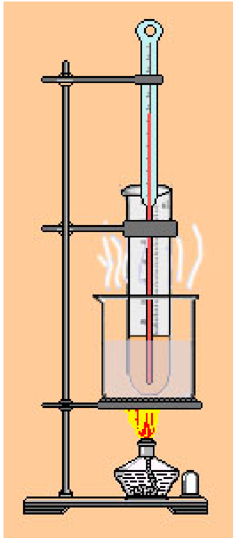


그림 27. 나프탈린의 녹음과 응고 실험장치

3) 나프탈린의 온도가 60~70℃정도로 된 다음부터 5s사이를 두고 온도를 재면서 시험관속의 나프탈린의 녹는 과정을 살펴본다.

4) 나프탈린의 온도가 85~90℃정도로 된 다음 알콜등의 불을 끄고 비커를 바닥에 내리여 시험관을 물속에서 꺼낸다. 그리고 나프탈린이 식을 때에도 온도가 70℃으로 내려갈 때까지 5s사이를 두고 온도를 재면서 나프탈린의 응고과정을 살펴본다. 측정과정에 온도변화가 없다고 하여 온도측정을 중지하여서는 안된다.

결과 및 분석

1) 나프탈린을 가열할 때와 식힐 때의 측정결과를 표에 기록하고 시간에 따르는 온도변화그라프를 그린다.

시간[s]	0	5	10	15	20	25	…
가열할 때 온도[℃]							
식힐 때 온도[℃]							

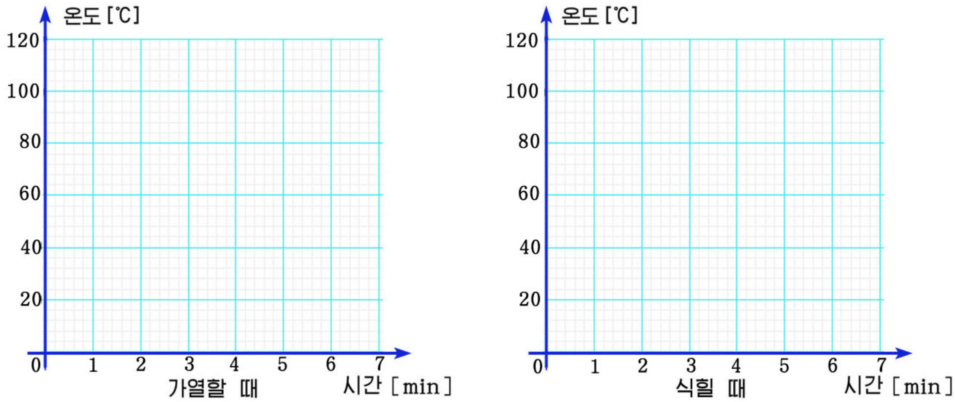


그림 28. 시간에 따르는 온도변화그라프

2) 그림 28의 두 그라프를 통하여 나프탈린의 녹음점이 얼마이며 실지 녹음점과 비교하고 오차원인을 따진다.

3) 녹음과 응고전, 녹음과 응고과정 그후의 실험에서 관측된 결과를 밝힌다.

과 제

1. 나프탈린의 량이 너무 적거나 알콜등의 불길이 지나치게 세면 실험에서 정확한 결과를 얻지 못한다. 왜 그런가?
2. 나프탈린을 넣은 시험관을 왜 알콜등으로 직접 가열하지 않고 물속에서 덥히는가?

콤퓨터실험 15. 힘덩이와 운동량변화사이관계 연구

목적. 이 실험에서는 밀차가 물체와 충돌할 때 생기는 힘덩이와 운동량변화 사이관계를 연구한다.

기초지식. 밀차가 물체와 충돌할 때 생기는 힘덩이는 운동량변화와 같다.

즉 $I = F\Delta t = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$

여기서 $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$는 충돌전과 후의 밀차의 속도이다. 밀차가 물체로부터 받은 힘 F와 충돌시간 Δt 그리고 밀차의 질량 m와 충돌전과 후의 밀차의 속도 $\vec{v}_1$, $\vec{v}_2$을 측정하면 우의 관계를 확증할수 있다. 이를 확증하기 위하여 력학활주대우에 힘수감부를 설치함으로써 밀차가 물체와 충돌할 때 충돌과정의 시간과 힘을 측정한다. 그리고 운동수감부를 리용하여 충돌전과 후의 밀차의 속도를 측정한다. 실험자료분석프로그람(Data Studio)을 리용하여 밀차의 충돌과정의 힘덩이와 운동량변화를 비교한다.

기구 및 재료. 힘수감부, 운동수감부, 고정틀, 저울, 충돌밀차, 력학활주대(2.2m), 콤퓨터, 콤퓨터입구결합장치

실험방법

1) 콤퓨터설치

(1) 콤퓨터입구결합장치(Science Workshop)를 콤퓨터에 련결하고 입구결합장치의 전원을 켠 다음 콤퓨터전원을 켠다.

(2) 운동수감부를 입구결합장치의 수자통로 1, 2(Digital Channels 1, 2)에 련결한다. 노란색은 1에, 검은색은 2에 련결한다.



그림 29. 콤퓨터입구결합장치에 수감부련결

(3) 힘수감부를 입구결합장치의 상사통로 A에 련결한다.(그림 29)

(4) 실험자료분석프로그람(data studio)파일을 열고 실험설치창의 수감부목록에서 힘수감부와 운동수감부를 선택한다.

그리고 운동수감부의 아이콘을 마우스로 두번 누르기하여 속성창을 펼치고 측정주기를 1/50s로 설정한다.(그림 30)

실험설치창으로 돌아가기 위해 <OK>를 누른다.

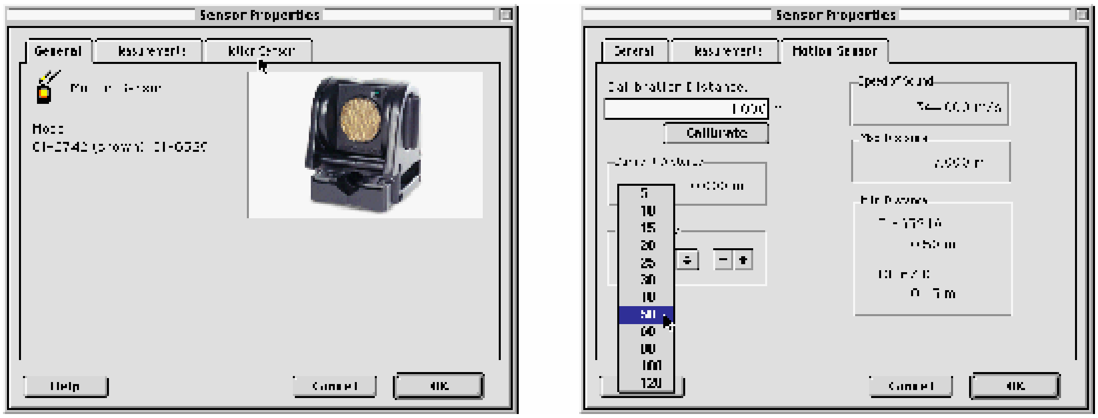


그림 30. 운동수감부의 속성설정

2) 수감부와 기구설치

력학활주대를 수평면우에 놓은 다음 고정틀을 력학활주대우의 오른쪽 T-홈에 끼우고 고정한다.

힘수감부를 고정틀우에 고정시킨 다음 력학활주대우의 왼쪽에는 운동수감부를 설치한다.

충돌전 밀차의 속도를 일정하게 하기 위하여 력학활주대우의 왼쪽 끝밑에 물체를 고여 수평면으로부터 1.5cm정도 높아지게 한 다음 운동수감부로부터 아주 가까운 거리에 밀차의 첫 위치(A점)를 표시해놓는다.(그림 31)

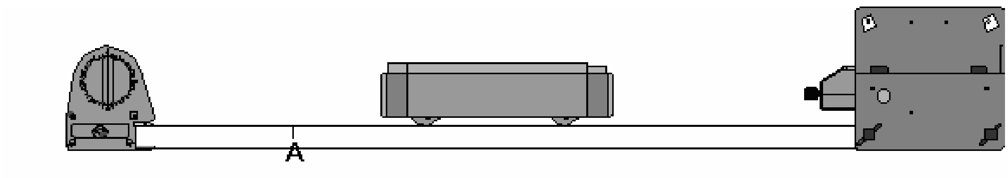


그림 31. 힘덩이와 운동량변화측정장치

3) 자료기록

(1) 실험을 진행하기 앞서 힘수감부의 한끝에 있는 교정단추〈Tare〉를 눌러 령 상태로 한다.

(2) 밀차의 질량을 측정한 다음 자료표에 기록한다.

(3) 실험설치창의 화면전개목록창에서 그라프를 두개(graph 1, 2)선택한다. 자료목록창에서 힘과 속도를 각각 선택하고 마우스로 끌어 그라프 1과 2의 y축들에 놓는다. 그러면 $F-t$그라프와 $V-t$그라프가 펼쳐진다.

(4) 밀차를 력학활주대우의 표식점 A에 끌어다놓고 손으로 붙잡아 정지시킨다.

(5) 실험설치창의 시작(start)단추를 누른 다음 밀차를 놓아준다. 그러면 자료가 기록되기 시작한다.

(6) 밀차가 힘수감부와 충돌하여 튀여난 후 실험설치창의 정지단추를 눌러 자료기록을 끝낸다.

이때 실험자료는 자료목록창에 기록된다.

결과 및 분석

1) 측정자료에 기초하여 힘덩이를 구한다.

$F-t$그라프창의 안내띠에서 확대(ZOOM)단추( )를 누른다.

마우스단추를 누르고 유표를 움직여 충돌에 해당하는 그라프화면의 직4각형구역을 선택한다. 마우스단추를 놓으면 선택된 그라프는 강조된다.(그림 32)

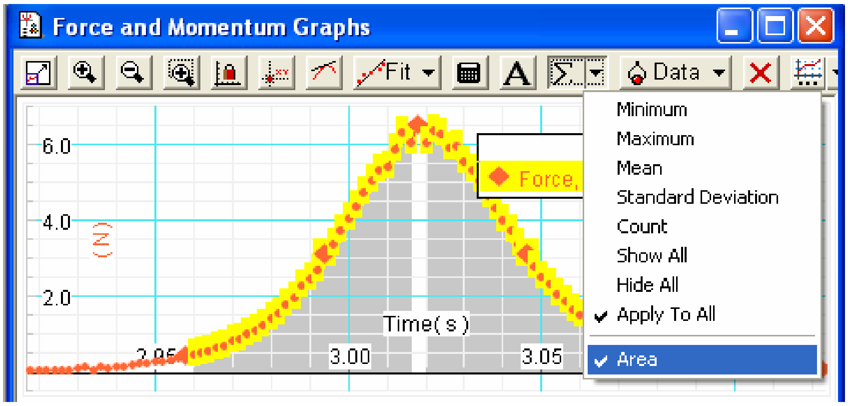


그림 32. $F-t$그라프와 힘덩이계산

충돌과정에 밀차가 받은 힘덩이를 구하기 위하여 충돌에 해당한 그라프의 곡선아래면적을 구한다. 이를 위해 안내띠의 통계〈Statistics〉안내단추 ( )를 누르고 면적〈Area〉을 선택하고 얻어진 값을 표에 기록한다.

2) 측정자료에 기초하여 충돌전과 후의 밀차의 속도를 구한다.

속도그라프에서 충돌전과 후의 속도값을 얻기 위하여 $V-t$그라프창의 안내띠에서 그라프의 매 점에서의 값을 지정하는 도구〈Smart Tool〉단추( )를 선택한다. 그리고 마우스유표를 충돌전과 후의 그라프의 점에 끌고가 속도값을 얻은

다음 표에 기록한다.(그림 33)

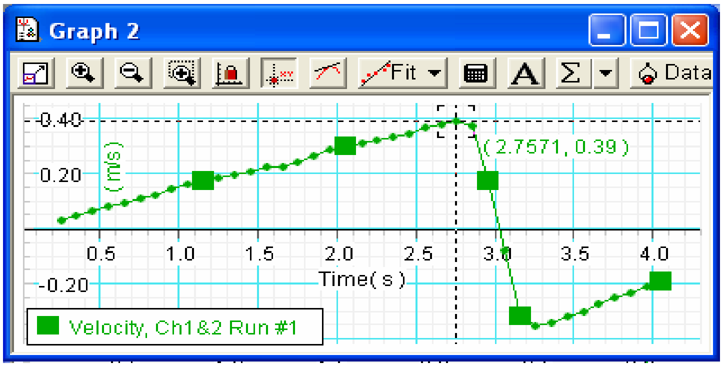


그림 33. $V-t$ 그라프

질량과 속도값을 리용하여 충돌전과 후의 운동량을 계산한다.

3) 충돌과정의 운동량그라프($P-t$)를 얻는다. 자료목록창에 운동량항목을 보충하기 위하여 실험설치창의 안내띠에서 계산〈Calculate〉단추(Calculate)를 선택한다.(그림 34) 계산창문에서 질량과 속도를 곱한 식을 입력한 다음 그의 속성을 지정한다. 그리고 얻기〈Accept〉단추를 누르면 운동량이 자료목록창에 추가된다.

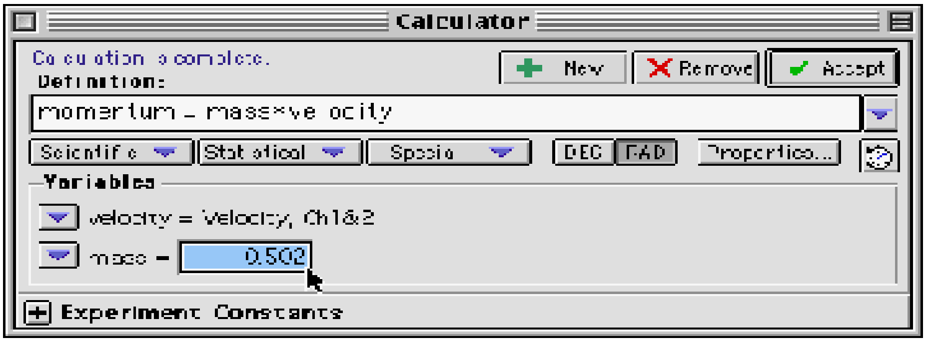


그림 34. 계산창에서의 운동량입력

화면전개창의 그라프아이콘을 마우스끌기하여 자료목록창의 운동량항목에 놓으면 충돌과정의 운동량그라프($P-t$)가 펼쳐진다.(그림 35)

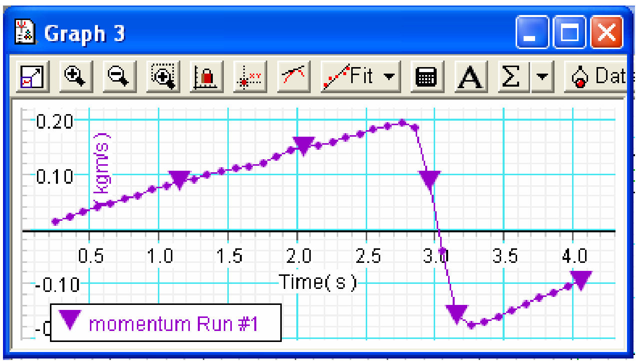


그림 35. $P-t$ 그라프

4) 측정자료

측정대상	측정값
밀차의 질량	
힘덩이	
충돌전 속도	
충돌후 속도	
충돌전 운동량	
충돌후 운동량	
운동량 변화량	

5) 측정자료에 기초하여 운동량의 변화가 힘덩이와 같은가를 따지고 오차원인을 밝힌다.

찾아보기

증발열	264	heat of evaporation	теплота испарения
질점	7	material point	материальная точка
제1우주속도	146	first cosmic velocity	первая космическая скорость
제2우주속도	147	second cosmic velocity	вторая космическая скорость
제3우주속도	147	third cosmic velocity	третяя космическая скорость
충격현상	177	impulsive phenomenon	ударное явление
충돌결수	184	collision coefficient	коэффициент восстановления
체적팽창결수	219	cubical expansion coefficient	коэффициент объёмного расширения
최대정지마찰력	74	peak statical frictinal force	максимальная сила стантического трения
취성	67	brittleness	хрупкость
튐성	67	elasticity	упругость
튐성변형	68	elastic deformation	упругая деформация
튐성충돌	182	elastic collision	упругое соударение
튐성에네르기	167	elastic energy	упругая энергия
튐힘	68	elastic force	упругая сила
평균두제곱속도	212	mean square velocity	средняя квадратичная скорость
평균속도	15	mean velocity	средняя скорость
평형거리	199	equilibrium distance	расстояние равновесии
평행힘	78	parallel force	параллельная сила
포화상태	269	saturation state	состояние насыщения
포화증기	267	saturated steam	насыщенный пар
포화증기압	267	saturation vapor pressure	давление насыщенного пара
합력	62	resultant	результирующая
향심가속도	46	centripetal acceleration	центростремительное ускорение
향심력	115	centripetal force	центростремительная сила
호상작용에네르기	238	energy of interaction	энергия взаимодействия
후크의 법칙	68	Hooke's law	закон Гука
힘	60	force	сила
힘덩이	176	impulse of force	импульс силы
힘모멘트	82	moment of force	момент сил
힘모멘트의 평형조건	84	condition of equilibrium of moments of force	условие равновесия моментов силы
힘의 분해	62	resolution of force	разложение силы
힘의 작용선	61	line of action of force	линия действия силы
힘의 팔	81	arm of force	плечо силы
힘의 평형조건	65	condition of equilibrium of forces	условие равновесия сил
힘의 합성	62	composition of forces	сложение сил
회전수	42	rotation number	число вращения

편찬위원회

김용진, 김영인, 한성일, 강영백, 박석원,
김창선, 류해동, 윤명실

총편집 박사 부교수 리종호

물 리 (제1중학교 제4학년용)
2판

집 필 부교수 김성기, 부교수 윤명실,
부교수 리준호, 부교수 리재섭,
박경인, 리병삼, 리익선, 김창혁,
김영숙, 김준철

심 사 심의위원회

편집 및 콤퓨터편성 고춘영

교 정 오혜란

장 정 김은경, 류철

낸 곳 교육도서출판사

인쇄소 고등교육도서인쇄공장

1판발행 주체96(2007)년 2월 2일

2판인쇄 주체99(2010)년 3월 22일

2판발행 주체99(2010)년 4월 2일

교-10-504 값 60원